PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT
VOOR NATUURKUNDE

REDACTIE:
A. D. FOKKER, E. OOSTERHUIS, BALTH. VAN DER POL.

3e JAARGANG

1923

Register van Namen en Onderwerpen

3de Jaargang Physica, 1923.

BOEKBESPREKINGEN.

PHYSICA
NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

3e JAARGANG JANUARI 1923 NUMMER 1.

HET ONDERWIJS IN DE NATUURKUNDE AAN DE STUDENTEN IN DE GENEESKUNDE.

door H. C. BURGER.

Openbare les gehouden te Utrecht op 11 October 1922.

(Verkort).

Het doel van het onderwijs in de Natuurkunde voor a.s. medici is drieledig, n.l.

1e. den studenten zooveel natuurkunde te leeren, als noodig is voor het juiste begrip van de processen die zich afspelen in het menschelijk lichaam.

2e. hun de physische experimenteermethoden te leeren, om die te kunnen toepassen bij medische onderzoekmethoden of voor de therapie.

3e. hen bekend te maken met de physische denkwijze.

Van deze drie opgaven is de laatste zeker wel de moeilijkste, maar geenszins de minst belangrijke. De kennis toch, noodig voor het oplossen van het physisch probleem, dat zich den medicus voordoet, is in boeken zonder veel moeite te vinden. Wat echter de medicus kan gebruiken van de typisch physische wijze van werken kan niet, of zeer bezwaarlijk in boeken gevonden worden. Toch is juist een hiaat in het physisch begrip de grootste belemmering voor den medicus om de natuurkunde aan zijn werk dienstbaar te maken.

Ter toelichting der drie genoemde punten moge het volgende dienen:

1e. Voor het begrijpen van de physische processen in het lichaam is in de eerste plaats een algemeene kennis van de natuurkunde noodzakelijk. Waar echter de middelbare school tot taak heeft den leerlingen een elementaire kennis van de physica bij te brengen, behoeft het propaedeutisch hooger onderwijs deze kennis slechts aan te vullen in een richting, die voor de latere studie gewenscht is. Men moet grepen doen uit de rijke stof, zonder het geheele vak volledig te willen behandelen. Van groot belang is daarbij, dat men zich niet beperkt tot de feiten, maar aan de hand van de energiewet duidelijk maakt, hoe de feiten samenhangen.

De behandeling van de tweede hoofdwet der thermodynamica, levert veel meer bezwaren op dan de bespreking van de energiewet. De begripsmoeilijkheden zijn hier talrijk en het gebruik van een mathematische formuleering zou de aandacht van de hoofdzaak kunnen afleiden. Toch geloof ik, dat de vraagpunten, die zich voordoen bij de energieomzetting in het lichaam zoo belangrijk zijn en zoozeer een vaste basis behoeven, dat eenige kennis van de tweede hoofdwet bij een aanstaand medius zeer gewenscht is.

2e. Rijker wordt de keuze der onderwerpen, wanneer men de physische methoden wil behandelen, die kunnen dienen bij diagnose en therapie. Als eerste voorbeeld kan men hier de voor den medicus zeer belangrijke methoden van percussie en auscultatie noemen. Men staat hier tegenover een probleem, waarbij het voor den physicus zeer moeilijk is nuttig werk te verrichten. De acustische vraagstukken die zich hier voordoen, zijn zoo gecompliceerd, dat het hopeloos schijnt een eenigzins bevredigende physische verklaring van de verschijnselen te geven, die ons in staat stelt de methode te begrijpen, laat staan dat de physicus in staat zal zijn een verbetering in de, door zooveel lange jaren van ervaring beproefde methodiek aan te brengen. Maar misschien zullen zelfs op dit gebied in de toekomst verbeteringen mogelijk blijken, al zal het moeilijk zijn met physische instrumenten meer resultaten te bereiken dan met het oor, dat toch zulk een gevoelig en betrouwbaar hulpmiddel is.

Als een dankbaarder onderwerp kan men de temperatuurmeting noemen. Het meten van de lichaamstemperatuur is voor den medicus van het hoogste belang en bovendien bestaan hiervoor talrijke physische methoden, die in gevoeligheid en betrouwbaarheid de menschelijke temperatuurzin dusdanig overtreffen, dat deze laatste voor de physische temperatuurmeting geheel het veld heeft moeten ruimen. Aan de bespreking van de temperatuurbepaling met een gewone thermometer kan bij het onderwijs de behandeling van andere temperatuurmetingen worden vastgeknoopt en kan er op gewezen worden, dat in bepaalde gevallen, bijv. bij het meten van snelle temperatuurschommelingen, de gewone thermometer onbruikbaar is en men zijn toevlucht tot andere hulpmiddelen moet nemen. Het is niet de taak van den physicus te beslissen of deze andere methoden voor den medicus bruikbaar zijn, maar de medische student moet op de hoogte gebracht worden van de te bereiken mogelijkheden om met oordeel te kunnen beslissen over de al of niet wenschelijkheid van het inslaan van nieuwe wegen.

Belangrijk is ook een juist begrip van de stralingsverschijnselen. Een medicus moet niet alleen met een spectroscoop kunnen werken, maar moet dit instrument ook begrijpen. Bovendien is eenige kennis van de energieverhoudingen in het spectrum zeer gewenscht en mag men van elken medicus verlangen, dat hij weet wat ultraviolette stralen zijn, wat het physisch kenmerkende is van een kwiklamp en waarom men gebruik maakt van de zonbestraling in het hooggebergte. Men zou kunnen opmerken, dat het voldoende is, wanneer de medicus weet, dat de ervaring leert dat bij bepaalde ziekten de zonnestraling op groote hoogte een gunstigen invloed heeft. Men moet echter bedenken, dat slechts een behoorlijke kennis van de natuurkunde de medici in staat heeft gesteld het werk van de natuur na te bootsen door een kunstmatige hoogtezon, d.w.z. een lichtbron, die rijk is aan ultraviolette stralen. Het laatste woord in deze zaak is waarschijnlijk nog niet gesproken. Een verder bewerken van dit terrein is slechts mogelijk door toepassing van de vrij gecompliceerde hulpmiddelen, die de physica kan verschaffen. Men zal de inwerking van het ultraviolette licht op het menschelijk lichaam als functie van de golflengte moeten kennen en daarbij de stralingsenergie moeten meten en doseeren. De aanstaande medicus moet leeren, dat men het probleem zoo kan, ja zelfs zoo moet stellen. Het is de taak van den physicus hem de probleemstelling uiteen te zetten en den weg aan te geven om de gestelde vraag op te lossen.

Als laatste voorbeeld van een physisch verschijnsel, dat voor den medicus van belang is en waarmede de studenten bij het physisch onderwijs kennis moeten maken, kunnen de Röntgenstralen genoemd worden. Weinig vermoedde men bij de ontdekking van dit nieuwe soort van stralen, dat deze niet alleen van het hoogste belang voor de physica zouden zijn, maar ook zouden worden tot een onmisbaar hulpmiddel van de geneeskundige wetenschap. De geschiedenis van de Röntgenstralen is een treffend voorbeeld hoe een onderwerp, dat niet vatbaar schijnt voor eenige practische toepassing, tenslotte toch op zeer intense wijze kan worden dienstbaar gemaakt aan de samenleving. Maar ook iets anders leert ons deze geschiedenis, nl. het nut, ja de noodzaak van een theorie, van een beeld, dat men zich van het physisch gebeuren vormt. Men zou bij de studie der gecompliceerde verschijnselen in een Röntgenbuis een leiddraad niet ontbeerd kunnen hebben, daar het onderzoek anders ontaard zou zijn in het verzamelen van onsamenhangende feiten.

Bij een zoo samengestelde apparatuur, als voor het opwekken van Röntgenstralen noodig is spreekt het vanzelf, dat men slechts dan bij de pogingen tot vervolmaking goede resultaten kan verwachten, wanneer een voortdurende samenwerking plaats heeft tusschen medicus en physicus. Maar om tot een vruchtbare samenwerking te komen is het noodig, dat ook de medicus eenigszins op de hoogte is van de physische bijzonderheden van zijn instrumentarium. Zijn physische vooropleiding moet hem zoover gebracht hebben, dat hij bij het hanteeren van dit instrumentarium daarin niet een door den physicus en den fabrikant gegeven object ziet, maar een samenhooping van problemen, die slechts met zijn medewerking kunnen worden opgelost.

Nog talrijke onderwerpen in de physica zou men kunnen opnoemen, die voor den medicus van belang zijn. Echter rijst nu de vraag, welken weg men moet inslaan om den aanstaanden medicus voldoende kennis van deze voor hem zoo nuttige zaken bij te brengen. Nu staat daartoe in de eerste plaats als middel ten dienste het geven van colleges, die zooals reeds is opgemerkt, geen geregelde en volledige cursus over de natuurkunde moeten vormen, maar zich moeten beperken tot eenige geschikte onderwerpen.

Maar met colleges kan men niet volstaan. Het uitsluitend aanhooren van de physische feiten zou deze wetenschap in een geheel verkeerd daglicht plaatsen. De student in de geneeskunde moet de physica niet leeren kennen als een complex van begrippen en formules, maar als een tastbare werkelijkheid. Daartoe nu kan het practicum dienen. Eerst door het *zelf* doen zal de samenhang der feiten duidelijk worden en zal de student eenig denkbeeld krijgen van de moeilijkheden, die de experimentator bij zijn werk ontmoet en van de wijzen waarop hij deze moeilijkheden tracht te overwinnen. Daarbij is het niet noodig kostbare en fijne instrumenten te gebruiken. Met eenvoudige hulpmiddelen is het evengoed mogelijk de physische methoden en verschijnselen duidelijk te maken als met de gecompliceerdste en duurste instrumenten.

Een groot voordeel van het practicum boven het college is, dat het den docent veel meer gelegenheid biedt persoonlijk contact te krijgen met zijn leerlingen. Slechts door voortdurend spreken met en waarnemen van de leerlingen is het mogelijk uit te maken wat deze moeilijk vinden en waar de hiaten van het onderwijs te zoeken zijn. Het practicum geeft den studenten de gelegenheid vragen te stellen als zij bij hun studie voor moeilijkheden komen te staan, die zij zonder hulp niet kunnen te boven komen en veelal kan de beantwoording van een vraag in enkele minuten meer bijdragen tot de ontwikkeling van den vrager, den het aanhooren van colleges gedurende vele uren.

3e. Boven alles is echter de beteekenis van het practisch onderwijs hierin gelegen, dat het den practicant in aanraking brengt met den geest van de physica en dat het hem, meer nog dan het passief aanhooren van een college, zal leeren physisch te denken. Het is niet gemakkelijk in enkele woorden uiteen te zetten wat physisch denken is, en ik bedoel hiermee niet, dat er een apart physisch, mathematisch, chemisch, biologisch en medisch denken zou bestaan, zonder verwantschap en streng van elkaar gescheiden. Integendeel zal de wijze waarop de physicus denkt zeer dikwijls analoog zijn aan de denkwijze van den mathematicus en ook met het denken van chemicus, bioloog of medicus onder bepaalde omstandigheden nauwe verwantschap kunnen vertoonen. Maar toch ondervindt ieder, die spreekt met iemand die is opgegroeid in de denkwijze van een andere wetenschap dan de zijne, hoe moeilijk het is elkaar te verstaan. Dit is slechts in beperkte mate een gevolg van de nomenclatuur, die elke wetenschap eigen is. Ieder van de twee met elkaar in contact komende partijen leeft dagelijks in zijn eigen sfeer, heeft zijn specifieke wijze van stellen en oplossen van problemen, van beschrijven van de verschijnselen en van samenvatten en overzien van de waarnemingen en het is dit alles te samen, dat men de bijzondere denkwijze van zijn vak kan noemen.

Men hoort wel eens de opvatting verdedigen, dat de natuurkunde een deductieve wetenschap is en als zoodanig een gevaar oplevert voor den aanstaanden medicus, daar de medische wetenschap geheel is opgebouwd volgens de inductieve methode en dus het aanleeren van de physische denkwijze zou beteekenen het zich eigen maken van een methode, die voor een medicus verkeerd moet worden genoemd. Nu is gelukkig de tegenstelling niet zoo groot, want geen wetenschap is uitsluitend volgens de inductieve of volgens de deductieve methode opgebouwd, zoodat voor ieder de kennis van beide wijzen van denken nuttig is. En verder mag men zeker de physica niet een uitsluitend deductieve wetenschap noemen, maar biedt zij ons juist een van de schoonste voorbeelden van succesvol samengaan van beide methoden van onderzoek.

In het algemeen wint de deductieve methode aan beteekenis, naarmate een wetenschap zich meer ontwikkelt en zich bezighoudt met eenvoudiger objecten. Als prototype van een zuiver deductieve wetenschap geldt de wiskunde en het onderwijs in dit vak op de middelbare school ontleent zijn beteekenis grootendeels aan de wenschelijkheid, dat ieder eens in zijn leven kennis maakt met de wel zeer moeilijke, maar ook zoo belangrijke deductieve methode.

Als typisch voorbeeld van een inductieve wetenschap kan men de biologie in het algemeen en de medische wetenschap in het bijzonder noemen. Wel kan de geneeskunde zich beroemen op een eerbiedwaardige ouderdom, maar haar studieobject is zóó samengesteld, dat zij feitelijk, niettegenstaande haar hoogen leeftijd, nog alle kinderziekten moet doormaken. Maar moge dan de deductie haar ontwikkeling nog niet veel kunnen bevorderen, toch heeft het groote waarde wanneer de medicus bewust de inductieve denkwijze kan toepassen en dat bewustzijn kan hij slechts hebben, als hij beide methoden naast elkaar heeft zien toepassen.

Een ander verschil in denken treft nog den physicus, die zich met medici over wetenschappelijke onderwerpen onderhoudt. De objecten waarmede zich de medicus bezighoudt zijn zeer gecompliceerd en onscherp gedefinieerd. Als gevolg daarvan is de probleemstelling van den medicus veel vager en onscherper dan van den physicus. Terwijl een scherp omschrijven van het gestelde vraagstuk voor den medischen onderzoeker gewoonlijk te moeilijk is, omdat de verschijnselen te veelzijdig zijn, is het voor den physicus beslist noodzakelijk scherp en streng te zeggen welke vraag hij wil trachten te beantwoorden. De mathematische scholing van den physicus zal aan zijn neiging tot scherpe formuleering van zijn problemen ook wel niet vreemd zijn.

Men kan zich nu echter afvragen of het gewenscht is, dat de student in de geneeskunde leert hoe men in de natuurkunde de problemen stelt, als zijn latere studie en practijk hem toch niet in gelegenheid zullen stellen de geleerde methode met succes toe te passen. Ook voor de geneeskunde is evenwel een nauwkeurige omschrijving van wat men zoekt niet overbodig en waarschijnlijk zou menigmaal een misverstand voorkomen kunnen worden, wanneer een scherper stellen der problemen meer gebruikelijk was. Het volgende voorbeeld moge dit toelichten.

Vele dieren vertoonen, onder den invloed van bepaalde hun van buitenaf opgedrongen bewegingen, reflexen. Is de beweging rechtlijnig eenparig, dan treedt de reflex niet op, zooals de relativiteitstheorie der natuurkunde ons doet verwachten. Verandert echter de snelheid, dan treden bepaalde reflexen op. De physioloog stelt zich nu tevreden met de vage probleemstelling: „reageert het dier op de snelheid of op de *verandering* van de snelheid?" en het antwoord: „het dier reageert slechts bij *verandering* van snelheid", zal hem in 't algemeen volkomen bevredigen. De physicus echter is niet zoo snel tevreden; de uitdrukking „verandering van snelheid" is hem te onscherp. Hij zal overleggen, dat de juiste maat voor de snelheidsverandering de versnelling is en zal zich dus afvragen of de reflexintensiteit parallel gaat met de versnelling.

Het is n.l. mogelijk, en zelfs op theoretische gronden zeer waarschijnlijk, dat de prikkel niet van de versnelling zal afhangen, maar van de verandering van de versnelling met den tijd d.w.z. van het tweede differentiaalquotient van de snelheid naar den tijd. Wel is waar zal een beantwoording van deze vraag door experimenten niet gemakkelijk zijn, maar zoolang men geen antwoord heeft op de exact gestelde vraag is het niet mogelijk zich een denkbeeld te vormen van de werking van het orgaan waarmede het dier de verandering der snelheid waarneemt.

Bij de bespreking van dit geval is een paar maal het woord „theorie" gebruikt en misschien zal dat voor menig medicus reden zijn om medelijdend te glimlachen en zich af te vragen, wat nu de medische wetenschap met physische theorie te maken heeft. En inderdaad kan men met recht vreezen, dat de physische theorie, die zich gewoonlijk baseert op zeer vereenvoudigende onderstellingen, weinig kan uitrichten wanneer zij wordt toegepast op een biologisch object met al zijn complicaties. Daarom is de grootste voorzichtigheid geboden in alle gevallen, waarbij men over een medisch onderwerp wil gaan theoretiseeren.

Het komt echter voor, dat de medicus zelf zijn geval schematiseert en zijn biologisch object in gedachten vervangt door een mechanisch of physisch model en dan de eigenschappen van dat model zoekt. In dit geval heeft hij geen recht om te twijfelen aan de uitspraak der theorie; dan heeft die theorie haar volle en onbeperkte geldigheid. Toetsing van de resultaten der theorie heeft slechts zin door een onderzoek aan het biologisch object zelf en is een toetsing van de onderstellingen, die tot de schematiseering gevoerd hebben. Constructie van een model en physisch onderzoek hiervan heeft geen zin, tenzij het geschematiseerde model nog zóó ingewikkeld is, dat de physische theorie niet toereikend is om de eigenschappen van dit model te voorspellen.

Waar het dikwijls noodzakelijk is dat de medicus, om eenig overzicht te brengen in den chaos van feiten, schematiseert, zal zoo mogelijk het physisch onderricht ook dit hem moeten leeren. Wel zijn de physische onderwerpen eenvoudiger dan de medische, maar toch bevat elke physische methode en elk physisch experiment nog zooveel elementaire onderdeelen, dat het scheiden van hoofdzaken en bijzaken, het uitzoeken van het essentieele, van belang is en zeer kan bijdragen tot de vorming van den student in de geneeskunde.

Hoezeer ook bij natuurkundige methoden het wezenlijke en het bijkomstige worden verwisseld, blijkt o.a. uit de publicaties van sommige medici, (en misschien maken ook niet-medici zich hieraan wel eens schuldig) die in een continu spectrum zich steeds het rood links denken en dan zonder nadere toelichting spreken over de linker- en rechterzijde van het spectrum, wanneer zij het roode of violette einde bedoelen. Zij vergeten, dat het zeer bijkomstig is of men het rood rechts dan wel links plaatst en dat het draaien van de spectroscoop om zijn as over 180° in het geheel niet wezenlijk is. Men is echter gewoon in vele boeken het rood in het continue spectrum links te zien afgebeeld en vreest nu dat het experiment niet slagen zal, als men zich aan dezen regel niet stoort.

Een ander vraagpunt, dat zich bij het onderwijs voordoet, is het volgende: Moet de medische student slechts qualitatieve waarnemingen verrichten of moet hij ook metend te werk gaan, moet hij ook leeren het resultaat van zijn proeven in getalmaat uit te drukken? Hoewel nauwkeurige metingen in de medische practijk slecht zelden voorkomen, behooren min of meer ruwe metingen, o.a. die van lichaamstemperatuur en polsfrequentie, tot het dagelijksch werk van den medicus. Daarom is het nuttig en noodig, dat de medische student leert meten. Of daarbij de bereikbare præcisie groot of klein is, of de gebruikte instrumenten eenvoudig of ingewikkeld zijn, is van weinig beteekenis. De practikant moet echter inzien, waarom de fout niet onder een zeker bedrag kan worden verminderd en moet ook weten hoe men het bedrag der gemaakte fout kan schatten. Hij moet kennis maken met de wijze waarop de physicus de fouten tracht te elimineeren opdat hij later, werkende met eenvoudige hulpmiddelen, resultaten zal bereiken, die zoo goed zijn als deze hulpmiddelen het slechts toelaten.

Ook het gebruik van grafische voorstellingen kan bij het practisch onderwijs ter sprake worden gebracht. De medicus, die een door hem waargenomen verschijnsel door een kromme weergeeft, moet dit op behoorlijke wijze kunnen doen.

Een met de laatstgenoemde punten nauw verwant onderwerp is het statistisch verwerken van waarnemingsresultaten. De statistiek, die in de natuurkunde een zoo belangrijke plaats inneemt, staat bij vele medici in een zeer slechten reuk. Het schijnt mij echter toe, dat men van medische zijde de statistiek dikwijls miskent, eensdeels omdat men te veel op de hulpmiddelen let en te weinig op het einddoel, anderdeels omdat men van de statistiek meer verwacht dan men er redelijkerwijze van kan verwachten.

Men hoort wel eens de meening verkondigen, dat statistiek het volschrijven is van veel papier; het maken van eindelooze staten en lange lijsten, waarin men de feiten wel zoo kan groepeeren, dat het eindresultaat elken vorm aanneemt, die men wenscht. Maar zij, die de statistiek zóó zien letten toch te veel op uiterlijkheden, want de statistiek is evenzoomin hetzelfde als het volschrijven van veel papier en het maken van lange tabellen als wiskunde het schrijven is van formules met onbegrijpelijke symbolen, als scheikunde het bijeen schenken van fraai gekleurde vloeistoffen in talrijke reageerbuizen, als de biologie het tellen is van meeldraden of het villen van kikkers, evenmin als de medische wetenschap het toedienen is van onaangenaamsmakende medicijnen of het snijden met groote messen in weerlooze menschen. Al deze misvattingen bestaan, maar zijn allen onjuist.

Maar, zoo kan men zich afvragen, wat wil dan de statistiek naast, of misschien zelfs tegen de klinische ervaring? Men moet echter geen tegenstelling zoeken tusschen statistiek en ervaring. Integendeel is de eerste niets dan doelmatig gerangschikte ervaring, die wordt vastgelegd zonder gebruik te maken van het menschelijk geheugen en bewerkt volgens de methoden der waarschijnlijkheidsrekening. Laplace heeft eens gezegd: „La théorie des probabilités n'est au fond que le bon sens réduit au calcul." Soms bewust, maar gewoonlijk onbewust bouwt zich ieder een statistiek op van alles wat hij beleeft; le bon sens is wel aanwezig, maar het réduire au calcul blijft als regel uit. Maar al te vaak vertrouwt men op zijn geheugen en toch kan ons dit zoo zeer in den steek laten. Waarom zou men dan dit geheugen niet te hulp komen? De benoodigde mathesis schrikt velen af, maar toch kan dit geen overwegend bezwaar zijn, gezien de groote belangen die hier op het spel staan.

Reeds veel kan men bereiken door de aanstaande geneeskundigen in het begin van hun studie een juist begrip van de statistische methode bij te brengen, zonder het onderwijs met formules of mathematische deducties te overladen. En waar heeft men hiertoe beter gelegenheid dan bij het onderwijs in de natuurkunde? Zijn de groote triomfen der atomistiek niet hand aan hand gegaan met de toepassing der waarschijnlijkheidsrekening op de natuurverschijnselen? Heeft men niet door de studie der kinetische gastheorie, van de statistische mechanica en de Brownsche beweging, gesteund op kanstheoretische fundamenten, een der grondslagen gelegd, waarop het gebouw der moderne physica is opgetrokken? Waarlijk, de physicus heeft geleerd eerbied te hebben voor de statistiek en misschien kan zijn enthousiasme voor dit machtige hulpmiddel der natuurbeschrijving ook die medici, die nog aan haar beteekenis en gewicht voor de geneeskunde twijfelen, overtuigen van haar groote belang voor deze wetenschap.

WAAROM DE GEBERGTEN OP AARDE GEEN GROOTERE HOOGTE DAN ± 8000 METER KUNNEN BEZITTEN

door H. P. BERLAGE Jr.

In een verloren uurtje legde ik mij de vraag voor, hoe hoog we een steenen pyramide zouden kunnen bouwen zonder het materiaal tot boven de breukgrens te belasten en kwam daarbij tot een merkwaardige conclusie.

Het gewicht van een steenen pyramide is

$$\frac{1}{3}\, G\, H\, \varrho \text{ gram}$$

De beteekenis der grootheden is duidelijk. Beschouwen we de massa als een starren klomp dan is het materiaal aan de basis belast met

$$\frac{1}{3}\, H\, \varrho \text{ gr./cm}^2$$

Is k de breukbelasting dan vinden we dus voor de maximale hoogte onzer pyramide

$$H = \frac{3\,k}{\varrho}$$

Ik nam een bouwmateriaal waarvan

$$\varrho = 2{,}5 \text{ gr./cm}^3$$
$$\text{en } k = 500000 \text{ gr./cm}^2$$

en vond daarmee

$$H = 600.000 \text{ cm.} = 6000 \text{ m.}$$

Deze orde van grootte bracht mij onmiddellijk op de idee, dat we in onze gebergten voorbeelden van zulke steenen pyramides bezitten en dat inderdaad aan deze rekening ter bepaling der maximale hoogte onzer gebergten wel waarde kan worden toegeschreven. Wanneer het materiaal onzer gebergten, hetwelk boven het niveau der zeeën ligt tot boven de breukgrens belast ware, dan zouden we er wel van overtuigd kunnen zijn, dat dan het doorsijpelende regenwater het gepulveriseerde materiaal op den duur zou wegvoeren. Aan het materiaal, dat beneden het niveau der zee ligt raakt geen doorsijpelend water. Beneden het niveau der zee deert dus geen belasting boven de breukgrens van het materiaal. Onze berekening levert daarom inderdaad de maximale hoogten der gebergten boven het oppervlak der zee, aangenomen dat het water zijn werking in den loop der eeuwen reeds volbracht heeft.

Het bouwmateriaal der granietachtige gebergten heeft een soortelijk gewicht

$$\varrho \cong 3 \text{ gr./cm.}^3$$

terwijl we de breukbelasting bezwaarlijk hooger kunnen stellen dan

$$k = 800.000 \text{ gr./cm.}^2$$

Hiermee vinden we als maximale hoogte der granietachtige bergen

$$H = \pm\, 8000 \text{ m.}$$

in overeenstemming met de feiten.

Haarlem, Nov. 1922.

SAMENVATTENDE OVERZICHTEN.

DE BOUW DER ATOMEN EN DE PHYSISCHE EN CHEMISCHE EIGENSCHAPPEN DER ELEMENTEN [1])

door H. A. KRAMERS

(Slot.)

III. HET PERIODIEKE SYSTEEM.

In het voorgaande hebben we het wezen van de stabiele, afgesloten edel-gasconfiguratie van twee eenquants-electronen eenigszins nader toegelicht in 't geval van de binding van het derde electron bij lithium. Dezelfde argumenten laten zich, in zekeren zin met meer overtuigende kracht, herhalen, waar het om de binding van het derde electron aan een kern met grootere kernlading gaat. Onder andere wordt het veel meer in het oog springend hoe drie electronen in éénquants-banen elkaar in zoo hooge mate zullen storen dat, wanneer zoo'n beweging werkelijk mogelijk was, die drie banen gelijkwaardig zouden moeten zijn, en in harmonische wisselwerking met elkaar staan. Ook hier zal het derde electron daarom reeds aan het eind zijner overgangen komen, zoodra het in een 2_1-baan is aangeland, en door de formules (4) en (5)

$$2\,a = \frac{n^2\,h^2}{2\,\pi^2\,N\,e^2\,m} = \frac{n^2}{N}\,2\,A\,, \quad (4); \qquad\qquad 2\,p = \frac{k^2}{N}\,2\,A\,. \quad (5)$$

toe te passen ziet men dat reeds voor betrekkelijk geringe kernlading de afschermende invloed van de twee binnenste electronen op de kracht die het derde electron van de kern ondervindt, zoo gering is dat het derde electron periodiek in het gebied der twee electronen binnendringt en bijna twee maal zoo dicht nabij de kern komt (afstand $\backsim A/2\,N$) als deze electronen zelf (afstand $\backsim A\,/\,N$).

Over de binding der volgende electronen zullen we vlug heenglijden. De spectra van de elementen van Li (3) tot Ne (10) zijn te slecht bekend om directe gevolgtrekkingen te kunnen veroorlooven, maar één ding is zeker, n.l. dat wij bij de binding van het 10e electron wederom tot een bijzonder stabiele en afgesloten configuratie gekomen zijn, die zich in den chemisch onwerkzamen aard van neon uit. Bohr is tot de opvatting gekomen dat vanaf het derde electron tot het tiende alle electronen in tweequants-banen gebonden worden, en wel vier in gelijkwaardige banen

[1]) Zie Physica, 2, pp. 269, 381.

van het 2_1-type die alle vier, op dezelfde wijze als zooeven het derde electron, periodiek de éénquants-configuratie bezoeken en dus om zoo te zeggen aan deze configuratie vastgemeerd of gekoppeld zijn, en vier in gelijkwaardige banen van het circulaire 2_2-type, die in verschillende vlakken in hetzelfde gebied als de 2_1-banen verloopen, en deze banen om het zoo eens uit te drukken tezamen houden als touwtjes die men om een pluk wol gebonden heeft (excuseert het beeld!). Dat wil dus zeggen dat het atoom om mee te beginnen, electronen in 2_1-banen heeft opgenomen, maar dat er een oogenblik gekomen is, waarop er voor een 2_1-baan geen „plaats" meer is (zooals er indertijd bij het derde electron geen plaats meer was voor een 1_1-baan) en waar het nieuw aangekomen electron met een 2_2-baan genoegen heeft moeten nemen. De elektronen der vier 2_1-banen bezoeken het gebied der eenquantsbanen niet gelijktijdig, maar afwisselend. Daarin komt, gelijk Bohr het uitdrukt, de onafhankelijkheid van de processen waaronder de bindingen geschied zijn, tot uiting.

Zoo hebben we dus onze stabiele en afgesloten neon-configuratie opgebouwd. Interessant is nu echter op te merken dat de tweequants-electronen eigenlijk dolgraag onder uitzending van straling naar eenquants-banen zouden overgaan, als er maar „plaats" voor zulke was. Ze loeren om het zoo eens uit te drukken op een gelegenheid, en zulk een gelegenheid kan nu werkelijk komen, namelijk doordat we een der eenquants-electronen uit het atoom wegrukken, hetzij door beschieten met snelle electronen, hetzij door bestraling met golven van kleine golflengte. Zoodra dat geschied is zal òf een electron in een 2_1-baan, òfwel een electron dat zich in een 2_2-baan bewoog, onder uitzending van straling de plaats van het weggeschoten electron gaan innemen. De daarbij uitgezonden spectraallijnen behooren tot het z.g.n. *karakteristieke Röntgenspectrum*; de hier gegeven verklaring van de Röntgenspectra sluit zich geheel aan bij de formeele vertolking die Kossel van ze gegeven heeft, maar gaat klaarblijkelijker dieper op het wezen der zaak in, omdat ze hier als een uiting van dezelfde wetten wordt opgevat, die algemeen aan de stabiliteit der atomen ten grondslag liggen.

Vragen we nu naar de bindingswijze van het 11e electron, dan zijn we weer bij de quaestie van het natriumspectrum aangeland die we op blz. 389 verlaten hadden. Daar de electronenbanen in den natriumromp een afgesloten neon-configuratie van het beschreven type vormen, moet het 11e electron in den normalen toestand in een baan blijven loopen, waarin het zich den meesten tijd buiten den romp beweegt in een elliptische lus welker afmetingen we op de vroeger beschreven wijze direct uit de empirische waarde van de eerste S-term kunnen afleiden. We kunnen nu ook op de volgende wijze besluiten, dat deze baan van het type 3_1 moet wezen. In den korten tijd, dat een electron, dat in een S-baan loopt, in den romp neergedoken is, zal zijn beweging n.l. meer en meer gaan gelijken op een Kepleriaansche baan, die met een moment der hoeveelheid van beweging gelijk aan $h/2\pi$ om een kern met kernlading N beschreven wordt en welker excentriciteit maar weinig van 1 verschilt. Heeft het electron het gebied bereikt waar de éénquants-electronen zich bewegen dan zal zijn baan nog maar zeer weinig verschillen van de baan die de 2_1-electronen in dat gebied beschrijven, omdat de energie waarmee het in het atoom gebonden is, zeer weinig zal uitmaken op de groote snelheden en krachten die daar voorkomen. Volgens formule (5) voor de parameter zal het dus zelfs binnen in de door de 1_1-banen omsloten ruimte neerduiken en den kern tot op een afstand ongeveer gelijk aan $A/2N$ naderen, om zich daarna weer te verwijderen en den romp te verlaten met de snelheid, waarmee het in dezen neerdook. Gedurende zijn bezoek in den romp heeft het buitenste electron dus den geheelen tijd een radiale snelheid dr/dt gelijk aan of grooter dan de radiale snelheid van een 2_1-electron, dat zich op denzelfden afstand van den kern bevindt. Het gevolg is, dat de waarde van de radiale phasenintegraal (3) voor 't buitenste electron beslist grooter moet wezen dan de waarde die deze integraal voor het 2_1-electron aanneemt; in den normalen toestand zal die waarde zoo klein als mogelijk zijn, dus gelijk aan 2, en daarmee is bewezen dat het hoofdquantumgetal 3 is.

In figuur 2 zijn gedeelten van de electronenbanen in 't natriumatoom met hoofdgetal 3 en 4 en met nevengetal 1, 2 en 3 schematisch aangegeven. Het gebied waarbinnen zich de romp bevindt, is door een gestippelde cirkel aangeduid. De banen met nevengetal 1 dringen tot dicht bij den kern door; van de banen met nevengetal 2 moet men echter ook aannemen, dat ze in den romp doordringen, en wel tot op een afstand van den kern, die iets grooter is dan $4A/2N$ (vgl. formule (5)). Uit overwegingen waarop ik hier niet kan ingaan heeft Bohr kunnen besluiten, dat dit heel zeker het geval moet zijn en dat het buitenste electron niet in een 2_2-baan kan bewegen omdat deze in den romp zou moeten verloopen, en omdat er daar geen plaats voor meerdere 2_2-banen is.

Ook bij atoomkernen met grootere kernlading dan 11 zal het 11e electron in den normalen toestand in een 3_1-baan blijven rondloopen; hoe grooter de kernlading is des te minder zal die

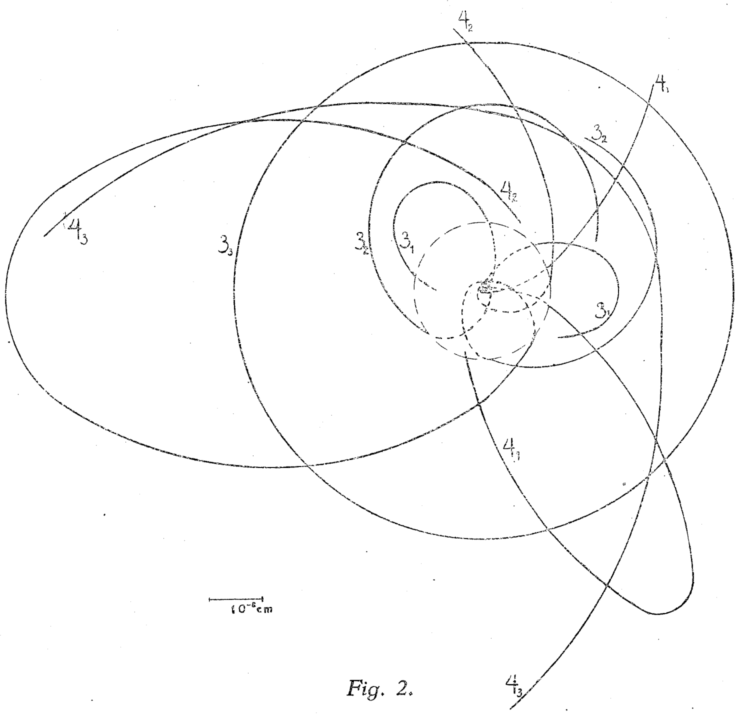


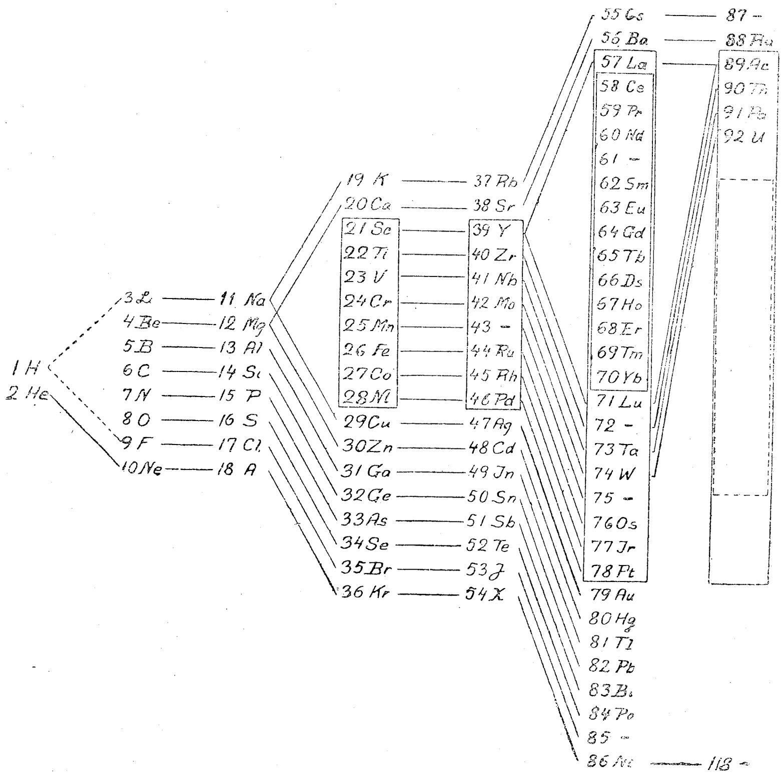
Fig. 2.

baan echter het vervormde karakter hebben van de 3_1-baan in natrium, omdat de krachten binnen in den romp niet meer in zoo hoogen graad de krachten zullen overwegen die buiten den romp op het electron werken. De binding van de volgende electronen, vanaf het 11e tot het 18e, zal nu op een analoge wijze geschieden als indertijd de binding vanaf het 3e tot aan het 10e. Er komt een oogenblik waar er voor 3_1-banen geen plaats meer is en waar in den normalen toestand het electron met een 3_2-baan tevreden moet zijn (bij aluminium is dit reeds het geval bij de binding van het 13e electron), en bij argon, waar het neutrale atoom 18 electronen bezit, zullen de 8 laatst gebondene op vier 3_1-banen en vier 3_2-banen verdeeld zijn die een harmonisch en afgesloten geheel met elkaar vormen dat van denzelfden aard is als bij de buitenste 8 electronen van de neon-configuratie, al is er dan ook dit verschil dat de 3_1-banen aan de één-quants-groep of schil gekoppeld zijn, terwijl de 3_2-banen aan de schil van tweequants-electroonbanen gekoppeld is (die zelf weer gedeeltelijk aan de binnenste schil gekoppeld is).

Waarom bij schillen, die uit banen van twee verschillende typen bestaan, er juist 4 van elk moeten zijn om een afgesloten geheel te vormen, is een vraag die nog niet beantwoord is. Het moet natuurlijk samenhangen met den aard van het wisselspel tusschen de verschillende electronen, maar hier tasten we op 't oogenblik nog bijna geheel in het duister.

Gaan we nu voort in het periodieke systeem en onderzoeken we den opbouw der atomen volgens dezelfde principes die we tot nu toe volgden, dan komen we automatisch tot een natuurlijke verklaring van de karakteristieke afwijkingen die de latere groepen in het systeem, vergeleken bij de eerste drie, vertoonen (vgl. blz. 18). Deze bestaan in de eerste plaats hierin dat de periodes langer worden (18, 18, 32), en in de tweede plaats in 't verschijnen van reeksen van opeenvolgende elementen die chemisch min of meer overeenkomstige eigenschappen vertoonen (triaden zooals de ijzertriade, zeldzame aarden). B o h r laat zien dat deze verschijnselen het natuurlijke gevolg zijn van de eigenschappen der stationnaire banen in het kernatoom. Beschouwen we de binding van het 19e electron, nadat er van te voren reeds 18 in een stabiele en afgesloten argon-configuratie gebonden zijn. Bij kalium ($N = 19$) zal dit electron in den normalen toestand in een 4_1-baan rondloopen, omdat er in den romp voor 3_1-banen geen plaats meer is, op analoge wijze als bij natrium de normale baan een 3_1-baan was, omdat er voor een 2_1-baan geen plaats meer was. Evenals daar zal ook bij kalium het buitenste electron, — dat men in aansluiting aan de chemische eigenschappen het valentie-electron kan noemen, omdat het gemakkelijk loslaat en daarna tot de vorming van een stabiel positief atoomion aanleiding geeft — met gelijke tusschenpoozen in den romp neerduiken en de kern ongeveer tot op een afstand $A/2N$ naderen. Evenals bij het valentie-electron van natrium is ook hier het effectieve hoofdquantumgetal (vgl. blz. 389) een stuk kleiner dan het werkelijke hoofdgetal (uit het spectrum vindt men dat het, evenals bij Na en Li, kleiner is dan 2). De zaak is nu echter deze, dat men bij kernlading grooter dan 19 in 't geheel niet zoo zeker er van kan zijn, dat het 19e electron in een 4_1-baan gebonden wordt. Men ziet namelijk gemakkelijk in, dat er een oogenblik moet komen, waar dit electron in den normalen toestand van het atoomion zich niet in een 4_1-baan maar in een 3_3-baan zal bewegen. De oorzaak hiervan is, dat bij grootere kernlading het relatieve verschil tusschen het krachtveld waarin een electron in een 4_1-baan zich binnen en buiten den romp beweegt, snel afneemt, zoodat ook het verschil tusschen het schijnbare en het ware hoofdgetal afneemt, en de energie waarmee het electron aan de kern gebonden is meer en meer gelijk wordt aan de energie, waarmee het in een vierquants-baan aan een kern met lading $N = 18$ gebonden is. Volgens de formule (4) zal dus een electron in een circulaire 3_3-baan, die bij het kaliumatoom nog aan een veel lossere binding beantwoordde, bij grootere kernlading sterker gebonden zijn dan wanneer het in een 4_1-baan rondliep, waarbij het ook nog van groote beteekenis is dat de 3_3-baan in de groep van 3_1- en 3_2-banen, zoo te zeggen, opgezogen wordt, omdat volgens (4) haar straal meer en meer aan de halve groote as der laatstgenoemde banen gelijk wordt.

Uit de eigenschappen der elementen kan men nu aflezen dat dit verschijnsel voor het eerst optreedt bij scandium ($N = 21$) d. w. z. reeds twee elementen na kalium, en vanaf dat oogenblik zal er, als men voortschrijdt in het periodiek systeem een completeering van de groep of schil van electronen in drie-quants-banen plaats vinden. De afsluiting van deze groep bij argon was slechts voorloopig, en men moet nu wachten totdat er een aantal nieuwe electronen in deze groep zijn opgenomen, voor ze voorgoed volledig afgesloten is. Men zou kunnen verwachten dat dit het geval is wanneer er in 't geheel 12 electronen in dezen groep zijn, n.l. 4 die zich in 3_1-banen, 4 die zich in 3_2- en 4 die zich in 3_3-banen bewegen, maar een nadere beschouwing der eigenschappen der elementen toont, dat de volledige groep van drie-quants-banen 18 electronen bezit. Door de aankomst van de nieuwe 3_3-electronen is het harmonische wisselspel, dat te voren tusschen de 3_1- en 3_2-banen bestond, verstoord; de groep heeft een „wond" gekregen en er komt nu ook plaats voor meerdere electronen in banen van deze typen. B o h r neemt aan dat de volledige groep 6 electronen in 3_1-banen, 6 in 3_2-banen en 6 in 3_3-banen bevat, maar over de details van het wisselspel tusschen deze kan hij voorloopig niet veel zeggen. In scandium en in de elementen die na scandium komen bevat het neutrale atoom een



onvolledige groep van drie-quants-banen en nog 1 of 2 electronen (de allerlaatst gebondene) in een vierquants-baan. In verband daarmee treedt (vanaf het titaan $N=22$) het verschijnsel op dat de valentie der stoffen niet meer zoo ondubbelzinnig bepaald is als dit bij de elementen vlak in de buurt van een edel gas het geval is. Uit de spectrale eigenschappen kan men aflezen, dat pas in het neutrale koperatoom ($N=29$) de drie-quants-groep afgesloten is. Dit bevat, behalve 2 electronen in één-quantsbanen, 8 in twee-quants- en 18 in drie-quants-, nog een los gebonden valentie-electron in een 4_1-baan, dat bij zijn binding een spectrum kan uitzenden dat veel op dat van de alkalien gelijkt.

Uit het feit dat nikkel ($N = 28$) geen edel gas is, blijkt dat de groep van 18 al te zwak gebouwd is om als buitenste groep in een atoom op te treden.

In de tabel op blz. 274, hiernaast gereproduceerd, zijn de elementen voor welke de driequants-groep in het normale atoom zich in een stadium van completeering bevindt, omlijnd. De gedachte dat het bij de elementen in 't midden van de 4e periode om een aanvulling van een betrekkelijk diep in 't atoom liggende groep van electronen gaat, is niet alleen vroeger door Ladenburg uitgesproken, maar vindt men ook reeds in Bohr's verhandelingen uit het jaar 1913; toen bestonden echter nog niet de hulpmiddelen om die gedachte nader uit te werken.

Met koper te beginnen komt er een rij van 8 elementen die chemisch homoloog zijn met de elementen in de tweede en derde groep van 't periodieke systeem. Hier zijn we klaarblijkelijk getuige van een vorming van een schil van electronen in vier-quants-banen, die zich op analoge wijze voltrekt als de vorming van de drie-quants-banen in de derde groep. Men mag aannemen dat die schil in het edel gas krypton een harmonisch wisselspel vertoont tuschen 4 electronen in 4_1-banen en 4 electronen in 4_2-banen. De eerste zijn aan de een-quants-groep, de tweede aan de twee-quants-groep gekoppeld. In het bijgaande staatje is aangegeven hoe Bohr zich de electroonschillen in de edele gassen opgebouwd denkt. 1)

Element	Atoom-nummer	Aantal electronen in n_k banen																	
		1_1	2_1	2_2	3_1	3_2	3_3	4_1	4_2	4_3	4_4	5_1	5_2	5_3	5_4	5_5	6_1	6_2	6_3
Helium	2	2																	
Neon	10	2	4	4															
Argon	18	2	4	4	4	4	—												
Krypton	36	2	4	4	6	6	6	4	4	—	—								
Xenon	54	2	4	4	6	6	6	6	6	6	—	4	4	—	—	—			
Niton	86	2	4	4	6	6	6	8	8	8	8	6	6	6	—	—	4	4	—

Laten we nu overgaan tot de vijfde groep van het periodieke systeem, die evenals de vierde 18 elementen telt, en ook in alle andere opzichten veel op de vierde groep lijkt. Aangezien de

1) Een meer uitgebreide tabel over den opbouw van neutrale atomen vindt men in een buitengewoon interessant artikel van Bohr en Coster, dat dezer dagen in Zeitschrift für Physik verschijnt.

vier-quants-schil in krypton nog slechts voorloopig is afgesloten — er ontbreken nog 4_3-banen en 4_4-banen — mogen we een soortgelijke ontwikkeling verwachten als in de vierde groep. Om mee te beginnen zal het 37e electron in den normaaltoestand een 5_1-baan verkiezen boven een 4_3-baan. Dat is het geval bij rubidium ($N = 37$) en strontium ($N = 38$), en vindt, in analogie met wat we bij natrium en kalium zagen, zijn oorzaak in de omstandigheid dat het schijnbare hoofdgetal zooveel kleiner is dan het werkelijke hoofdgetal. Reeds bij yttrium ($N = 39$) beantwoordt een 4_3-baan echter aan een sterkere binding van het 37e electron dan een 5_1-baan, en begint er een completeering van de vier-quants-schil die bijkans geheel analoog is aan de completeering van de drie-quants-schil in de vierde groep van het systeem. Een verschil is echter dit, dat de nieuwe banen ditmaal niet circulair zijn, maar van het langwerpige 4_3-type. Met behulp van de formules (4) en (5) ziet men dat deze 4_3-banen in het gebied der drie-quants-schil zullen doordringen en den kern zullen naderen op een afstand ietwat grooter dan $9\,A/2\,N$ (of ietwat nauwkeuriger $9\,A/2\,(N - 10)$). Deze omstandigheid uit zich ook op herkenbare wijze in de eigenschappen van de elementen van de vijfde groep; een punt waar we niet verder op in zullen gaan. In het normale zilveratoom is voor de eerste maal de vier-quants-schil opnieuw afgesloten, en bestaat dan uit zes 4_1-banen, zes 4_2-banen en zes 4_3-banen. De elementen, waarbij in het normale atoom die ontwikkeling van achttallige tot achttientallige schil aan den gang is, zijn in de tabel op blz. 18 omlijnd. Wel is waar ontbreken nog 4_4-banen, maar een eenvoudige berekening leert, dat we die voorloopig nog niet te vreezen hebben. Vanaf zilver tot xenon vindt er een ontwikkeling van de buitenste vijf-quants-schil plaats, en in xenon zelf ontmoeten we de afgesloten en symmetrische electronen-configuratie die in het staatje op blz. 19 is aangegeven.

Zooals men ziet zijn er in xenon twee schillen die nog niet volledig afgesloten zijn: de vierquants-, die nu al vrij diep in het atoom zit, en de vijfquants-schil. Het gevolg daarvan is dat we in de zesde groep een geheel nieuw verschijnsel mogen verwachten. Om mee te beginnen wordt in caesium ($N = 55$) en in barium ($N = 56$) het 55e electron in een 6_1-baan gebonden, maar al spoedig wordt deze baan concurrentie aangedaan door de 5_3-banen, en in lanthaan ($N = 57$) dat homoloog is met yttrium en scandium wint de 5_3-baan het. Maar reeds in het volgende element, cerium, doen bij de successieve binding de 4_4-banen, die al zoo lang op de loer lagen, haar recht gelden, en wordt het 57e electron reeds in een baan van dit type gebonden. Van dit oogenblik af aan krijgen we, bij aangroeiend atoomnummer, met een reorganisatie en completeering van de vierquants-schil te doen en de vijf-quants-schil moet zoo lang geduld hebben. Het verschil tusschen twee opeenvolgende elementen zal nu in den verschillenden bouw van de vierquants-schil liggen; deze bevindt zich echter zoo diep in het atoom, dat de chemische eigenschappen, die om zoo te zeggen meer met de oppervlakte van het atoom te doen hebben, maar weinig van elkaar schelen. Hier hebben we dus een verklaring van het optreden van de familie der zeldzame aarden, die pas afgesloten zal zijn als de vierquants-schil haar volledige harmonie en afsluiting bereikt heeft. Uit het aantal van zeldzame aarden mag men besluiten dat in dien toestand de schil 32 electronen telt. Door het optreden van de 4_4-banen is de oorspronkelijke symmetrie in dien graad gestoord, dat er nu ook plaats gekomen is voor een grooter aantal 4_3-, 4_2- en 4_1-banen, en, gelijk in het staatje op blz. 19 aangegeven neemt Bohr aan dat er ten slotte 8 banen van ieder type in de groep aanwezig zullen zijn.

In de laatste der zeldzame aarden, lutetium ($N = 71$) is de vierquants-schil geheel klaar; de elementen waarbij ze nog in ontwikkeling was, zijn in de tabel omlijnd. Na lutetium kan nu de bij cerium afgebroken ontwikkeling van de vijfquants-schil haar gang gaan; we krijgen, evenals in de vijfde en vierde groep een reeks van elementen met wankelende waardigheid, en pas in goud zijn we eindelijk weer zoover dat we aan de tot nu toe verzuimde zes-quants-groep kunnen beginnen. In het radioactieve edel gas niton ($N = 86$) zijn we dan ten slotte tot de in het staatje op blz. 19 aangegeven stabiele configuratie aangeland, die, gelijk men ziet, nog twee schillen bezit, welke nog niet volkomen zijn afgesloten.

Dat zal zich natuurlijk in de zevende groep van het periodieke systeem doen gevoelen, waar in actinium, dat een lanthaan-homoloog is, de 6_3-baan reeds in het normale atoom is ingeslopen. De gestippelde omlijning in de tabel duidt er op dat men ook in deze groep moet verwachten op een soortgelijke reeks van elementen als de zeldzame aarden te zullen stuiten, beantwoordend aan een ontwikkeling van de vijfquants-groep. In uraan, dat van alle bekende elementen het hoogste atoomnummer bezit, is deze ontwikkeling echter nog niet aangevangen, wat samenhangt met het langwerpige karakter der 5_4-banen, in tegenstelling met de 4_4-banen, waar we in de vorige groep mee te doen hadden.

We zijn nu aan het einde gekomen van onze schildering van Bohr's nieuwe en schoone gedachten. Al kan het niet ontkend worden dat men nog altijd zeer ver verwijderd is van de vervulling van het ideaal dat ik in het begin der inleiding beschreef, toch hoop ik dat de lezers den indruk gekregen hebben, dat Bohr een nieuwe en te voren ongekende samenhang van de eigenschappen der elementen onthuld heeft, die een vruchtbaren en vertrouwenwekkenden grondslag voor verdere onderzoekingen over den atoombouw verschaft.

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 6 Januari 1923, in het Natuurkundig Laboratorium der Universiteit te Amsterdam.

De heer G. Hertz houdt een voordracht over:

De scheiding van gasmengsels door diffusie in een stroomend gas.

Voor een stationair diffusie-proces in een stilstaand medium geldt, zooals bekend is, de differentiaalvergelijking: $\Delta \varrho = 0$; hierin is ϱ de dichtheid van het diffundeerende gas. In deze vergelijking komt de diffusieconstante in het geheel niet voor, zoodat de verdeeling der dichtheid onafhankelijk is van deze constante. Wanneer men een mengsel van verschillende gassen in een stilstaand medium laat diffundeeren, is dus de verhouding van de partieele drukken der componenten overal dezelfde; een ontmenging van het gasmengsel zal hierbij dus niet plaats vinden. Dit wordt echter anders, wanneer men een stationair diffusie-proces in een bewegend medium beschouwt, bijvoorbeeld de diffusie van een gas of een mengsel van gassen in een ander stroomend gas, dat wij verder als „hulpgas" zullen aanduiden.

De snelheid van het hulpgas, als vector beschouwd, zij $\mathbf{v}$; eenvoudigheidshalve nemen wij aan: div $\mathbf{v} = 0$. Verder zij δ de diffusieconstante van het diffundeerende gas. De hoeveelheid gas welke per tijdseenheid door de oppervlakte-eenheid diffundeert — m. a. w. de stroomdichtheid — noemen we $\mathbf{i}$; zij bestaat uit de som van diffusiestroom en convectiestroom, dus

$$\mathbf{i} = -\delta \operatorname{grad} \varrho + \varrho \mathbf{v}.$$

Daar wij een stationair proces beschouwen is div $\mathbf{i} = 0$; gecombineerd met de bovengenoemde uitdrukking voor $\mathbf{i}$ komt men tot de differentiaalvergelijking voor een stationair diffusie-proces in een stroomend hulpgas:

$$\Delta \varrho = \frac{1}{\delta} (\mathbf{v} \,.\, \operatorname{grad} \varrho).$$

In deze differentiaalvergelijking komt nu de diffusieconstante δ wel voor; hier hangt dus de ruimtelijke verdeeling der dichtheid van het diffundeerende gas van de diffusieconstante van dit gas af. Zoodoende is de mogelijkheid gegeven, om een dergelijk proces te gebruiken om mengsels van gassen te scheiden.

Wij beperken ons nu verder tot het geval, dat het hulpgas met een constante snelheid v in de richting van de negatieve X-as stroomt.

De differentiaalvergelijking wordt voor dit geval

$$\Delta \varrho = -\frac{v}{\delta} \frac{\partial \varrho}{\partial x} \quad {}^{1)}$$

Als eerste voorbeeld beschouwen we de diffusie van een gas *tegen* den stroom van het hulpgas in; daarbij stellen wij $\varrho = \varrho_0$ voor $x = 0$, en $\varrho = 0$ voor $x = \infty$.

De oplossing luidt dan:

$$\varrho = \varrho_0 \, e^{-\frac{v x}{\delta}}.$$

De dichtheid van het diffundeerende gas neemt dus exponentieel af, in een mate die door de verhouding van diffusieconstante en stroomsnelheid bepaald wordt.

Laat men een mengsel van twee gassen tegen den stroom van het hulpgas in diffundeeren, dan vindt men dat de verhouding van de partieele drukken op de volgende wijze van x afhangt:

1) Vergel. S. Holst Weber. Handelingen van het 17de Nederlandsch Natuur- en Geneeskundig Congres 1919, p. 139.

$$\frac{\varrho}{\varrho^1} = \frac{\varrho_0}{\varrho_0{}^1}\, e^{-v\,x\left(\frac{1}{\delta} - \frac{1}{\delta^1}\right)};$$

hier zijn ϱ_0 en $\varrho_0{}^1$ de partieele drukken der beide gassen op de plaats $x=0$. Deze vergelijking leert, dat men bij een bepaalde waarde van x door geschikte keuze van v, of ook bij een bepaalde waarde van v door geschikte keuze van x, iedere — dus ook een willekeurig kleine — waarde van de verhouding der partieele drukken krijgen kan.

Als tweede voorbeeld beschouwen we de uitbreiding van een gas, dat op een zeker punt in een constant stroomend hulpgas binnentreedt; de stroom hebbe weer de snelheid v in de richting der negatieve X-as. Neemt men het punt waar het diffundeerende gas in den stroom treedt, als oorsprong van het coördinatensysteem, en voert men als tweede coördinaat de radiusvector r in, dan wordt de oplossing voor dit geval:

$$\varrho = \frac{C}{r}\, e^{-\frac{v}{\delta}\,\frac{r+x}{2}}\text{, waarin } C \text{ een constante is.}$$

De factor C/r correspondeert met de diffusie in een stilstaand medium; de exponentieele functie is aan de strooming toe te schrijven, en is van denzelfden vorm als in het eerste voorbeeld; inplaats van x treedt hier $\frac{r+x}{2}$ op.

De beide besproken gevallen kunnen verwerkelijkt en voor de scheiding van gasmengsels gebruikt worden. Als hulpgas werd door spreker bij zijn experimenten een damp gebruikt, en wel waterdamp. Dit heeft het voordeel, dat men hierbij het hulpgas op een eenvoudige wijze van de diffundeerende gassen kan scheiden, n.l. door condensatie. De voornaamste moeilijkheid bij de experimenten bestaat in het maken van een constanten dampstroom. Vooral in het eerste besproken geval van diffusie tegen den stroom in, moeten aan de gelijkmatigheid van den stroom hooge eischen worden gesteld. Een stroom door een cylindrische buis kan hier niet gebruikt worden omdat hierbij de snelheid op de as grooter is dan bij den wand. Een stroom die voldoende gelijkmatig is — al is het dan ook in een vrij klein gebied — kan men verkrijgen wanneer een damp uit een vat A door een cylindrisch gat in een ander vat *B* stroomt, mits de middellijn van het gat ongeveer gelijk is aan zijn diepte.

Brengt men het te scheiden gasmengsel in het vat *B*, dan is bij geschikt gekozen snelheid van den dampstroom, vrijwel alleen de componente met de snelste diffusie in staat om tegen den stroom in het vat *A* binnen te dringen.

In het door spreker volgens dit principe geconstrueerde toestel stroomde de waterdamp door 35 gaten van 1 mm. middellijn, welke geboord waren in een plaat met een dikte van 1 mm. Bij de experimenten werd voornamelijk een mengel van helium en neon gebruikt; inderdaad was reeds bij één enkel diffusieproces in overeenstemming met de theorie een ver-gaande scheiding te constateeren. De opbrengst was echter veel geringer dan uit de theoretische berekening zou volgen. Dit is toe te schrijven aan het feit, dat het geval van diffusie tegen den stroomenden damp in, niet streng verwerkelijkt is; immers het diffundeerende gasmengsel moet van op zijde in de dampstralen diffundeeren, die uit de afzonderlijke gaten stroomen. Om de mate waarin de scheiding tot stand komt, nader aan te geven, moge vermeld worden, dat uit een mengsel van neon en helium, met ongeveer 30 % helium. door één enkel diffusieproces helium werd afgescheiden van een dusdanige zuiverheid, dat bij een druk van ongeveer 1 mm het neonspectrum met een eenvoudige spectroscoop niet meer kon worden waargenomen; terwijl toch helium in spectraal opzicht uiterst gevoelig is voor de aanwezigheid van sporen neon.

Ook werd door spreker een toestel geconstrueerd, waarbij gebruik werd gemaakt van het in het tweede voorbeeld aangegeven beginsel. Dit toestel leverde een even goede scheiding op als het eerste, terwijl de opbrengst aanmerkelijk beter is. In dit toestel stroomt het hulpgas uit het open einde van een cylindrische buis van 9 mm. wijdte; op een afstand van 3 mm. van het einde dezer buis begint een andere buis, van metaal. waarvan de opening een middellijn van 6 mm heeft. De rand der opening is scherp toegespitst, zoodat van de cylindrische straal van 9 mm de buitenste schil wordt afgesneden. Het gasmengsel wordt aangevoerd door een nauwe capillair, die uitmondt in de as van de dampstraal op de plaats waar deze de buis van 9 mm verlaat. Bij een geschikte keuze van de snelheid van den dampstroom zal de afgesneden buitenschil van den dampstraal alleen de componente met de grootste diffusiesnelheid bevatten. Door condensatie van de damp kan deze componente dan verder worden afgezonderd. Het overblijvende deel van het gasmengsel, dat met den dampstroom in de buis van 6 mm treedt, wordt eveneens door condensatie van den damp gescheiden, en kan door middel van een circulatiepomp opnieuw aan het proces deelnemen. Voor nadere bijzonderheden moge verwezen worden naar een mededeeling die binnenkort in de Verslagen der Koninklijke Akademie zal verschijnen.

Het is niet zonder belang om na te gaan of deze methode met vrucht zou kunnen worden toegepast bij de scheiding van isotopen. Ongetwijfeld biedt zij in vergelijking met andere diffusiemethodes die voor dit doel zijn gebruikt, groote voordeelen. Waar echter het verschil der diffusieconstanten van isotopen zoo gering is, moet men, om te kunnen slagen, zeer hooge eischen stellen aan de gelijkmatigheid van den dampstroom; zoodat het spr. wenschelijk voorkomt eerst de apparatuur in dit opzicht nog te verbeteren, alvorens te trachten isotopen langs dezen weg te scheiden.

PROF. DR. A. D. FOKKER.

Bij Kon. Besl. van 29 December 1922 No. 61 werd Dr. A. D. Fokker benoemd tot gewoon hoogleeraar aan de Technische Hoogeschool te Delft in de Afdeeling der algemeene wetenschappen, om onderwijs te geven in de theoretische en toegepaste natuurkunde.

Daar het te verwachten was, dat de redactie van Physica, die bij voorkomende gelegenheid steeds zoo ijverig voor de vermelding van personalia in haar tijdschrift zorgt, bij deze benoeming een bescheiden stilzwijgen zou bewaren, zoo heb ik aan twee leden der redactie gevraagd ditmaal als berichtgever te mogen optreden, hetgeen welwillend werd toegestaan.

Fokker, op 17 Augustus 1887 te Buitenzorg op Java geboren, bezocht in 's-Gravenhage een lagere school en daarna een Hoogere Burgerschool met 5-j. c., waarvan hij in 1904 het einddiploma verwierf.

Hij werd daarop ingeschreven voor de studie voor mijnen-ingenieur (zooals het toenmaals heette) aan de Polytechnische School te Delft, doch in den loop van het eerste jaar werd het hem duidelijk, dat een diepere studie van de natuurkunde dan binnen de grenzen van het onderwijsprogramma der P. S. mogelijk was, hem onweerstaanbaar aanlokte.

Na eenig overleg, ook met Prof. Lorentz, besloot hij van studierichting te veranderen en ging hij zich voorbereiden voor het aanvullend examen in Latijn en Grieksch, dat toen nog noodig was om aan de Universiteit tot de examens in wis- en natuurkunde te worden toegelaten. Hij slaagde voor dat examen in 1906 en kon zich van toenaf aan de Rijksuniversiteit te Leiden geheel wijden aan de studie van het vak zijner keuze.

Zijn promotie tot doctor in de wis- en natuurkunde volgde op 24 October 1913, na verdediging van een proefschrift: Over de Brown'sche bewegingen in het stralingsveld en waarschijnlijkheidsbeschouwingen in de stralingstheorie. Prof. Lorentz was daarbij zijn promotor.

Hij beschouwde zijn wetenschappelijke opleiding daarmede nog niet voltooid; in den winter van 1913-1914 studeerde hij in Zürich onder Einstein en in het voorjaar van 1914 werkte hij in Manchester in het laboratorium van Prof. Rutherford aan onderzoekingen op het gebied der radioactiviteit, terwijl hij nog in de gelegenheid was te Leeds zich van nabij op de hoogte te stellen van het experimenteele werk van Bragg betreffende terugkaatsing van Röntgen-stralen aan kristalvlakken.

Hiermede namen zijn Lehr- und Wanderjahre een einde; Fokker keerde naar Nederland terug, terwijl hem de functie van assistent voor de natuurkunde aan de universiteit te Leiden was toegedacht. Doch de wereldoorlog bracht een onverwachte wijziging in deze plannen; hij werd in Aug. 1914 gemobiliseerd en bleef in militairen dienst totdat hij zich in 1917 in het genot van groot verlof zag gesteld. Zijn militaire diensttijd ging echter niet geheel voor de natuurkunde verloren. Te Leiden toegelaten als privaat-docent ving hij zijn werkzaamheden op 3 December 1914 als zoodanig aan met een openbare les over: De materie als meetkundige grootheid.

Na afloop van zijn actieven militairen dienst werd hij assistent voor de natuurkunde aan de Rijksuniversiteit te Leiden. Sedert dien tijd nam hij ook deel aan het afnemen der propaedeutische natuurkunde-examens aan de T. H. te Delft.

In September 1921 aanvaarde Fokker de betrekking van leeraar in de Natuurkunde aan het gymnasium te Delft. Reeds dadelijk bleek zijn groote belangstelling voor het onderwijs; het nieuwe onderwijs-programma der gymnasia was juist ingevoerd en bracht voor de natuurkunde groote uitbreiding en nieuwe moeilijkheden mede, vooral daar het den leeraar meer vrijheid laat dan op de H. B. S. het geval is.

In vele opzichten wijkt de door Fokker bij zijn onderwijs gevolgde methode af van hetgeen op dit gebied traditie is geworden. Op de basis van een concentrische indeeling van de leerstof, tracht hij zijn jeugdige toehoorders vooral door eigen aanschouwing, zoowel uit experimenten als uit logisch denken voortvloeiend, in de wereld der physische verschijnselen en wetten in te voeren.

Door het opgeven van veelvuldige toepassingen in den vorm van vragen en vraagstukken, waarbij dikwijls grafische voorstellingen of teekeningen te pas komen, legt hij zijn leerlingen even zoovele denkoefeningen voor. Bij dit alles weet hij in hooge mate hun belangstelling te wekken.

Van zijn zin voor wetenschappelijken arbeid getuigen verschillende geschriften, sedert 1913 van zijn hand verschenen, en waarvan aan het slot van dit bericht een overzicht volgt. Hij behandelde daarin voornamelijk onderwerpen uit de theorie van de relativiteit, de straling en de zwaartekracht; voor het tijdschrift „Physica" schreef hij bovendien verschillende studies, die in zijn ervaring als gymnasium-docent hun oorsprong vonden.

Thans zal Fokker de betrekking aan het gymnasium verwisselen voor die van hoogleeraar in de natuurkunde aan de T. H. als opvolger van W. J. de Haas, die naar Groningen vertrok. Dit feit is door allen, die bij het gymnasium te Delft betrokken zijn, niet het minst door de leerlingen, met gemengde gevoelens vernomen; het wordt zeer betreurd, dat zijn werkzaamheid aldaar reeds nu ten einde loopt. Ongetwijfeld zou Fokker zelf zijn taak aan het gymnasium gaarne nog eenigen tijd hebben voortgezet om te ervaren welke resultaten met zijn methode te bereiken en welke veranderingen daarin nog aan te brengen zouden zijn.

Aan de T. H. wordt zijn benoeming met vreugde begroet, ook omdat gedurende eenigen tijd het gevaar dreigde, dat als bezuinigingsmaatregel de in Sept j.l. opengekomen leerstoel niet meer zou worden vervuld. Het arbeidsveld voor het natuurkundig onderwijs aan de T. H. te Delft is zoo uitgestrekt, de beteekenis van de natuurkunde en hare methoden van zoo overwegend belang voor de techniek, dat inkrimping van het toch al niet groote getal hoogleeraren voor dit vak onverantwoordelijk zou zijn geweest.

Deze wolk is nu weggetrokken en wij heeten Fokker hartelijk welkom in zijn nieuwen werkkring.

Wij wenschen hem toe, dat het hem gegeven zal zijn daarin zijn gaven en talenten ten volle te ontplooien tot eigen voldoening en ter bevordering van den bloei der T. H., moge het zijn gedurende vele jaren.

Dat hij daarbij den tijd en de kracht moge vinden om de belangen van „Physica'' te blijven behartigen zooals hij dit tot tot dusver deed, is ongetwijfeld de wensch van alle lezers van dit tijdschrift.

LIJST VAN GESCHRIFTEN VAN A. D. FOKKER.

1913 Over de Brown'sche bewegingen in het stralingsveld, en waarschijnlijkheidsbeschouwingen in de stralingstheorie (Academisch proefschrift).

1914 Die mittlere Energie rotierender elektrischer Dipole im Strahlungsfeld, Ann. d. Physik, 4e Folge, Bd. **43**, S. 810.

„ A. Einstein und A. D. Fokker, Die Nordströmsche Gravitationstheorie vom Standpunkt des absoluten Differentialkalküls, Ann. d. Phys. **44**, S. 321.

1915 A Summary of Einstein and Grossmann's Theory of Gravitation, Phil. Mag., vol. **29**, p. 77.

1917 De virtueele verplaatsingen van het electromagnetische en van het zwaartekrachtsveld bij de toepassing van Hamilton's variatiebeginsel; verslag Zitting Kon. Akad. v. Wetensch. te Amsterdam van 27 Januari.

„ De natuurlijke meting van den afstand van twee naburige punttijdstippen in de vierdimensionale wereld. Mededeeling op het Nat. en Geneesk. congres te 's-Gravenhage. (Handel. p. 171.)

„ Over de natuurlijke verkorting van lichamen, die zich bewegen, en de paradox der relativiteitstheorie, die er mede samenhangt. Vragen van den Dag.

1918 Sur les mouvements Brouwniens dans le champ du rayonnement noir, Arch. Néerl. des sc. exactes et nat., serie III A, tome IV p. 379, (ingezonden in Jan. 1914).

„ De localiseering der energie in electromagnetische velden; voordracht genootschap ter bevordering van natuur-, genees- en heelkunde te Amsterdam, gehouden 18 Januari. (Werken van het genootschap, tweede serie, deel **9**, p. 327.)

„ Over hetgeen in niet-Euclidische ruimten beantwoordt aan een verplaatsing evenwijdig aan zichzelf, en over de Riemanniaansche kromtemaat; verslag zitting Kon. Akad. van Wetenschappen te Amsterdam van 29 September.

1919 De bijdragen van polarisatie- en magnetiseeringselektronen tot den elektrischen stroom; verslag zitting Kon. Akad. van Wetensch. van 27 Juni.

1920 De geodetische precessie; een uitvloeisel van Einstein's gravitatietheorie; verslag zitting Kon. Akademie van Wetensch. van 30 October.

„ La théorie des électrons à l'intérieur des atomes; Arch. Néerl. III A, tome V p. 193.

1921 Over de gedaante van een rollenden hoepel; en eenige consequenties. Phys. 1 p.35

„ Stationnaire elektronenbewegingen, Physica 1, p. 107.

„ Oefeningen in de elektronentheorie, idem, 199.

1922 Verklaring der minimum-deviatie zonder formules, Physica 2, pag. 82.

„ Realisme, formalisme en tweetrappig natuurkundig onderwijs; Physica 2, p. 108.

„ De druk in bepaalde lagen der zonneatmosfeer volgens Pérot, en het Einstein-effect voor lijnen in het zonnespectrum; Physica 2, p. 216.

„ Beginsel van Huygens in het middelbaar onderwijs; Physica 2, p. 235.

„ Relativistische Studie, proeve van antwoord aan Prof. Dr. G. Heymans, De Gids.

Bovendien werden door Fokker bewerkt: van de lessen over theoretische natuurkunde, aan de Rijks-Universiteit te Leiden gegeven door Dr. H. A. Lorentz

deel I, Stralingstheorie, verschenen in 1919.

deel VI, Het relativiteitsbeginsel voor eenparige translaties, verschenen in 1922.

M. DE HAAS.

BOEKBESPREKING.

J. Geitler, **Elektromagnetische Schwingungen und Wellen,** 215 blz., 110 fig. — Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1921. Prijs ing. M. 30.— + valuta-vereffening.

Dit is de tweede vermeerderde druk van het bekende boek, waarvan in 1905 de eerste druk verscheen. Sinds dien tijd zijn er op het gebied van de electromagnetische golven enorme theoretische, experimenteele en technische vorderingen gemaakt, die voor een deel in deze tweede druk zijn beschreven. Voor een deel, want practisch alle literatuur die na 1914 in een andere taal dan het Duitsch is verschenen, stond den auteur, die hoogleeraar is te Graz, volgens zijn inleiding niet ter beschikking. Doordat nu de Duitsche literatuur zeer zorgvuldig en kritisch bewerkt is, kan het niet anders, of het boekje moet den niet-ingewijden lezer eenzijdig oriënteeren. Den meer ingewijden Hollandschen lezer doet het vaak wat onaangenaam aan meer dan noodig naar het Oosten gewezen te worden. Langen tijd gaat het goed zonder beschouwing van de niet-Duitsche literatuur, maar hoe het soms hopeloos scheef kan loopen getuigt blz. 163, waar de voortschrijding der golven in de draadlooze telegraphie over groote afstanden wordt behandeld.

Maar afgezien van deze (noodgedwongen) tendentie, herlazen we dezen tweeden druk met veel gedoegen. Na een korte inleiding over de werking op afstand behandelt de schrijver op zeer duidelijke wijze het werk van Faraday, Maxwell en Hertz. De schrijver begint bij het begin. Via het statische electrische en magnetische veld en via gelijkstroomen, komen we tot de inductiestroomen en electromagnetische trillingen en golven. De proeven van Hertz worden zeer uitvoerig beschreven. Bij de bespreking van de straling van een dipool van Hertz wordt voorts nog iets medegedeeld van de theorie der quanta. Dan komen de gekoppelde trillingen aan de orde en daarna een algemeene beschouwing over de proeven met lange electromagnetische golven ter illustratie van optische experimenten. Hierna vraagt de schrijver onze aandacht voor de uitbreiding der electromagnetische straling, skin-effect, reflectie en absorptie van golven. Daarop volgt een zeer lezenswaard hoofdstuk over het probleem van het voortbrengen van electrische trillingen, waarbij aan het mooie werk van Barkhausen terecht meer aandacht geschonken is dan gewoonlijk geschiedt. Ten slotte komen, wat beknopt, de trioden ter sprake en andere detectoren.

In dezen tijd van „broadcasting", waarin er zooveel populaire-onwetenschappelijke literatuur, hoofdzakelijk van Amerika en Engeland ons wordt aangeboden, is het een verfrissching een, ofschoon wat eenzijdig, toch zuiver wetenscbappelijk en tevens populair boek als van Von Geitler te lezen. v. d. P.

Oreste Murani, **Proprietà cardinali dei sistemi diottrici. Strumenti d'ottica.** 267 blz., 116 fig. — Ulrico Hoepli, Milano 1921. Prijs 18.50 Lire.

Een cursus over optische instrumenten gegeven aan de technische hoogeschool te Milaan. In het eerste gedeelte wordt de geometrische optica van gecentreerde brekende systemen behandeld, waarbij grafische en analytische methodes om den gang der lichtstralen te bepalen, worden gegeven. Hierop volgt een bespreking van de eigenschappen van het oog en van de meest gebruikte optische instrumenten, zooals mikroskoop, verrekijker, enz. In het bijzonder is het oog en zijn aberraties uitvoerig behandeld, uitvoeriger dan men dit gewoonlijk in dergelijke boeken vindt.

Uit den aard der zaak zal men in dit boek niet veel nieuws vinden, doch wel een duidelijk geschreven, systematische behandeling van dit onderwerp. G. H.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

Handelingen van het *Tweede Nederlandsch-Indisch Natuurwetenschappelijk Congres,* Bandoeng, 11-14 Mei 1922, 46 + 213 + VII blz., talrijke fig. en repr. — Bandoeng, N.V. vh. Nix & Co., 1922.

Gedenkboek H. Kamerlingh Onnes, Het Natuurkundig Laboratorium der Rijks-Universiteit te Leiden, 458 blz., talrijke fig. en illustraties. — Ed. IJdo, Leiden, 1922. Prijs f 10.—.

E. E. Mogendorff, Natuurkunde voor het voorbereidend Hooger Onderwijs, IIe deel, 192 blz., 130 fig. — P. Noordhoff, Groningen, 1922. Prijs f 3.90 en f 4.50.

A. Goetz, Physik und Technik des Hochvakuums, 144 blz. 69 fig. — Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1922, Prijs f 2,50.

D. J. Struik, Grundzüge der mehrdimensionalen Differentialgeometrie, 198 blz., 4 fig. — W. L. & J. Brusse's Uitgeversmaatschappij, Rotterdam, 1922.

W. van Bemmelen, Wonderlijke Geschiedenissen der Stof 277 blz. — G. Kolff & Co., Batavia. Prijs geb. f 7,50.

N. Bohr, Ueber die Quantentheorie der Linienspektren, übersetzt von P. Hertz, 168 blz. — Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1923. Prijs f 2,50.

E. Study, Mathematik und Physik, Eine erkenntnistheoretische Untersuchung, 31 blz. — Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1923. Prijs Mk 675.

RECTIFICATIE.

Wij brengen bij dezen onder de aandacht van belangstellenden, dat de conclusie van een van ons (C. A. C.) op pag. 229 van het Gedenkboek 1904—1922, aangeboden aan Prof. Kamerlingh Onnes, nl.: „Zulke modellen zijn te Amsterdam in gebruik. Geen wonder dus, dat de te Amsterdam bereikte nauwkeurigheid zooveel bij die der P. T. R. bleek achter te staan", onjuist is. Binnenkort zal in de Verslagen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam eene mededeeling verschijnen, waarin de zaak in questie nader zal worden toegelicht.

PH. KOHNSTAMM.
C. A. CROMMELIN.

MEDEDEELINGEN.

AAN DE KAAK GESTELD.

In „De Amsterdammer" van 30 December 1922 citeert Charivarius onder de rubriek „Deutschland, Deutschland über Alles" ons tijdschrift:

„De Leidsche flesschen worden door een elektriseermachine opgeladen." (Physica.)

Charivarius heeft schoon *recht. Alleen de kamp is zwaar* tegen de *opname van quantelingen,* zooals ze tegenwoordig worden *aangezet,* van atomen met *nederigen erregings*potentiaal, of Hertz*sche* golven. Ons Nederlandsch wordt haast weggespoeld door al die *spoel-apparaten,* die men in de moderne galvanometers *bouwt.*

Wij doen een beroep op onze inzenders om verdere aan-de-kaak-stellingen van Physica te helpen voorkomen.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 27 Januari 1923, des namiddags te 3.45 uur in de kleine collegezaal van het Physisch Laboratorium der Universiteit te Amsterdam, Plantage Muidergracht.

Agenda:

Jaarverslag van Secretaris en Penningmeester.

Bestuursverkiezing.

Mej. R. Riwlin. De aard der extinctie in vloeibare kristallen.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

3e JAARGANG FEBRUARI 1923 NUMMER 2.

MODERNE NATUURKUNDE EN TECHNIEK

door A. D. FOKKER

Rede uitgesproken bij de aanvaarding van het hoogleeraarsambt aan de Technische Hoogeschool te Delft, op 19 Februari 1923.

I.

Gedurende langen tijd is de plaats die ik heden op het punt sta te bezetten, opengebleven, en hoe langer de vacature onvervuld bleef, des te dringender werd de noodzaak, dat de nieuw benoemde hoogleeraar zoo spoedig mogelijk in functie trad om het stilliggende werk onder de studenten op te nemen. Vandaar dat de taak van een rede op te stellen voor de plechtigheid van heden geen lang beraad gedoogde. Er was haast bij. De dringende urgentie van spoedig college geven liet geen rustig overdenken toe. Welk onderwerp zou kunnen dienen? en behalve actueel, de algemeene belangstelling waard zijn?

Dit echter stond vast: ik mag een juichtoon laten hooren. Het is een groot geluk in dezen tijd physicus te mogen zijn en de ontwikkeling mede te beleven van de ontdekkingen der laatste jaren. Aan het begin onzer eeuw, ongeveer twintig jaren geleden, markeerden twee theorieën den aanvang van een nieuw tijdperk. Aan den eenen kant stelden Rutherford en Soddy de leer op, dat de atomen der radioactieve elementen door een opeenvolging van stukbarstingen langs een genealogische ladder daalden en geenszins die onveranderlijke oer-bestanddeeltjes der materie waren voor welke men fatsoenlijke, wel-definieerbare atomen een eeuw lang had aangezien. Einstein aan den anderen kant formuleerde voor het eerst het relativiteitsbeginsel voor eenparige translaties, die precisie-theorie met de fijne correcties aan de overgeleverde denkgewoonten van ruimte- en tijdsbegrippen.

De eene theorie, sleutel der radioactieve verschijnselen, ontsloot, met het begrip der radioactieve processen, ook de diepte van het allerallerkleinste. Tien jaren later kon Rutherford zijn theorie der atoomkernen formuleeren. Uit de proeven van Geiger doemde voor zijn geest de voorstelling op van de atoomkernen met haar zware en geconcentreerde massa en positieve lading, omsluierd door een ijl hulsel van lichte elektronen.

De andere theorie gaf Einstein het eene einde in de hand eener keten van denkbeelden en conclusies die hem tenslotte, eveneens tien jaar later, de verklaring bracht der kleine doch regelmatige afwijking, welke de planeet Mercurius in haar beweging vertoonde van de wetten, die Newton voor de hemelsche bewegingen had opgesteld. Dit onopgehelderde gedrag van Mercurius bleek direct uitvloeisel van Einstein's theorie der zwaartekracht en gaf dat Einstein de zekerheid, dat hij niet had misgetast Nog is zijn theorie niet afgesloten. Zij leidt onzen geest naar de problemen van de onpeilbare verten van het heelal.

Waarlijk, indien men even denkt aan deze uitersten, die thans aan de orde zijn, het allerdiepste binnenste der materie en de grenzen van het heelal, dan mag ons bewondering vervullen voor den greep der moderne natuurkunde en voor de vlucht, die hare gedachte genomen heeft.

Het is thans voor de natuurkunde een tijdperk rijk aan leven en ontwikkeling. Elken dag kunnen de publicaties ons nieuwe ontdekkingen brengen. Weliswaar staan wij voor raadsels genoeg, de zg. werkingsquanta, die als sfinxen ons aanstaren, en sfinxen blijven, ook al geraken wij er nog zoo aan gewend en nog zoo mede vertrouwd door dagelijkschen omgang. Er is echter een spankracht groeiende en wij zien uit naar den dag dat de stoutste verbeeldingskracht ons heffen zal boven den blinden muur dier onbegrepen quanta. Hier is werk voor stoutmoedigheid en voor verbeeldingskracht, gewapend met mathematisch geschoolde consequentie, en zich vasthakende aan de gegevens van de experimenteerkunst.

Indien men mij vragen zou, met een enkel woord te karakteriseeren waarin zich de modernere natuurkunde onderscheidt van haar voorgangster en leermeesteres in de vorige periode, dan ben ik geneigd te zeggen dat zij thans zich toerust om de verschijnselen *dynamisch* te verstaan, in tegenstelling tot meer statische denkwijzen van vroeger. Iedereen weet, dat de dynamica, de wisselwerking van krachten en bewegingen, in de mechanica volgen moet op de statica, de leer van de stilstaande evenwichten. Min of meer in denzelfden geest meen ik dat, naarmate zij de laatste jaren vordert, de physica bewuster tracht de verschijnselen te vatten in hun *werking* eerder dan in hun bestaan.

Ik wil beproeven dit aan eenige voorbeelden toe te lichten.

Clerk Maxwell stelt in zijn Treatise, aan het begin van de behandeling der magneto-electrische inductie, het verschil in het licht tusschen den brillianten wiskundigen stijl van Ampère en den intuïtieven speurzin van Faraday. Om vervolgens te doen gevoelen hoe hij zal trachten de voorstellingen van Faraday in te kleeden als een theorie van het veld in tegenstelling tot de heerschende theorieën, die de afzonderlijke ladingen en hun krachtwerkingen op afstanden vooropstelden, zegt hij het volgende:

„Wij zijn gewend het heelal te beschouwen alsof het uit deelen opgebouwd was, en wiskundigen beginnen meestal met de beschouwing van een enkel deeltje, om vervolgens zijn verband met een ander deeltje in het oog te vatten, en zoo vervolgens. Algemeen heeft men dit voor de meest natuurlijke manier van doen gehouden. Om een deeltje te stellen evenwel, wordt een proces van abstractie vereischt, aangezien al onze gewaarwordingen betrekking hebben op lichamen van zekere uitgestrektheid, zoodat de voorstelling van het *geheel* dat op een gegeven oogenblik den inhoud van ons bewustzijn uitmaakt, wellicht een even oorspronkelijke oervoorstelling als die van eenig afzonderlijk ding. Derhalve is er misschien ook een wiskundige manier van doen te vinden, die van het geheel naar de deelen leidt, inplaats van uit de deelen naar het geheel. Euclides, bijv. beschouwt een lijn als te zijn getrokken door een punt, een oppervlak als te zijn beschreven door een lijn, en een lichaam als voortgebracht door de beweging van een vlak. Maar evenzeer definieert hij een oppervlak als de grens van een lichaam, een lijn als de rand van een vlak, en een punt als het uiteinde van een lijn."

Maxwell wil er den nadruk op leggen, dat de geheele ruimte tusschen de geladen voorwerpen en electrische stroomen van belang is, niet ledig, maar een veld van krachten.

Met een kleine wijziging kunnen wij de woorden van Maxwell gebruiken om het verschil te teekenen tusschen de statisceh vattingen van vroeger en de *dynamische strekking* van de denkbeelden *der relativiteitstheorie*. Immers,

„Wij zijn gewend het heelal te beschouwen als een opeenvolging van toestanden, en wiskundigen plegen te beginnen met de beschouwing van een bepaalden toestand, om daaruit een tweeden toestand af te leiden, en zoo vervolgens. Algemeen heeft men dit voor de meest natuurlijke manier van doen gehouden. Er wordt evenwel, om een oogenblikkelijken toestand te stellen, een proces van abstractie vereischt, aangezien al onze gewaarwordingen betrekking hebben op voorvallen van zekere uitgestrektheid èn van zekeren duur, zoodat de voorstelling van de gebeurtenis in haar geheel, die ons bewustzijn bezig houdt, wellicht een even oorspronkelijke oervoorstelling is als die van den een of anderen oogenblikkelijken toestand. Derhalve is er misschien een wiskundige manier van doen te vinden, die van het geheel naar de deelen leidt inplaats van omgekeerd. Men zou een gebeurtenis kunnen opvatten als een verandering van toestanden, maar men kan evengoed een toestand definieeren als de grens van een gebeurtenis."

Deze wiskundige manier van doen, welke begint bij het geheel der voorvallen, vindt men in de vierdimensionale formuleeringsmethoden, die Minkowski heeft ingevoerd ten behoeve der relativiteitstheorie. Dat beteekent een wezenlijken vooruitgang. Niet zoozeer om de zg. unie van ruimte en tijd, alsof de tijd op ééne lijn te stellen ware met een ruimte-coördinaat! Want dat is niet het geval, en de formuleeringen zijn niet strikt vierdimensionaal, eerder drie-plus-een-dimensionaal. Maar wel omdat deze $(3+1)$dimensionale formuleeringen het werkelijkheidsgebeuren vatten in zijn samenhang als gebeuren, als dynamisch geheel, en niet als een opeenvolging van pseudo-statische oogenblikkelijke toestanden. Die oogenblikkelijke toestanden worden door de theorie tot hun beteekenis herleid van afgetrokkene, uit de werkelijkheid geabstraheerde, door en ten behoeve van ons verstand geschapen hulpbegrippen.

Doch afstappende van deze dynamische beteekenis van het relativiteitsbeginsel en van deze theoretische, eenigszins filosofisch getinte beschouwingen, wensch ik over te gaan tot enkele andere gevallen, waarin men ook den nadruk kan leggen op het dynamische karakter der hedendaagsche ontdekkingen. Ik bedoel, dat het onderzoek meer en meer zich richt niet op de vraag hoe de materie opgebouwd is, maar op het zoeken naar de werkingen, die zich er binnen afspelen.

Neem bijvoorbeeld een *kristal*. Sinds lang hadden de kristallografen vermoed, dat deze opgebouwd waren uit regelmatige parallelopipedische ruimtenetten van atomen. Dit vermoeden werd door de onderzoekingen van Von Laue en van Bragg, die de inteferentie-verschijnselen met Röntgenstralen daartoe dienstbaar maakten, bewaarheid. Tegenwoordig kennen wij vrij nauwkeurig de afmetingen en den vorm van de ruimtenetten, volgens welke de atomen in verschillende kristallen zijn gerangschikt. Maar dit is niet genoeg. Het probleem van heden is de vraag waarom deze ruimtenetten de evenwichtsstanden aangeven voor de atomen bij hun bewegingen, en welk het spel is van de inwendige wisselwerkingen tusschen atomen en electronen, die aan kristallen hun vastheid geven. Het werk van Born en zijn medewerkers, van Ewald en van J. J. Thomson wijst in die richting.

Ook op andere wijzen trachten wij meer te weten van de mogelijkheid der bewegingen in zoo'n kristal. Men moet zich nml. voorstellen, dat de massa's der atomen geconcentreerd zijn in gebieden, die naar verhouding van de afstanden der atomen buitengewoon klein zijn.

Naast elke atoomkern zou, wat de ruimte betreft, nog plaats zijn voor honderdduizend andere atoomkernen, voordat men tot aan het eerstvolgende buuratoom komt. De vraag rijst dus: zijn er in die intra-atomistische ruimte niet bewegingen mogelijk van andere atomen?

Dit onderwerp, de *electriciteitsgeleiding in kristallen* werd bewerkt door Joffe in Petrograd. Hoogst verrassend zijn de resultaten die hij heeft weten te verkrijgen. Niet alleen heeft hij aangetoond, dat door een kristal van bijv. natriumnitraat andere, lithium-atomen kunnen heengetrokken worden op de manier van ionen, maar zelfs heeft hij kunnen opmerken, dat er om zoo te zeggen atomen zijn van verschillende dikte.

Het gelukte hem om door kwartskristallen in de axiale richting lithium- en natrium-ionen heen te sturen. Met de zwaardere kalium- en met koper-ionen gelukte dit echter niet meer. Opmerkelijk was de uitkomst, dat in een richting loodrecht op de kristalas ook de natrium-ionen niet meer werden doorgelaten, slechts de kleinste lithium-ionen konden in de dwarsrichting van het kwarts nog een doorgang vinden.

De rol, die electronen spelen als bindmiddel in de kristallen is een volgend probleem van de eerste orde. Nauw hangt hiermede samen de vraag naar de mogelijke bewegingen der electronen over eindige afstanden in kristallen. Deze bewegingen zijn het, waarin men geneigd is ten slotte de verklaring te zoeken van de electrische geleiding door metalen, van de supra-geleiding bij de laagste temperaturen en van het toenemen van den weerstand bij verwarming of bij aanzetting van een magnetisch veld. Het Hall-effect en de anomalieën, die dit vertoont bij verschillende metalen, in het bijzonder bij bismuthkristallen, zullen eveneens moeten worden verklaard uit de mogelijke electronenbeweging in de kristallen.

U bemerkt hoe op dit gebied de belangstelling der physica thans uitgaat boven de statische problemen van den bouw der materie en zich de vraag voorlegt naar de dynamische werkingen binnen de vaste stof. In dit verband vragen ook de proeven over het *vloeien* der kristallen de aandacht en de regelmatige periodieke afschuivingen, die optreden bij het trekken van langgerekte metaalkristallen. Het probleem van de bewegingen der kristalatomen onderling vergt een nadere bestudeering, en de kennis, verworven aan groote metaalkristallen uit één stuk zal van groot belang blijken te zijn voor de kennis en de behandeling van de mikrokristallijne structuren.

Echt *dynamisch geconcipieerd*, en een toepassing van de voorstellingen der kinetische gastheorie, meer in het bijzonder van de botsingen der gasmoleculen, is de *vacuumpomp van Langmuir*, en de kunstgreep, waarvan deze gebruik maakt. Een aanschouwelijk voorbeeld moge dit toelichten. Een regenbui zeeft de lucht schoon van stofdeeltjes. Elk stofje, dat door een druppel getroffen wordt, wordt mee omlaag getrokken. Iets dergelijks heeft Langmuir in de moleculaire wereld kunnen te weeg brengen. In de plaats van de regendruppels komt een stroom van kwikatomen.

Alle gasmoleculen, die de kwikatomen op hun weg ontmoeten, worden gestooten in de richting van het vacuum naar het voorvacuum. Hier zijn het dus de individueele botsingen van kwikatomen en gasmoleculen, die Langmuir benutte om een vacuum te bereiken zooals dit met de statische methode van zuigers in de verste verte niet kon worden benaderd, en waarbij ook de luchtpompen van Gaede nog een goed eind ten achter staan.

Een dergelijke toepassing van de botsingen van gasatomen is onlangs gemaakt door Hertz om een mengsel van gassen te ontmengen. Uit een nauwe opening treedt dit mengsel van neon en helium te voorschijn, en terwijl het zich verspreidt wordt er een hagelbui van watermoleculen doorheen gejaagd.

De trefkans der watermoleculen tegen de neonatomen is grooter dan de trefkans tegen de heliumatomen. Het gevolg is, dat de neonatomen medegenomen worden, terwijl de heliumatomen hun weg vervolgen. Aldus wordt het mengsel in zijn bestanddeelen gescheiden. Het is alsof de watermoleculen de tanden van een hark zijn, die de neonatomen als dorre blaren meesleurt, terwijl de heliumatomen, als zandkorrels, tusschen de tanden doorglippen.

Het is niet mogelijk te spreken over individueele botsingen van gasmoleculen zonder te denken aan de schitterende onderzoekingen op het gebied der *botsingen van electronen met gasatomen.* Hier kwamen die hoogst merkwaardige quanteuze bijzonderheden aan den dag, die van zoo groot belang zijn voor de atoomtheorie.

Wanneer een electron tegen een gasatoom botst dan hangt het van de energie van het electron af of er iets gebeuren zal of niet. Die energie moet namelijk een zeker bedrag te boven gaan. Heeft het electron te weinig energie dan gebeurt er niets, dit wil zeggen, het electron kaatst elastisch terug.

Heeft het electron echter een zeer bepaalde, voor het atoom karakteristieke, energie dan kan het bij de botsing zijn energie afstaan om een der electronen van het atoom te brengen in een andere stationaire bewegingswijze. Ten nauwste hangt dit samen met de atoomtheorie van Bohr en men heeft in de studie van die electronenbotsingen een tweede gebied van mogelijke toetsingen van zijn beschouwingen, die oorspronkelijk gebaseerd waren op spektroskopische waarnemingen.

De *atoomtheorie van Bohr* is in den laatsten tijd zoo vaak op lezingen en in verhandelingen uiteengezet, dat ik ze haast bekend mag onderstellen. Vergunt mij dat ik in korte trekken en met een aanschouwelijk voorbeeld ze u even in herinnering roep. Binnen in het atoom zit de kern. Deze is zwaar; niet absoluut, want van koolstof bijvoorbeeld gaan er nog altijd zoowat 5×10^{22} in een gram, maar relatief is de kern zeer zwaar, van de massa des atooms ligt in de meeste gevallen nauwelijks $^1/_4$ per mille buiten de kern. Niettemin is die kern buitengewoon klein. Laat ons een koolstofatoom vergroot denken. Van dergelijke koolstofatomen zou men er, ruw gesproken, honderd millioen naast elkaar kunnen leggen op een centimeter lengte. Denk nu 't koolstofatoom vergroot tot de afmetingen van de groote markt in Delft. Dan heeft de kern ongeveer de afmeting van een knikker. Die kern is positief electrisch geladen, zij draagt zes elementaire ladingen. Om deze positieve lading te neutraliseeren, doen er nog zes negatieve electronen mede in het koolstofatoom. Deze dansen in twee groepen om de kern heen. De binnenste groep draait eromheen in vrijwel circulaire banen. Ligt de kern, als een knikker, aan den voet van het standbeeld van H u g o d e G r o o t, dan zwieren de twee binnen-elektronen, ter grootte van graankorrels, in cirkels binnen de kringen der witte steentjes. De overige vier elektronen voeren een quadrille uit van langgerekte ellipsen, waarbij zij, elk op zijn beurt, nu eens binnen de witte steentjes komen, en dan weer langs de deur der Nieuwe Kerk zweven.

Ik geef U deze vergelijking met Markt, knikker en graankorrels voor atoom, kern en elektronen, om eenig denkbeeld te geven van de dimensie verhoudingen. In werkelijkheid moet men zich de banen der elektronen niet in een vlak, maar in de ruimte georiënteerd denken. Bij de zwaardere atomen worden de bewegingswijzen ingewikkelder. Er zijn verschillende groepen te onderscheiden van elektronen, die elk een eigen menuet of een eigen quadrille dansen tusschen de figuren der andere groepen door. De binnenste twee elektronen zijn het meest verknocht aan de kern. Hun manier van dansen kenmerkt zich hierdoor, dat zij telkens maar één pas tegelijk kunnen doen, zijwaarts. Dit heet in de theorie een één-quants-beweging. Daarop volgt de quadrille van vier, die ik reeds beschreef. Deze moeten telkens twee dans-passen tegelijk maken, één zijwaarts en één voor- of achterwaarts. Dit heet in de theorie een twee-quants-beweging. Vervolgens komt een menuet van vier elektronen, die wel telkens twee danspassen tegelijk moeten doen, maar nu beide zijwaarts. Ook dit is een twee-quants-beweging. Daarna volgt een quadrille van vier elektronen met drie-quants-bewegingen: telkens drie passen tegelijk, één zijwaarts, en twee voor- of achterwaarts. Dan weer een menuet van vier drie-quants-elektronen met twee passen zijwaarts, en één pas voor- of achterwaarts. Door dit alles heen komen dansfiguren van vier-quants-elektronen met diverse pascombinaties, en zoo voort.

Wat ik nu wilde zeggen is dit. Het kan gebeuren, wanneer wij van buiten een elektron door het atoom heen schieten, dat het uit een der quadrilles of menuetten een electron wegstoot. Daardoor ontstaat er in het atoom een verwarring. De orde moet hersteld worden. Is de verstooteling er een van de buitenste quadrilles, dan kan hij zijn vroegere plaats weer innemen. Daarbij beeft het atoom even, d.w.z. een lichtstraal wordt uitgezonden. Is de verstooteling er een uit de binnenste menuetten, dan ontstaat er een gedrang. Alle elektronen willen gaarne promotie maken, en een twee-quants-beweging is deftiger bezigheid dan een vier-quants-beweging! Hoe meer tusschengelegen treden worden overgesprongen door den uitverkorene, die de vacature vervullen zal, des te grooter emotie in de atoomwereld. Deze opschudding herkennen wij aan de uitzending van een Röntgen-straal.

Natuurlijk kan deze vluchtige choreografische fantaisie geen recht doen wedervaren aan de schepping van Bohr, in welke wij de diepzinnige verbeeldingskracht en ik zou haast zeggen zuiverheid van conceptie bewonderen. Scherpzinnig, doortastend en bedachtzaam tegelijk geeft de theorie op een bewonderenswaardige wijze rekenschap van de hoofdzakelijke eigenschappen der elementen, die in de tabel van Mendelejef gerangschikt staan, en zij voorziet de mogelijkheid om de magnetische eigenschappen van sommige elementen en het afwijkend gedrag der zg. zeldzame aarden in verband te brengen met de stadia van ontwikkeling in de binnenste electronenconfiguraties van het atoom. Wij gelooven in haar als gids naar de verklaring van photochemische en katalytische reacties.

Geleid door de beschouwingen van Bohr en door de Röntgenspectra van de bekende elementen kan men voorspellen hoe het Röntgenspectrum er uit zal zien voor de onbekende elementen, die hun plaats in de tabel van Mendelejef hebben maar op aarde nog niet gevonden zijn, en nu is het zeker een triomf zoowel voor Bohr als voor onzen landgenoot Coster, dat de laatste kort geleden in staat was met een röntgenogram aan te toonen, dat een zirconiumpreparaat als bijmengsel het element met atoomnummer 72 bevatte, dat tot dusver nog niet afzonderlijk was waargenomen. Dit nieuwe element kreeg den naam „Hafnium".

De theorie van Bohr vertoont zeer sterk het dynamische karakter, dat ik bedoel. Een atoom wordt niet beschouwd als bestaande uit een kern en uit elektronen, neen, het is een geschiedenis, een bewegingshistorie, een dans, en de regels van dien dans zijn van de grootste beteekenis. Een dans van dezelfde elektronen om dezelfde kern, maar volgens andere regels, zou niet meer hetzelfde atoom beteekenen. Het *atoom* is niet een bestaand voorwerp, een ding maar een gebeurtenis, *een zich herhalend en herkenbaar voorval.*

De botsingen van electronen tegen gasatomen brengen ons van zelf tot de botsingen van die allersnelste electronen, die men kent in de β-stralen.

Onlangs zijn de banen van β-stralen en van de electronen, die zij bij wijlen met groote snelheid uit de atomen losslaan, met de methode van W i l s o n gefotografeerd door B o t h e.

In de stereoskopische opname ziet men de sporen dier collisies vóór zich, alsof men eenige biljartballen ziet botsen. Het behoeft nauwelijks gezegd te worden van welke groote beteekenis het is, dat men zoo in details de onderlinge hoeken kan bestudeeren van de richtingen die de electronen na de botsing inslaan en die in één vlak blijken te liggen met de richting van de oorspronkelijke β-stralen.

Een evenknie vinden deze opnamen der banen bij β-stralenbotsingen in de fotografieën, door B l a c k e t t verkregen, van dergelijke botsingen van α-stralen met de atomen van stikstof en zuurstof. Op deze ziet men, uit twee onderling loodrechte richtingen gefotografeerd, de banen der botsende atomen afgeteekend. Wij bevinden ons in het diepste binnenste der materie en zijn getuigen van de meest intieme conflicten, die zich daar kunnen afspelen.

II.

Na deze vluchtige, ietwat kaleidoscopische opsomming van resultaten en van problemen, mag ik wellicht even stilstaan bij het doel mijner werkzaamheid aan deze hoogeschool.

Het zal goed zijn, aan te knoopen aan een citaat van professor L o r e n t z, die bij de aanvaarding van het eeredoctoraat in de technische wetenschappen hier in deze zelfde zaal de beteekenis van het deel der natuurkunde in het werk der Technische Hoogeschool vooral hierin zag, „dat hare beoefening een zoo kostelijk middel is om het waarnemingsvermogen te ontwikkelen en over de verschijnselen te leeren nadenken. Natuurlijk zal de omvang beperkt moeten blijven door zooveel anders, dat noodig is, maar men behoeft het gelukkig niet in het „moeilijke" te zoeken. Ook de behandeling van een betrekkelijk elementaire natuurkunde kan voor de toehoorders, en ook voor den docent, van groote waarde zijn. Wat de studenten betreft, ik ben overtuigd" zegt professor Lorentz, „dat wie de eenvoudige en doorzichtige verschijnselen der zuivere natuurkunde van alle zijden heeft beschouwd en beredeneerd, en daarbij geleerd heeft, den draad goed vast te houden, sterker zal staan tegenover de moeilijke en ingewikkelde vraagstukken, die naderhand de praktijk hem zal voorleggen."

„Het waarnemingsvermogen ontwikkelen; over de verschijnselen leeren nadenken; den draad goed leeren vasthouden"; ziedaar het doel kort omschreven, ziedaar den inhoud van hetgeen bedoeld wordt met natuurkundige vorming.

U zult opmerken dat het meer een geschoold kunnen is dan een weten, wat in deze woorden verlangd wordt, de kunst van met een gescherpt waarnemingsvermogen objectieve verschijnselen te grijpen, met een geoefende analyse zich rekenschap te geven van de verschillende elementen die er in zijn te onderkennen, en vervolgens met een ijzeren consequentie de lijn te volgen die de wezenlijke trekken in het waargenomene met elkander verbindt; de kunst, om in de vraagstukken die zich voordoen dadelijk en duidelijk het wezenlijke te scheiden van het bijkomstige; de kunst om het probleem te zien, waar het om gaat en welks oplossing de sleutel geeft tot het recht begrip van het verschijnsel; de kunst tenslotte, dit begrip te hanteeren ter bereiking van de gestelde doeleinden.

De uitrusting van het jonge opgroeiende geslacht der natie met een open oog en een helder verstand, ziedaar onze moeilijke, zorgeischende taak.

Bij het op zich nemen van haar aandeel in die taak zal het natuurkundig onderwijs in de eerste plaats ernaar moeten streven, de weetgierigheid te prikkelen. Het ligt voor de hand, dat, aan een Technische Hoogeschool, voorbeelden die met de techniek in verband staan, zich daartoe goed zullen leenen.

Zulk een oriënteering naar de techniek zal echter niet in die mate mogen domineeren, dat ze wordt een zich richten op de techniek. Het behoort niet tot de vormende, tot de propædeutische taak der natuurkunde, om een zekere hoeveelheid vakkennis bij te brengen.

Ik behoef U niet te zeggen, dat het vooral geen geringschatting is, die mij zoo spreken doet, integendeel, veeleer het besef, dat het niet mogelijk is, van te voren eenigermate te schatten, welke hoeveelheid nuttigheidskennis vereischt wordt. Het is niet mogelijk, een jong mensch uit te rusten met een vademecum van parate kennis dat hem wapent voor alle gevallen, die zich aan hem kunnen voordoen. Het leven is zoo verscheiden, en de gevallen waarmede men in de praktijk te maken krijgt zoo talrijk, dat het programma schromelijk zou worden overladen, indien daar op geplaatst zou moeten worden al wat, met klem van redenen, in verschillende gevallen als nuttige, ja onontbeerlijke kennis mag erkend worden. En, overladen aan den eenen kant, zou het programma aan den anderen kant steeds te kort moeten schieten, omdat nu eenmaal altijd zich onvoorziene gevallen zullen voordoen.

Veel beter, in hoogeren zin uitermate nuttig zal het zijn, te streven naar het aankweeken van een onzichtbaar goed, dat eerder schuil gaat in de kracht der bescheidenheid dan voor den dag komt als opgehoopte kennis: ik bedoel een zelfstandig oordeel en een echt wetenschappelijken zin. Deze moeten den jongen man het geestelijke geraamte verschaffen, dat hem in zijn intellektueele leven houding geeft en hem in staat stelt, doelbewust, scherp opmerkende, combineerende, zich door weloverwogen, goedgekozen experimenten antwoord te verschaffen op de vragen, die hij noodig heeft aan de wereld tegenover hem te stellen.

Bij deze opleiding tot een zelfstandig oordeel en wetenschappelijken zin, willen wij ons voor oogen stellen en bewust blijven, dat het hier niet de plaats is om menschen te kweeken, geneigd zich te verdiepen in physische problemen. Het zal genoeg zijn indien de student zoo ver komt, dat hij in zijn later werk der physica indachtig blijft, en, waar het pas geeft, de problemen die hij tegenkomt zal weten te onderkennen als physische problemen, — en daar kan hij nogal eens dikwijls aanleiding toe vinden. Daartoe mag, juist bij de propædeuse, het algemeene karakter van onze wetenschap niet uit het oog verloren worden. Niet alles, wat er behandeld zal worden, behoeft aanstonds toepasselijk te zijn op, of verband te houden met de zg. praktijk.

Immers, wat vandaag niet is, kan morgen worden. Wie kan zeggen, of, hetgeen heden nog gehouden wordt voor puur wetenschappelijk probleem, niet overmorgen juist zal blijken de oplossing mogelijk te maken van een vraagstuk, technisch van eminent belang?

Toen professor Kamerlingh Onnes in zijn jonge jaren, meer dan veertig jaar geleden, hier aan de Polytechnische School doceerde, en daarbij krachtlijnen besprak werd hem het verwijt gemaakt, dat hij te theoretische en te moeilijke zaken behandelde. Toch zullen de studenten die toen naar hem luisterden, later hem dank geweten hebben, dat hij hun een begrip had bijgebracht, hetwelk in de latere ontwikkeling der techniek eenvoudig zoo onmisbaar bleek als het a b c.

Neem de vacuumpomp van Langmuir, die thans wordt toegepast om bij kwikgelijkrichters het vacuum leeg te houden. De vier kwikgelijkrichters die den stroom transformeeren voor de Rotterdamsche tram, worden door pompen van Langmuir bediend. Wie zou een tiental jaren geleden geloofd hebben, dat ooit bij een trambedrijf te pas zou kunnen komen een toestel dat niet te begrijpen is zonder kinetische gastheorie? En de ingenieur, behoort hij dat onderdeel van het bedrijf te kennen, of moet men het voldoende achten, indien hij weet dat het toestel er is, en dat het, gelijk tegenover den arbeider, ook tegenover hem „fool-proof" is?

De student heeft van de natuurkunde te leeren, niet in de eerste plaats een opsomming van de afzonderlijke toepassingen die de hedendaagsche techniek van de physische eigenschappen der materie maakt, maar een begrip van verschijnselen en eigenschappen waarmede hij ook later zijn voordeel zal doen, als de techniek, gebruik makende van andere uitvindingen, nieuwe wegen inslaat.

Ik verheel mij niet dat de taak, die ik schets: oefening van een algemeene bewegelijkheid en zelfvertrouwen van den geest, moeilijk is en ondankbaar. Menig student, door het vele te moe om weetgierig te zijn, zal misschien liever verlangen om maar ineens te weten waar hij, met het oog op het examen, aan toe is, en misschien niets liever begeeren dan dat hem een bepaalde afgemeten portie voorgezet worde van feitenkennis, die hij maar in zijn hersens te stampen heeft, en daarmede basta.

Ik begrijp die gemoedsstemming. Zij zal voor mij geen richtsnoer kunnen zijn.

Gebrek aan zelfvertrouwen uit zich ook in een zekere terughoudendheid bij respondeeren op college, en in het zoeken van steun bij een repetitor. Maar ik zeg, wie eenmaal zijn schroom heeft overwonnen, en, bij responsie aarzelend begonnen, toch den weg naar het antwoord gevonden heeft, heeft meer bereikt in de richting van een goed examen dan hij met vele lessen bij den repetitor zou doen. Over de repetitorgewoonte wil ik geen woord van blaam, maar ook niet van vergoelijking uiten. Zij strookt niet met onze beste bedoelingen. Zij schijnt een soort natuurverschijnsel, ontstaan als gevolg van de nadeelen, welke verbonden zijn aan de overstelpende aantallen studenten, aantallen die door hun grootte het onderwijs met mechaniseering en schabloniseering, op z'n Hollandsch: met vermalling, bedreigen.

Ik kom hier op een andere zijde van onze taak aan de Technische Hoogeschool. Ik bedoel het examen-afnemen.

Dit is menigmaal een weinig benijdenswaardige, een nare taak. De rector-magnificus heeft hier eenige weken geleden uiteengezet, dat er, met het oog op de economische verhoudingen, te veel jongelieden zich aanmelden voor het hooger technisch onderwijs. Dit hooger onderwijs, om met zijne woorden te spreken, „mag slechts de geestelijke élite der jongelieden opnemen, omdat het voor minder aangelegden onverteerbaar voedsel geeft. Reeds thans blijkt, dat het peil, waarop velen der nieuw-aangekomenen staan, te laag is." En „vastberaden moet onder hooghouding van het doel van het hooger onderwijs uitgezift worden wat te zwak blijkt om dat doel te bereiken".

Een deel van dat hooghouden van het hooger onderwijs rust op onze consciëntie. Vaak genoeg heb ik reeds de natuurkundige propædeutische examens meegemaakt, om te weten hoe pijnlijk de beslissingen kunnen zijn bij de zwakke examens, en hoe angstvallig gewikt wordt, of, in aanmerking genomen het feit, dat de candidaat zich voorstelt ingenieur en geen physicus te worden, er niet nog eenige termen te vinden zijn om hem toch maar door te laten. Ik mag zeggen dat de natuurkundige sectie zich bij zulke gelegenheden laat leiden door een gevoel van menschelijkheid, dat eenvoudig in geen verhouding staat tot de achteloosheid, waarmede sommige studenten zich twee jaren lang van de physica zoo weinig mogelijk aantrekken, om vervolgens tegen het examen eens vier weken daaraan te besteden. De overweging dat zulke jongelui later aan hun ingenieursdiploma het jus docendi zullen kunnen ontleenen in de natuurkunde, en dat de propædeuse eigenlijk het eenige is wat zij aan natuurkunde na hun Hoogere-Burger-schooltijd doormaken, zou de beslissing in de meeste gevallen vergemakkelijken en ten ongunste van den candidaat doen uitvallen. Aan deze overweging wordt echter in den regel geen aandacht geschonken.

Bij de droeve noodzakelijkheid, waarin wij ons bevinden om menig jongeling teleur te stellen, kunnen wij bedenken, dat er vele wegen tot levensgeluk leiden buiten de Technische Hoogeschool om. En de afgewezenen mogen zich troosten met de gedachte, dat ongeschiktheid voor hoogere studie volstrekt niet beteekent een geringere waarde als mensch of geringere bruikbaarheid in andere functies der maatschappij, voor welke geen hoogere voorstudie vereischt is. Het besluit om de studie te laten varen en in een andere richting zijn gaven te ontplooien kan evengoed een overwinning zijn als een nederlaag. De gevallen zijn niet zeldzaam dat een succesvolle loopbaan weggelegd bleek voor jongelui die hier in Delft niet konden slagen.

III.

Het zou een vergissing zijn te meenen, dat de gemeenschappelijke belangen van natuurkunde en techniek, die zoo nauw samenhangen, voldoende gediend zouden zijn met een natuurkundige propædeuse voor de aanstaande ingenieurs. Het is er verre vandaan.

De natuurkundige propædeuse behoort tot de eene taak der Technische Hoogeschool, het opleiden van wetenschappelijk gevormde ingenieurs. Maar zij heeft er nog een andere. „Haar tweede taak", zegt de rector-magnificus Dijxhoorn op den diës in 1918, „*in geenen deele bij de eerste ten achter staande*, is het beoefenen van wetenschap en kunst".

Men hoort over de verhouding van wetenschap en techniek vaak verdeelde meeningen, eigenlijk zeer verwonderlijk, waar het gaat om een punt waarover ieder het zoo gemakkelijk eens kon zijn. Is de techniek dan niet het partij trekken van wetenschap, voor economische doeleinden van veiligheid en welvaart? Hoe kan men dan zeggen dat de techniek steeds voorgaat en de wetenschap slechts heeft te volgen? Een vermeend antagonisme tusschen de twee wordt door de praktijk der historie afdoende weerlegd.

Heeft men in Fresnel een schitterend voorbeeld van een ingenieur, die een geniaal en moeilijk te evenaren physicus was, in zijn geestelijke voortzetting, in professor Lorentz hebben wij het voorbeeld van een mathematisch physicus die in de Zuiderzee-Commissie den lande onschatbare diensten bewijst. Men late zich niet door de voortreffelijke bescheidenheid van dezen geleerde, den geliefden leermeester van ons allen, physici, in den waan brengen dat het betrekkelijk aan toevallige omstandigheden te danken is, dat de vertegenwoordiger der mathematische natuurkunde aan het hoofd geplaatst werd van het werk dezer technische commissie. Waarom zou de opstelling van het rapport aan hem opgedragen zijn, indien het niet ware dat belangrijke resultaten van het werk te danken zijn aan zijn inzicht?

Techniek en wetenschap hebben elkander te zeer noodig dan dat er nog een woord aan de bestrijding eener tegengestelde meening behoeft verspild te worden.

De techniek heeft uit den aard van haar zaak altijd haast. Tijdwinst kan voor den bedrijfsleider soms zooveel waard zijn, dat hij graag met een voorloopige oplossing genoegen neemt, als die maar *dadelijk* paraat is. De wetenschappelijke onderzoeker daarentegen wil weten wat hij doet, en heeft tijd noodig om precies de finesses te ontleden, die men beheerschen moet om *op den duur* het product aan de eischen te doen beantwoorden en de kwaliteit tot hooger peil op te voeren. Indien nu de een zegt: haastige spoed is zelden goed, en de andere houdt vol, dat het betere de vijand is van het goede, dan behoeft men dit verschil in rhytme nog niet aan te zien voor een „incompatibilité d'humeur"!

Onlangs heeft professor Zeeman te Amsterdam gezegd:

„Van de drie zuilen, waarop de moderne beschaving berust, kapitaal, arbeid en scheppende wetenschap, wordt de laatste nogal zelden als noodzakelijk voor de nationale stabiliteit en vooruitgang genoemd. Dit is zeer verklaarbaar, want klein is slechts het aantal dergenen, die vermogen te beseffen, dat een diep inzicht in de wetten van natuur en leven voor ons bestaan noodzakelijk is."

In landen met industrieën, die bedacht zijn op vooruitgang, beseffen de industrieleiders terdege de noodzaak van een scheppende wetenschap. Zij hebben kunnen opmerken, dat de technische vindingen, die vele bedrijven een nieuwe en hoogere vlucht deden nemen, meestal hun oorsprong hadden in een toepassing van een nieuwe uitkomst van zuiver wetenschappelijk onderzoek. Zij besloten daaruit, dat het beter was, zelf wetenschappelijk onderzoek te doen ondernemen, om niet afhankelijk te zijn van universitair werk. Om slechts enkele voorbeelden te noemen: grootsch opgezet zijn de zuiver wetenschappelijke laboratoria voor oorspronkelijk onderzoek, zooals een General Electric Company ze heeft, en zooals hier te lande de Philips' Gloeilampenfabrieken hebben ingericht, en onstuimig is de kracht waarmede men er steeds nieuwe problemen aanvat. Tot geen enkel gebied der natuurkunde blijft zulk een onderzoek gespecialiseerd, het vertakt zich onophoudelijk in steeds nieuwe onvoorziene richtingen.

Als een toonbeeld van welbegrepen samenwerking van techniek en wetenschap staat te Pittsburgh in Amerika het Mellon Institute. Het is een onderzoekingslaboratorium ten dienste der industrie. Elk bedrijf dat belang heeft bij de wetenschappelijke oplossing van een probleem waarvoor het staat, kan een industriëele studiebeurs instellen. Het instituut stelt ruimten en hulpmiddelen beschikbaar, en wijst een wetenschappelijk man aan, die zich aan de bestudeering van dat probleem zal wijden. De kosten worden door de beurs gedekt, en de uitkomsten worden eigendom van het bedrijf. Een van de grootste voordeelen die dit instituut biedt is de stimuleerende atmosfeer van studie en geestdriftig onderzoek, waarin de werkers ademen en leven. Van het succes waarmee gewerkt wordt, getuigen de steeds stijgende bedragen, die de Amerikaansche industrie, voor zoover zij geen eigen laboratoria heeft, door middel van het Mellon Institute besteedt aan onderzoekingswerk; daarvan getuigt ook de nog sterker aangroeiende rij van hen, die begeerig zijn aan de instelling een onderzoek op te dragen, doch wachten moeten totdat er weder plaats vrijkomt.

Wanneer men de berichten over dit prachtige werk leest, wordt men bij herhaling getroffen door den nadruk, die erop gelegd wordt, telkens weer, dat men aan het onderzoek toch vooral tijd moet laten, dat Keulen en Aken, zouden wij zeggen, niet in één dag gebouwd zijn: haastige spoed is zelden goed. Aan den anderen kant wordt met nadruk gezegd, dat er een leidend verstand moet zijn, dat de industrieele werkers er van terug houdt af te dwalen en zich te verdiepen in wetenschappelijke problemen om hunzelfs wil, en die hen houdt aan de taak der technische problemen.

De vraag rijst: hoe staat de Technische Hoogeschool tegenover deze ontwikkeling van natuurkundig technisch onderzoek?

Moet zij op een afstand blijven, de opleiding van physici voor de techniek uitsluitend aan de universiteiten overlaten? Moet zij zelf deelnemen aan deze ontwikkeling? Indien ja, op welke wijze?

Zonder mij heden te willen vermeten om met stelligheid als antwoord op die vragen een in onderdeelen doordacht program te ontvouwen, meen ik toch als mijn zienswijze te mogen uitspreken, dat de Technische Hoogeschool door de ontwikkeling der tijden wel genoopt zal worden, haar aandacht te besteden aan de opleiding van technische physici, evengoed als de opleiding van technische chemici al sinds jaar en dag tot hare taak behoort. Misschien is het dienstig alvast enkele punten aan te stippen. Het verdient dan de aandacht, dat in de kringen die deze onderzoekers noodig hebben en ze reeds te werk gesteld hebben, heel duidelijk gezegd wordt dat physische experimenteerkunst hoofdzaak, technische detailkennis bijzaak is. Men meent dat de speciale technische kant van het bedrijf, waarvoor zij zullen werken, te zeer van bedrijf tot bedrijf verschilt, en slechts in de praktijk, en dan zeer snel, door de jonge physici kan en zal geleerd worden. Men verlangt physische scholing in de eerste plaats, op een achtergrond van algemeen technische oriënteering.

Wil men met dit verlangen rekening houden dan moeten dus natuurkunde en technische vakken bij de opleiding der technische physici hun rol verwisselen. Dan wordt voor hen het onderwijs in de technische vakken van propædeutischen aard, en na het propædeutisch examen gaat de studie uitsluitend door met physica. Laat mij ter verduidelijking nemen het voorbeeld der Technische Hochschule in Stuttgart, waar men deze opleiding als volgt ingericht heeft. Geen student wordt tot de studie toegelaten tenzij hij minstens een half jaar zich door practisch werken in werkplaatsen vaardigheid met de handen en kennis van materialen heeft eigen gemaakt. Dit is in overeenstemming met de zoo juiste opmerking van onzen rector-magnificus, dat vóór den aanvang der eigenlijke studie de student door een intieme kennismaking met het technisch bedrijf zich een voorstelling gemaakt moet kunnen hebben over zijn geschiktheid voor de toekomstige taak. Met een zekere praktische bedrevenheid begint de student aan zijne propædeutische studie, waarin hij de wiskunde en, in algemeene trekken, de technische vakken bestudeert. Vervolgens komt hij tot de studie van uitsluitend natuurkunde, zoowel experimenteel als theoretisch. Met een experimenteel proefwerk ter verkrijging van zijn physisch ingenieursdiploma besluit hij de opleiding. Dit diploma opent hem den weg tot een promotie, waarbij hij een onderwerp, op een ander gebied dan dat van zijn ingenieursproefstuk, geheel zelfstandig te bewerken krijgt. — Ik geef dit als voorbeeld, dat naar ik meen veel voor heeft.

De promotie op een onderwerp in een der algemeene wetenschappen is aan onze Technische Hoogeschool reeds thans mogelijk. Bij de tegenwoordige regeling zal echter de natuurkunde moeilijk tot haar recht kunnen komen, omdat voor de promotie een ingenieursdiploma vereischt is, en wij niet de bevoegdheid hebben een ingenieursdiploma op natuurkundig werk uit te reiken. Zooals de toestand thans is, zal een student, na zijn propædeutisch examen het natuurkundig laboratorium verlatende, geheel geabsorbeerd worden door de technische studie en na het behalen van zijn ingenieursdiploma het natuurkundig experimenteeren nog van meet af te leeren hebben, gesteld dat hij zich aan een natuurkundige promotie wil wijden. In het aangehaalde voorbeeld van Stuttgart is dat anders. Daar heeft de natuurkundige sectie de bevoegdheid den titel ingenieur te verleenen. Dit brengt mede dat vanaf het propædeutisch examen de student zich geheel kan wijden aan de physica, ongestoord zich inspireerende en doordringende met den geest van de leiders in de scheppende wetenschap en zich voorbereidende tot die taak van fantaisie, toewijding en wilskracht om de fabelachtige vorderingen der natuurkunde te doen dienen tot verhoogde veiligheid en welvaart, en, moge het zijn, tot verdiept geluk der menschheid.

CLAUSIUS EN HET ENTROPIEBEGRIP

door A. MICHELS.

Als vrijwel algemeen bekend mag verondersteld worden, dat het Clausius was, die bij zijne beschouwingen over de mechanische warmtetheorie het entropiebegrip invoerde. Voordat in deze grootheid de logarithme eener waarschijnlijkheid werd herkend, werd ze wel algemeen gebruikt, doch voor den natuurkundige bleef ze toch een onaangenaam leeg begrip, zuiver als een rekenkundige grootheid van waarde. Ook de naam gereduceerde warmte was niet veel meer dan een naam. Men mag zich dan ook wel meerdere malen de vraag hebben gesteld hoe toch wel Clausius aan de invoering is gekomen.

Voor hen die het boek „Die Mechanische Wärmetheorie" kennen, waarvan in 1887 de derde geheel omgewerkte druk verschenen is, mag misschien de daar behandelde „Satz von der Aequivalenzwerth der Verwandlungen" eenig licht op de zaak werpen. Een geheel juist denkbeeld hoe Clausius aan zijn entropie is gekomen geeft deze behandeling niet. In zijn boek toch bewijst Clausius eerst op een methode, welke vrijwel van de thans gebruikelijke niet afwijkt, dat voor een omkeerbaar kringproces

$$\int \frac{dQ}{T} = o.$$

Nu echter geeft hij niet aanstonds de functie

$$\frac{Q}{T}$$

den naam entropie, doch hij bewaart deze voor een geheel anders opgezette grootheid in zijn „Satz von der Aequivalenzwerth der Verwandlungen" om tenslotte de identiteit tusschen deze nieuwe grootheid en de Q/T te bewijzen.

Historisch is echter Clausius geenszins dezen weg gegaan en nu is het misschien wel eigenaardig eens na te gaan hoe hij langs velerlei omwegen tot het zoo bekende resultaat is gekomen.

Reeds in 1850 [1]) had Clausius de stelling van Carnot omgewerkt en aangepast aan de nieuwere inzichten omtrent het wezen van de warmte. Carnot [2]) had, uitgaande van den stoffelijken en onvernietigbaren aard van de warmte het feit geconstateerd en besproken, dat warmte slechts arbeid kan verrichten bij z.g. „chute du calorique" d. w. z. overgang van hoogere naar lagere temperatuur en bewezen, dat de bij dezen overgang verrichte arbeid slechts afhankelijk was van het quantum overgebrachte warmte en van de begin- en eindtemperatuur, op straffe van anders een perpetuum mobile te moeten aannemen.

Waar Clausius zich vooral aan stootte in de theorie van Carnot was het feit dat de ideeën van den laatste omtrent het wezen van de warmte moeten leiden tot de conclusie dat voor een kringproces

$$\int dQ = o$$

1) Poggendorff, Ann. 79.
2) Reflexion sur la puissance motrice du feu. Paris 1824.

Ten onrechte beschouwt Clausius dit van invloed op het bewijs dat Carnot geeft van de zg. 2[de] hoofdwet. Carnot's bewijs is niet afhankelijk van het wezen dat men aan de warmte toekent.

In 1850 geeft Clausius zijn eerste beschouwing omtrent Carnot's werk om in 1854 [1]) hier verder op door te gaan en te komen tot het reeds gemelde resultaat dat voor een omkeerbaar kringproces niet

$$\int dQ = 0 \text{ maar } \int \frac{dQ}{T} = 0\,.$$

Bij zijn methode gaat hij echter niet den gewonen in zijn boek ook gevolgden weg, maar hij geeft in 1854 slechts hetgeen hij in zijn boek eerst op de tweede plaats behandelt onder den reeds geciteerden titel „Satz von der Aequivalenz der Verwandlungen". In deze publicatie gaat hij, juist zooals wij dat gewend zijn, uit van een kringproces. Eigenaardig, hoewel voor ons hier van minder belang is, dat hij hiervoor niet het gewone, door Carnot bedachte en door Clapeyron grafisch voorgestelde, proces van twee isothermen en twee adiabaten neemt, doch een van drie isothermen, t, t_1 en t_2 en drie adiabaten. Het proces richt hij dan zoo in, dat een hoeveelheid warmte Q van de temperatuur t in arbeid wordt omgezet, terwijl tegelijkertijd Q_1 warmte van de temperatuur t_1 naar de temperatuur t_2 wordt overgebracht.

Clausius beschouwt het geheele proces nu als te bestaan uit twee veranderingen „Verwandlungen" n.m.

warmte Q is veranderd in arbeid,

warmte Q_1 van de temperatuur t_1 is veranderd in warmte Q_1 van de temperatuur t_2.

Tusschen deze twee veranderingen vindt hij dan een nauw verband: de eene verandering kan de andere vervangen, mits de laatste in tegenovergestelden zin wordt genomen. De eenigszins duistere voorstelling licht hij dan als volgt toe: [2])

„Seij z. B. auf irgend eine Weise die Wärmemenge Q aus Arbeit entstanden und von dem Körper K aufgenommen, so kann man sie durch den beschriebenen Kreisproces dem Körper K wieder entziehen und in Arbeit zurück verwandeln, aber es geht für die Wärmemenge Q_1 von dem Körper K_1 zu K_2 über; oder seij die Wärmemenge Q_1 vorher von K_1 zu K_2 übergegangen,

1) Poggendorff, Ann, 93, pag. 482.
2) Ter verduidelijking van onderstaande diene dat Clausius de warmtebronnen der temperaturen t, t_1 en t_2 resp. K, K_1 en K_2 noemt.

so kann man diese wieder nach K_1 zurückschaffen, wenn man dafür die Wärmemenge Q von der Temperatur des Körpers K Arbeid entstehen läst.

Het eindresultaat is dus, dat men, òf de warmte Q in arbeid omgezet laat, en de warmte Q_1 op de temperatuur t_2, òf, Q blijft in warmte aanwezig en de warmte Q_1 op de temperatuur t_1. Ieder van deze eindtoestanden kan men willekeurig kiezen.

Twee processen, die elkander aldus vervangen kunnen, noemt Clausius æquivalent en hij stelt zich de vraag „das Gesetz zu finden, nach welchem man die Verwandlungen als mathematische Grösze darstellen musz, damit sich die Aequivalenz zweier Verwandlungen aus der Gleichheit ihrer Werthe ergiebt. Der so bestimmte mathematische Werth einer Verwandlung möge ihr Aequivalenzwerth heissen."

Waar de grootte van den „Aequivalenzwerth" eener omzetting van warmte in arbeid volgens 't bovenstaande klaarblijkelijkelijk evenredig met de omgezette hoeveelheid warmte zijn moet, en verder, naar op de gebruikelijke wijze valt af te leiden, slechts van de temperatuur afhankelijk kan zijn, is de „Aequivalenzwerth" voor te stellen door

$$Q \,.\, f(t)\,.$$

Analoog krijgt men voor de tweede soort omzetting als Aequivalenzwerth

$$Q_1 \,.\, F(t_1\, t_2)\,;$$

de omzetting in een andere richting, n.m. van t_2 naar t_1, levert

$$Q_1 \,.\, F(t_2\, t_1)\,.$$

Deze twee grootheden mogen slechts in teeken verschillen, dus

$$F(t_1\, t_2) = -F(t_2\, t_1)\,,$$

terwijl volgens den opzet in het kringproces

$$Q\, f(t) = Q_1\, F(t_1\, t_2)\,,$$

of

$$-Q \,.\, f(t) + Q_1 \,.\, F(t_1\, t_2) = 0\,. \qquad (1)$$

Clausius denkt zich vervolgens een tweede kringproces waarbij hij de temperaturen t_1 en t_2 benevens de warmtehoeveelheid Q_1 gelijk houdt doch de temperatuur vervangt door t, terwijl de warmtehoeveelheid, welke in arbeid wordt omgezet, thans Q' wordt. Dit proces laat hij in omgekeerden zin verloopen. Als vergelijking voor de Aequivalenzwerthe" verkrijgt hij nu

$$Q' \,.\, f(t') + Q_1 \,.\, F(t_2\, t_1) = 0\,.$$

Deze vergelijking met verg. (1) levert

$$-Q \cdot f(t) + Q' \cdot F(t') = 0. \tag{2}$$

Wat is er nu echter geschied? De warmte $Q - Q'$ is langs omkeerbaren weg in arbeid omgezet en Q' is van t naar t' overgebracht, of in Clausius' wijze van uitdrukking, in warmte van temperatuur t in warmte van temperatuur t' omgezet.

Past hij hierop zijn „Aequivalenzwerth" vergelijking toe, dan verkrijgt hij

$$(Q' - Q) \cdot f(t') + Q \cdot F(t\,t') = 0,$$

wat in verband met (2) levert

$$F(t\,t') = f(t') - f(t).$$

Voor de functie $f(t)$ kiest hij om redenen welke hij eerst later verklaart de schrijfwijze

$$f(t) = \frac{1}{T},$$

waardoor

$$F(t_1\,t_2) = \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}.$$

De „Aequivalenzwerth" van de warmte Q welke in arbeid wordt omgezet, wordt dus

$$\frac{Q}{T},$$

en voor de warmte Q_1 welke van t_1 naar t_2 wordt overgebracht

$$Q_1 \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right),$$

waarin T de nog onbekende temperatuurfunctie is.

Vervolgens maakt Clausius de opmerking, dat bij een willekeurig kringproces men niet steeds behoeft na te gaan, welk gedeelte der opgenomen warmte in arbeid wordt omgezet en welk gedeelte in warmte van lagere temperatuur, maar dat men steeds alle opgenomen warmte in arbeid kan omgezet denken en alle afgestane warmte als uit arbeid ontstaan, daar de „Aequivalenzwerthe" toch dezelfde moeten zijn.

De som de „Aequivalenzwerthe" is dan voor te stellen door

$$N = \sum \frac{Q}{T},$$

of zoo noodig

$$N = \int \frac{dQ}{T},$$

waarop hij dan, op de gewone wijze, uit de tweede hoofdwet afleidt, dat deze uitdrukking voor een omkeerbaar kringproces gelijk 0 is.

In het geciteerde stuk keert Clausius zich nog even tot de niet-omkeerbare processen om ten slotte tot de functie T terug te keeren.

Uitgaande van de door hem aangenomen hypothese, dat bij de z.g. permanente gassen opgenomen warmte gelijk is aan den te verrichten uitwendigen arbeid en van de geldigheid van de wet van Boyle-Gay Lussac bewijst hij dan

$$T = a + t,$$

waarin a het omgekeerde van de uitzettingscoefficient is dus 273. Zoodoende is T geidentificeerd met de absolute temperatuur.

Opmerkelijk is wel uit bovenstaande dat Clausius wel degelijk de

$$\frac{Q}{T}$$

als rekengrootheid heeft ingevoerd. Het geheel doet niet aangenaam aan en het maakt wel eenigszins den indruk of hij nog een ander richtsnoer heeft gehad dan alleen hetgeen hij schrijft. In een latere publicatie n.m. in 1865 zullen we dit vermoeden ook bevestigd vinden.

In een volgende mededeeling [1]) vraagt Clausius zich af, waardoor het toch wel mogelijk is, dat warmte arbeid verricht en hij spreekt als zijn meening uit, dat steeds, wanneer warmte in arbeid wordt omgezet, dit gebeurt, doordat de warmte de lichamen een grooter volume doet innemen. Hierdoor kunnen de lichamen zich dan tegen een kracht uitzetten. Behalve de uitwendige krachten neemt hij ook het bestaan van inwendige krachten aan. Zoo zal dan ook een lichaam dat warmte opneemt, deze warmte gedeeltelijk gebruiken voor vermeerdering zijner temperatuur en gedeeltelijk voor vergrooting van zijn volume, dus voor overwinning van krachten, zoowel inwendige als uitwendige.

Bij het verrichten van inwendigen arbeid worden de moleculen verder uit elkander gebracht, de „Zerteilung" wordt grooter. In deze Zerteilung is dus steeds een maat te vinden voor, wat wij

1) Annalen der Physik und Chemie, Band 116 1862.

gewend zijn de potentieele energie te noemen, doch wat Clausius den naam van „Werkinhalt" geeft. Hij duidt haar aan met de letter L. Onze kinetische energie noemt hij de ware „Wärmeinhalt" en geeft haar de letter H.

Aan deze verdeeling der warmte wijdt hij een groot gedeelte van het artikel, ter bestrijding van Rankine, welke niet met hem mede gaat in zijn meening omtrent hetgeen hij de ware specifieke warmte noemt, d. w. z. de warmte noodig alleen ter vermeerdering van de grootheid H. Clausius verdedigt hierbij het standpunt dat b.v. ijs en water dezelfde specifieke warmte bezitten. Waar men voor de gemeten soortelijke warmte dezer stoffen verschillende getallen vindt, ligt dit volgens hem slechts aan de grootheid L. Clausius gaat zelfs nog verder en meent dat de warmte-inhoud van een chemische verbinding gelijk te stellen is aan de warmte-inhoud der samenstellende elementen bij dezelfde temperatuur. Slechts de werkinhouden kunnen volgens hem verschillen.

Voor ons doel heeft het echter weinig nut, ons verder met de documentatie der beide geleerden in te laten.

Aan het eind van zijn artikel komt Clausius terug op de Aequivalenzwerth en wel op die van den warmte-inhoud. Hij definieert hier

$$\int \frac{dH}{T}$$

d. w. z. de som der Aequivalenzwerthe der opgenomen „ware warmte" vanaf een bepaald beginstadium als de

„Verwandlungswerthe der von dem gegebenen Anfangsstadium an gerechneten Körperwärme".

Deze grootheid bezit natuurlijk ook weder een additioneele constante afhankelijk van het beginstadium.

Aan de behandeling van den werkinhoud moeten we even nader onze aandacht schenken, daar in de meening welke Clausius hierbij verdedigt wel de grond te vinden is voor zijn Aequivalenzwerththeorie. Trouwens hij zelf schrijft:

.... Durch Betrachtungen dieser Art bin ich schon bei meinen ersten Untersuchungen über die mechanische Wärmetheorie dahin geführt, ein algemeines Gesetz über die Abhängigkeit der Wirksamen Kraft der Wärme von der Temperatur anzunehmen, welches den Satz von der Aequivalenzwerth der Verwandlungen zur unmittelbaren Folge hat....

Hij gaat dan uit van een stelling welke hij meer als postulaat vooropstelt dan bewijst:

„In allen Fällen, wo die in einem Körper enthaltene Wärme durch Ueberwinding von Widerständen eine mechanische Arbeit thut, ist die Grösze der Widerstände, welche sie überwinden kann proportional der absoluten Temperatur."

Teneinde deze stelling beter te kunnen hanteeren verandert hij haar in

„Die mechanische Arbeit, welche die Wärme bei irgend einer Anordnungsveränderung eines Körpers thun kann, ist proportional der absoluten Temperatur, bei welcher die Aenderung geschieht."

en in het licht van deze stelling is het alleszins begrijpelijk dat hij aan de grootheid

$$\frac{Q}{T}$$

een groote praktische beteekenis hecht.

Op deze zinsnede doelden we toen we boven spraken over het niet uitgesproken richtsnoer, dat Clausius zou gehad hebben.

Als demonstratie zijner arbeidsmethode volge hieronder zijne verhandeling over den werkinhoud.

Zooals reeds werd opgemerkt, staat de werkinhoud in zeer nauw verband met den graad van verdeeling der stof. Om aan deze verdeeling een vorm te geven waarmede mathematisch te werken valt, wordt een nieuwe grootheid. aanvankelijk vrij vaag, ingevoerd, de z.g. „Disgregation" met de woorden

Die Wirkung der Wärme geht nun immer dahin, den unter den Molekulen stattfindenen Zusammenhang zu verminderen und wenn dieser gelöst ist, die mittleren Entfernungen der Moleculen zu vergrössern. Um dieses mathematisch ausdrücken zu können, wollen wir den Grad der Zertheilung des Körpers durch ein neu einzuführende Grösse darstellen, welche wir die Disgregation des Körpers nennen wollen, und mit Hülfe deren wir die Wirkung der Wärme einfach daher definieren können dass sie die Disgregation zu vermehren sucht."

Om deze grootheid nader te bepalen vinden we dan verder

„Da die Vermehrung der Disgregation die Wirkung ist, durch welche die Wärme Arbeit leistet, so musz die Grösse der Arbeit zur Grösse der Disgregationsvermehrung in bestimmter Beziehung stehen, und wir wollen die willkürliche Grössebestimmung der

Disgregation dahin festsetzen dass bei einer gegebenen Temperatur, die Disgregationsvermehrung der Arbeit, welche die Wärme dabei thut proportional ist. Was ferner den Einflusz der Temperatur betrifft, so wird dieser durch das obigen Gesetz bestimmt. Es musz nämlich wenn dieselbe Disgregationsänderung bei verschiedenen Temperaturen geschieht, die betreffende Arbeit der Temperatur proportional sein. Sei demnach Z die Disgregation des Körpers und dZ eine unendlich kleine Änderung derselben und dL die dazu gehörige unendlich kleine Arbeit so kann man setzen

$$dL = K . T . dZ$$

oder

$$dZ = \frac{dL}{K . T}$$

worin K eine Constante ist. welche von der unbestimmt gelassenen Masseinheit abhängt, nach welcher Z gemessen werden soll.

K wordt dan zoo gekozen dat ze naar onze wijze van berekening het mechanisch warmte aequivalent wordt. Nu is dus

$$Z = Z_0 + \frac{1}{K}\int \frac{dL}{L} .$$

Z is dan dus weder een „Aequivalenzwerth" en wel van de voor den inwendigen arbeid opgenomen warmte. Zij is weder op een additieve constante na bekend.

De invoering van de entropie was hiermede weder een stap verder gekomen maar moest nog wachten tot 1865 [1]).

Clausius voert dan de Aequivalenzwerth in van alle door een lichaam opgenomen warmte, zoowel voor vermeerdering van zijn warmte-inhoud als voor die van zijn werk-inhoud. Deze wordt

$$\int \frac{dQ}{T} = \int \frac{dH}{T} + A\int \frac{dL}{T}$$

waarin A het omgekeerde van het mechanisch warmte-aequivalent is

$$\int \frac{dQ}{T} = \int \frac{dH}{T} + (Z - Z_0) .$$

Hierin stelt hij

$$\int \frac{dQ}{T} = S = S_0$$

en vervolgt

Sucht man für S einen bezeichnenden Namen, so könnte man

1) Annalen der Physik, Bd. 125, 1865.

ähnlich wie von der Grösse U [1]) gesagt is, sie seij der Wärme- und Werkinhalt des Körpers von der Grösse S sagen, sie seij der Verwandlunginhalt des Körpers. Da ich es aber für besser halte die Nahmen derartiger für die Wisschenschaft wichtiger Grösse aus den alten Sprachen zu entnehmen damit sie ungeändert in allen neuen Sprachen angewandt werden können, so schlage ich vor, die Grösse S nach dem Griechischen Worte ἡ τϱοπη, die Verwandlung, die *Entropie* des Körpers zu nennen. Das Wort Entropie habe ich absichtlich dem Worte Energie möglichst ähnlich gebildet, denn die beiden Grössen, welche durch diese Worte benannt werden sollen, sind ihrem physikalischen Bedeutungen nach einander so nahe verwandt, dass eine gewisse Gleichartigkeit in der Benennung mir zweckmässig zu seijn scheint.

1) $U = H + L$, mits L ook in calorieën uitgedrukt.

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 27 Januari 1923, in het Natuurkundig Laboratorium der Universiteit te Amsterdam.

Jaarverslag van den Secretaris, over het Vereenigingsjaar 1 Jan.—31 Dec. 1922.

Voldoende aan art. 22 van het huishoudelijk reglement heb ik hierbij de eer U een kort overzicht te geven van de lotgevallen van onze Vereeniging in het afgeloopen vereenigingsjaar.

In het afgeloopen jaar werden 8 Bestuurs- en 8 Algemeene Vergaderingen gehouden. De Algemeene Vergaderingen werden gemiddeld door 32 personen bezocht. (Maximum aantal 41, minimum 24). Tot onze verwondering vertoont het bezoek een systematische daling: terwijl het zich in de eerste maanden van het jaar stationair om de 40 bewoog, is het verloop na de vacantie: 31, 28, 26, 24. Tevergeefs vraagt het Bestuur zich af wat de oorzaak van deze daling mag zijn.

Op de vergaderingen werden voordrachten gehouden door de Heeren Einstein en Gerlach als gasten van de Vereeniging en verder door de leden Minnaert (met demonstraties), Burger (dito), Busé, Hertz, Keesom, Lakeman (met dem.), Zernike (dito), Niessen, Ornstein, Hertz en Cannegieter. Vele voordrachten gaven aanleiding tot geanimeerde discussies.

In plaats van de Meivergadering werd een bezoek aan het Koninklijk Metereologisch Instituut te de Bilt op het programma geplaatst, waaraan 22 leden deelnamen. Onze hartelijke dank aan den Directeur van het Instituut en aan de aldaar werkzame leden, die dit bezoek zoo uitmuntend hebben doen slagen.

Het ledental steeg van 109 op 1 Jan. 1922 tot 124 op 31 Dec. 1922, zulks tengevolge van het toetreden van 19 en het bedanken van 4 leden.

Het Bestuur onderging geen wijziging. De pogingen om het uit te breiden met een zevende lid, dat te Amsterdam woonachtig zou moeten zijn, hebben nog geen resultaat gehad.

Ik eindig dit verslag met de beste wenschen voor de verdere groei en bloei van de Vereeniging.

Mejuffrouw R. Riwlin houdt een voordracht over:

De aard der extinctie in vloeibare kristallen.

Voor dit onderzoek van de extinctie is een methode uitgewerkt om langs fotografischen weg de absorptie van een stof quantitatief te bepalen, waarbij gebruik is gemaakt van een zwartingsschaal, die op elke plaat afzonderlijk moet worden ontworpen. Deze methode is gebruikt om het doorlatingsvermogen van eenige vloeibare kristallen te meten, zoowel voor de heldere isotrope phase, als voor de troebele vloeibaar-kristallijne vloeistof.

De resultaten dezer metingen zijn getoetst aan een theoretisch afgeleide formule van de verstrooing, waarmede zij vrij goed blijken overeen te stemmen.

BOEKBESPREKING.

Verhandelingen van Dr. P. Zeeman over magneto-optische verschijnselen, 341 blz. 14 pl. — IJdo, Leiden 1921.

In October 1921 was het 25 jaren geleden, dat Zeeman het naar hem genoemde effect ontdekte. Door een commissie uit vrienden en leerlingen is toen den jubilaris bovenstaand boekdeel als een huldeblijk aangeboden. Het bevat een verzameling van de verhandelingen van Zeeman over dit verschijnsel en wel is de eerste publicatie waarin de ontdekking wordt beschreven, in vier talen opgenomen, terwijl van de andere, die ook meestal in verschillende talen zijn verschenen, die bewerking is gekozen, die het uitvoerigst was. Stukken met enkel samenvattende beschouwingen, en voordrachten zijn niet opgenomen.

Het geheel vormt naar inhoud en uitvoering een mooi werk, een blijvend monument voor deze gewichtige ontdekking.

S.

W. Kossel. **Valenzkräfte und Röntgenspektren. Zwei Aufsätze über das Elektronengebäude des Atoms.** 70 blz., 11 fig. — J. Springer, Berlin 1921.

Het probleem, dat in deze opstellen behandeld wordt is dat der chemische verbindingen. Kossel stelt zich ten doel met behulp van enkele eenvoudige veronderstellingen over den bouw der atomen het tot stand komen van chemische verbindingen te verklaren. Hij gaat daarbij uit van een atoom bestaande uit een positief geladen kern omgeven door een zwerm van electronen. De meest stabiele groepeeringen dezer electronen vindt men bij de edelgassen. Kossel neemt nu aan dat in (heteropolaire) chemische verbindingen de electronenzwerm van elk atoom de structuur van die van het naastbijgelegen edelgas aanneemt. Bijv. Na bevat één electron meer dan Neon, bij de binding zal het dit electron afgeven. Cl bevat één electron minder dan Argon, neemt er dus bij een binding één op. De binding Na Cl vindt nu plaats in 2 stappen: 1e het Na draagt een electron over aan Cl, 2e het nu + geladen Na ion trekt electrostatisch het — Cl ion aan. Deze electrostatische kracht bezorgt de eigenlijke binding.

Neemt men nu met Kossel aan, dat het in vele gevallen althans geoorloofd is de electrostatische krachten, die de ionen op elkaar uitoefenen als centrale krachten te behandelen, dan kan men de sterkte der binding uit lading en afstand berekenen. Zoodoende kan Kossel een groote reeks verschijnselen, zooals het zure of basische karakter eener verbinding, het vormen van komplexe verbindingen, de hydrolyse enz. verklaren.

In de 2e voordracht wordt de structuur der electronenwolken, die de atoomkern omgeven, naar aanleiding der resultaten van het Röntgenonderzoek nader besproken. Deze voordrachten zijn voor degenen, die Kossel's werk niet kennen, zeer aan te bevelen.

G. H.

J. D. van der Waals Jr., **De Wereldaether.** 263 blz., 25 fig. — Volksuniversiteitsbibliotheek, Erven F. Bohn, Haarlem, 1921. Prijs f 2.50.

Dit boekje is het resultaat van eene poging, die den hoogsten lof verdient. Immers het is haast een levensbelang te achten voor onze wetenschap in de maatschappij, dat de ontwikkelde leeken medeleven met de uitkomsten en in den gedachtengang der natuurkunde. Om te kunnen beoordeelen, in hoeverre de schrijver erin geslaagd is, een breederen kring van leekenpubliek een besef te geven van de problemen, die tot de ontwikkeling van het tegenwoordige aetherbegrip leidden, moet men zelf een onbevangen leek zijn. Daar onthoud ik mij dus van. Echter meen ik, dat ook menig physicus met belangstelling dit overzicht zal lezen, en er veel in zal vinden dat voor hem nieuw is: n.l. de thans weinig bekende theorieën en hypothesen van Descartes en Huygens, van Cauchy, en zoovele anderen, die zich moeite gegeven hebben om mechanische verklaringen te bedenken voor de verschijnselen, die zich in den aether afspelen, theorieën en hypothesen, die men in geen ander Nederlandsch werk zoo bij elkander vindt. Bedenkt men, welk een ontzaglijk gebied der natuurkunde bestreken wordt door gravitatie, voortplanting van het licht, astronomische aberratie, interferentie en dubbele breking van het licht, de veldvergelijkingen van Maxwell en de elektronentheorie, dan krijgt men eenig besef van de stoutmoedigheid, waarmede dit werkje begonnen is en dan verbaast men zich niet, dat het niet maar een onderdeel kon zijn van een deel der V.U.B. over de relativiteitstheorie, doch een zelftandig deel werd.

Meer in 't bijzonder geslaagd lijken mij de hoofdstukken over de polarisatie en de dubbele breking [1]), en van groot belang het hoofdstuk over het elektrisch monisme, dat in het licht stelt, hoezeer men in de natuurkunde is gaan afzien van het verlangen, de verschijnselen mechanisch te verklaren: een wending in de geestesrichting, welker oorsprong de schrijver reeds weet aan te wijzen bij Stokes. „Het standpunt van het elektrisch monisme is zeker niet definitief", zegt hij in de slotbeschouwing op de laatste bladzijde. Stellig niet, en men is zelfs nu al verder gekomen dan de voorstelling, dat de „aether vult de geheele ruimte homogeen en heeft overal een zekeren druk" (blz. 260). Wij mogen de hoop uitspreken, dat de nieuwe opvatting van den aether, zooals die te voorschijn trad bij Einstein's intreerede te Leiden, dat de „ether of events", zooals Whitehead [2]) hem noemt in tegenstelling tot den „material ether", tot zijn recht zal kunnen komen in het boekje over relativiteitstheorie, dat de schrijver voornemens is in dezelfde serie te doen verschijnen.

F.

---

1) Een kleine lapsus valt op blz. 53 te constateeren, waar in den tekst letters gebruikt worden, die in de bijbehoorende figuur niet voorkomen, en op blz. 106, waar van de *emissie*-theorie gevraagd wordt te berekenen, hoe het buigingsverschijnsel van de *golflengte* van het licht afhangt. Lapsus moeten bij een schrijver als prof. Van der Waals ook zijn enkele ontsierende germanismen, zooals „gangverschil" i. p. v. *weg*verschil; „aethermeevoering" i. p. v. *meesleeping* van den aether; „geëigend" en „zich eigenen" i. p. v. *geschikt* en *zich leenen*; warmte „overdragen" i. p. v. *afgeven*; „de vóór- en de nà-Maxwell'sche theorieën" i. p. v. de theorieën *vóór en nà Maxwell*; een lichaam dat „rust" t. o. v. een ander i. p. v. *stilstaat*, enz.

2) **Whitehead,** An Enquiry concerning the Principles of Natural Knowledge, Cambridge U. P. 1919.

V. Esbach, **Vectoranalyse,** 123 blz. 56 Fig. — W. J. Thieme & Cie, Zutfen, 1922.

Een handig boekje om vertrouwd te maken met de beginselen der vectoranalyse. De schrijver is er in geslaagd in een kort bestek een duidelijke en overzichtelijke uiteenzetting te geven van de gronden en de voornaamste toepassingen der vectorrekening. Door een geschikte keuze der stof en vooral door de zoo moeilijke beperking heeft hij in dit werkje, dat meer de practijk dan een streng wetenschappelijke behandeling beoogt, de gevaren van langdradigheid en ingewikkeldheid vermeden. Voortdurend wordt ieder onderdeel der theorie verduidelijkt door toepassingen uit de meetkunde, mechanica of electriciteitsleer.

Het boekje begint met een uiteenzetting van het getallenbegrip en de uitbreiding daarvan, waarbij de verschillende bewerkingen besproken worden, inzonderheid de vermenigvuldiging, bepaald door de geldigheid der distributieve wet. Hierbij wordt in het kort de beteekenis der quaternionen besproken. Daarna gaat de schrijver over tot de behandeling der vectoralgebra, toegelicht door tal van meetkundige toepassingen. Het verband tusschen vector- en quaternionenrekening besluit dit onderdeel.

Het volgende gedeelte behandelt de vectoranalyse, toegepast op de mechanica en de meetkunde, waarbij de formules van Frenet eenvoudig worden afgeleid. Het laatste gedeelte is gewijd aan de vectorvelden met een uitvoerige bespreking van den operator nabla. Bij de toepassingen komen de stellingen van Stokes, Gauss en Green voor den dag.

Ik kan dit boekje zeer aanbevelen voor hen, die zich het hanteeren der vectorrekening willen eigen maken. Tal van vraagstukken, aan ieder hoofdstuk toegevoegd, geven geschikte oefeningsstof.

A. S.

A. Sommerfeld, **Atombau und Spektrallinien.** Dritte umgearbeitete Auflage. 764 blz. 125 fig. — Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig. — Ingenaaid f 9,— ; Gebonden f 11.25.

Wanneer van een werk binnen 3 jaar reeds een derde omgewerkte druk verschijnt, dan moet daarvoor wel een bijzondere reden zijn. Deze moet m. i. in de eerste plaats gezocht worden in de omstandigheid, dat dit werk ons plaatst midden in een gebied, dat de volle belangstelling heeft, zoowel van den practischen en den theoretischen natuurkundige, als van den chemicus. Hier toch, in de wereld der spectraallijnen, vindt men de wegen, waarlangs men steeds dieper kan doordringen in de geheimen van den bouw der atomen. Geen wonder dan ook, dat de eerste druk van dit werk zoo spoedig uitverkocht was, dat een tweede druk noodzakelijk werd. Maar zoo snel (juist een jaar later) volgde deze op den eersten, dat er slechts door enkele toevoegsels iets van de vorderingen gedurende dat jaar op dit gebied gemaakt, kon worden bekend gemaakt. Het is dan ook zeer toe te juichen, dat deze derde druk eens geheel omgewerkt is, waardoor veel meer een systematische opbouw van de stof is bereikt.

In het eerste hoofdstuk is het bijv. goed gezien, onder de „Vorbereitende Tatsachen", aan de hand van het licht-electrische effect een voorloopige inleiding te geven tot de voor velen zoo moeilijke quanta-hypothese.

Het tweede hoofdstuk, dat het natuurlijke systeem der elementen behandelt, heeft eenige uitbreiding ondergaan. Aan de physica van de kern is meer plaats ingeruimd en ook aan de periphere en centrale eigenschappen van het atoom is door opneming der uitkomsten van Kossel, Landé e. a. eene belangrijke uitbreiding gegeven.

Het derde hoofdstuk, dat de Röntgenspectra behandelt, moest zooals ieder begrijpen zal, die de litteratuur over dit onderwerp heeft bijgehouden, belangrijk gewijzigd en uitgebreid worden. De uitkomsten door Duane, Stenström en Coster verkregen bij hunne metingen van de absorptiegrenzen van de *L*- en de *M*-reeksen zijn opgenomen. In alle tabellen zijn de Ångström-eenheden door *X*-eenheden vervangen.

Een belangrijke verandering heeft het 4e hoofdstuk ondergaan. Het is goed gezien, van alle spectraalreeksen, die van de waterstof eerst afzonderlijk te behandelen, en die van de andere elementen tot een later (6e) hoofdstuk uit te stellen. Na eene inleiding tot de quanta-theorie en een overzicht van het empirisch gewonnen materiaal over de verschillende waterstofspectra, wordt de Bohr'sche theorie van de Balmer-reeks gegeven en daarna de uitbreiding er van door de meebeweging van de kern in rekening te brengen. De ellipsenbanen en hun ligging in de ruimte, vinden nu een uitvoerige behandeling. M. i. had de hierbij behandelde theorie van het magneton wel achterwege kunnen blijven.

Het vijfde hoofdstuk, dat Golftheorie en Quantatheorie met elkander vergelijkt, is in hoofdtrekken het vroegere zesde hoofdstuk. Maar wie nauwkeurig leest zal merkwaardige veranderingen opmerken. Op verschillende plaatsen heeft het positieve beweren plaats gemaakt voor een vraag (vgl. blz. 310: „Ist diese Gewissheit erschüttert worden?" en blz. 324: „Ist dieser Zustand der Theorie nur ein vorläufiger.... enz.). Bohr's korrespondentie-principe, dat vroeger slechts in een „Zusatz" opgenomen was, vindt hier nu een waardige plaats en zijn waarde wordt en volle erkend.

Het Zeeman-effect wordt hier alleen voor de waterstof besproken, terwijl het anomale effect tot latere behandeling wordt uitgesteld.

Als aanwinst van dit hoofdstuk is te beschouwen, dat aan de adiabatenhypothese een afzonderlijke plaats is ingeruimd. De korte historische inleiding over het ontstaan van deze hypothese en hare verschillende toepassingen zijn welkom voor het verduidelijken van hare beteekenis.

Het zesde hoofdstuk behandelt nu de spectraalreeksen in 't algemeen. Na een overzicht te hebben gegeven van het geheele reeksen-systeem (naar het schema van Paschen e. a.) waarbij gelukkig de 0,5 in de *S*-term verdwenen is, wordt de quantatheorie van dit systeem ontwikkeld.

Het is toe te juichen, dat nu aan de methode van de electronenstoot van Franck en Hertz zoo'n belangrijke plaats is ingeruimd en dat aan tal van voorbeelden is duidelijk gemaakt hoe deze methode gebruikt kan worden tot het verifieeren van het reeksensysteem.

Om niet te uitvoerig te worden zou ik nog slechts willen noemen dat in dit hoofdstuk zeer uitvoerig het anomale Zeeman-effect is behandeld en daarbij hoofdzakelijk de uiteenzettingen van Landé en Heisenberg gevolgd zijn. Typeerend is hetgeen Sommerfeld zelf hierover zegt:

„Die hier herrschenden durchgreifenden Regelmässigkeiten sind zunächst empirischer Natur; ihr ganzrahliger Charakter verlangt aber von Aufang an nach quantentheoretischer Einkleidung."

Het zevende hoofdstuk over Bandenspectra is geheel nieuw. Werd vroeger in een enkele „Zusatz" over deze spectra gesproken, nu vinden zij met de rotatiespectra, de veellijnenspectra enz. hier een uitvoerige behandeling, waar Kratzer het belangrijkste aandeel aan heeft gehad.

Het vroegere vijfde hoofdstuk is nu het laatste geworden. De theorie van de fijnstructuur en hare relativistische grondslag vormt er den hoofdschotel van. Belangrijke uitbreiding heeft het ondergaan door opname van de regelmatige en onregelmatige doubletten in Röntgenspectra en door uitvoerig te geven een algemeene systematiek van de Röntgenspectra.

Evenals bij de vorige drukken, blijft een reeks „Mathematische Zusätie und Ergänzungen" het boek besluiten en dat is goed ook. Ik had reeds gelegenheid op te merken, dat verschillende onderwerpen, die in de vorige uitgaven onder deze rubriek voorkwamen, nu in den tekst verwerkt zijn. Nu is deze rubriek daarvan gezuiverd en alleen behouden wat in den tekst gemist kan worden, ja zelfs moet worden als het boek wil beantwoorden aan de bedoeling van den schrijver: „eine zwar eingehende, aber nicht zu schwierige Darstellung zu geben, die auch dem Nichtfachmanne das Eindrungen in die neue Atomphysik und in das Verständnis der Spektrallinien ermöglicht."

En nu rijst dus vanzelf de vraag: „Beantwoordt het boek aan die verwachting?" De beantwoording zal afhangen van hetgeen men onder een „Nichtfachmann" verstaat. Wil deze er volop van kunnen genieten, dan zal hij toch in ieder geval integraalrekening, mechanica en vectoranalyse moeten kennen. Zulk een „Nichtfachmann" geeft het boek een goede gelegenheid om de geheimen van den bouw der atomen te weten te komen door de taal der spectraallijnen te leeren verstaan. En hij zal den indruk krijgen van hoeveel op dit gebied is bereikt, maar als „Nichtfachmann" niet kunnen beoordeelen, wat nog niet is bereikt. Wanneer men in dat opzicht de geschriften van Bohr en Sommerfeld met elkaar vergelijkt dan zal dat verschil heel duidelijk te voorschijn komen. Ik meende dit den „Nichtfachmann" niet te mogen onthouden.

Overigens heb ik voor dit boek alle lof. Het is jammer, dat voor dezen derden druk minder glad papier is gebruikt dan voor de vorigen. Daardoor gaan bijv. van fig, 2a, 2b, 2c en 10 de fijnere details verloren. De andere figuren hebben van dit bezwaar weinig te lijden en zijn zeer duidelijk.

Alles te zamen genomen, kan ik dit boek voor den „Nichtfachmann", in de beteekenis, zooals door mij boven is uiteengezet, zeer aanbevelen.

T. v. L.

B. Wigersma, **Natuurkunde en Relativiteitstheorie, hun uitkomst en doel.** 63 blz. — J. W. Boissevain & Co, Haarlem, 1922.

Men mag deze studie opvatten als een ernstige poging om de relativiteitstheorie vanuit de bollandiaansche wijsbegeerte te verlichten. Zij vervalt echter wel eens in een voorbarige generalisatie, in de meening groote problemen met enkele sluitende woorden opgelost te hebben, in een overschatting van het wijsgeerige „Woord".

In de inleiding citeert de schrijver (blz. 13) enkele zinnen uit Hegel's Encyclopaedie, waaronder: „Der Zweck dieser Vorlesungen war in dieser Aeusserlichkeit (der Natur) nur den Spiegel Unser selbst zu finden." *Nur den Spiegel Unser selbst*, ziedaar den wortel van eene eenzijdigheid, welke den schrijver de innige voldoening, die de natuuronderzoeker bij de ontdekking eener nieuwe waarheid smaakt, doet toeschrijven aan het terugvinden van zijn eigen denkbeelden, van zichzelf als denkend wezen in de natuurlijk van hem gescheiden dingen (blz. 7); aan het zichzelf ontdekken in de natuur (blz. 9), aan het zich één weten met al het andere (blz. 11). Hierin ziet de schrijver het doel der natuurkunde.

Het wil recensent voorkomen alsof deze louter intellectueele waardeering voorbij ziet, dat het den onderzoekers allereerst om kennis der natuur zelf te doen is, en niet om hun eigen ik of om eigene denkbaarheden, die veel vaker hen in den steek laten dan toepasselijk blijken te zijn, — ook voorbijziet, dat de natuur wel eens waarheid zou kunnen hebben, inhouden, verwerkelijken, of hoe men het noemen wil, die niet door de functie van het menschelijk *denken* behoeft te kunnen worden begrepen. Hamlet's: „there are more things in heaven and earth than are dreamt of in our philosophy," gaat dieper dan Bolland's: „de natuur heeft hare denkbaarheid, zonder in denkbaarheid op te gaan."

De schrijver vestigt er nog eens, cursiveerende, de aandacht op, dat, gelijk men weet, de relativiteitstheorie geen reden geeft, „waarom het licht een constante snelheid heeft, of beter, noodzakelijkerwijze hebben moet" (blz. 27). Het belangrijkste deel van zijn boekje vormen de bladzijden, waarin hij poogt aan te wijzen dat de absoluutheid van de snelheid van het licht in de rede ligt (blz. 31). Daarover zegt hij o.a.:

„Het spreken reeds van het absoluut zijn der lichtsnelheid beteekent dat de lichtsnelheid.... geen snelheid is, doch snelheidsgrens, die, tijd en ruimte vooronderstellende, toch ook weer tijd en ruimte te buiten is. Aan de grens van iets en iets anders blijft een van beide niet zonder meer verborgen, doch openbaart zich juist het andere of doet zich het andere kennen. Als snelheidsgrens is dan ook de lichtsnelheid overgang van de bewegelijkheid tot 'tgeen aan de bewegelijkheid grenst en dus vanzelve geen bewegelijkheid, onbewegelijkheid of rust is.

Spreekt men derhalve van de snelheid van 't licht als onoverschrijdbare snelheid of snelheidsgrens, dan beteekent dit, dat men het licht naar twee kanten kan beschouwen, en wel als 't bewegelijke met absolute snelheid en als het absoluut rustige. De theorie van den rustenden (en alomtegenwoordigen) wereldaether komt bij zulk een beschouwing als ommezijde van de absolute lichtsnelheid ongedwongen te voorschijn" (blz. 31).

Men zou kunnen beproeven deze uiteenzetting in verband te brengen met de welbekende stelling der theorie dat de zg. *lichtkegel* (d. i. het spoor, in de vierdimensionale voorstelling, van een zich uit een punttijdstip uitbreidende bolvormige lichtgolf) de *grens* vormt die de van dat punttijdstip uitgaande tijdlijnen (wereldlijnen met tijdskarakter) scheidt van de daarvan uitgaande ruimtelijke rechten (wereldlijnen met ruimte-karakter). Maar dit gaat toch moeilijk. Weliswaar kunnen de genoemde tijdlijnen de beweging voorstellen van snelle en snellere deeltjes, welker snelheid tot de lichtsnelheid kan naderen, maar met de onderscheidene ruimtelijke rechten kan men moeilijk de gedachte van „het absoluut rustige" rijmen. Immers de „ruimten", waarin zij geacht zouden mogen worden te liggen, behooren bij verschillende beschrijvingsramen, die ten opzichte van elkander een translatiebeweging hebben, met snelheden, die eveneens tot de lichtsnelheid naderen. In dezen gedachtengang kan men eerder den lichtkegel beschouwen als de grens tusschen de punttijdstippen, die vóór of na het uitgangspunt zijn en de punttijdstippen die noch vóór noch na dat uitgangspunt zijn, om in de terminologie van Robb te spreken. Dat echter de verzameling punttijdstippen, die noch vóór noch na een gegeven punttijdstip gelegen zijn, iets uitstaande zouden hebben met onbewegelijkheid of stilstand, is niet duidelijk. Maar afgezien van zulk een poging tot interpretatie der aangehaalde woorden: het mag toch op zijn minst gewaagd, zoo niet bedenkelijk heeten, een *snelheids*grens op te vatten als *bewegelijkheids*grens. Deze vereenzelviging is te willekeurig om bepaald in de rede te liggen.

„Het licht is in de natuur opheffing (= bevestigende ontkenning) van de bewegelijke afgescheidenheid, van de dwarreling, verbijzondering en rusteloosheid van alle natuurgebeuren, is het rustbrengende in het rustelooze en zoo dus eenheid van rust en beweging. Tot eenheid komt het verschillende aan de gemeenschappelijke grens, en zoo moet dan wel het licht als de grens, die het bewegelijke en de rust scheidt en bindt, naar den kant van de bewegelijkheid gezien ook de uiterste bewegelijkheid meebrengen der onovertrefbare lichtsnelheid.

Zijn dus de punten van uitgang bij de speciale relativiteitstheorie: constante snelheid van 't licht en relativiteit van alle physische waarden, wijsgeerig zeer begrijpelijk, de uitkomst dezer theorie heeft in hare eenzijdigheid eveneens hare begrijpelijkheid" (blz. 33).

Men zal geneigd zijn, achter dit „begrijpelijk", evenals achter het „ongedwongen" in het eind der vorige aanhaling een vraagteeken te plaatsen.

De verleiding is groot, in een nadere kritiek te treden van schrijvers beschouwingen over den „wereldaether", van zijn beschouwingen over de traagheid en zwaarte, van zijn onredelijk verstarde houding ten opzichte van de toepasbaarheid van niet-euclidische schema's in de natuur. Maar een boekbespreking heeft geen polemiek te zijn. Moge de recensent dus volstaan met de aankondiging van wat hij het belangrijkste vond in dit geschrift: de poging om de bijzondere beteekenis der lichtsnelheid in wijsgeerige bezinning te doen begrijpen. F.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

E. Study, Die realistische Weltansicht, und die Lehre vom Raume, 2e Auflage, 1er Teil, 85 blz. — Friedr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1922. Prijs f 1.75, geb. f 2.50

D. van Gulik, Leerboek der Meteorologie. Tweede druk. — P. Noordhoff, Groningen, 1923. Prijs f 6.25, geb. f 7.25.

MEDEDEELINGEN.

NEDERLANDSCH-AMERIKAANSCHE FUNDATIE.

„De Wetenschappelijke Commissie der Nederlandsch-Amerikaansche Fundatie verzoekt studenten aan de Nederlandsche Universiteiten en Hoogescholen (met inbegrip van pas afgestudeerden), die gedurende een jaar of korter hunne studiën zouden wenschen voort te zetten in de Vereenigde Staten, zich met opgave van hun tot dusver afgelegde studiën en met eenige omschrijving van hun studieplan in Amerika, schriftelijk aan te melden bij den Secretaris der Commissie Prof. Dr. H. A. Brouwer, te Delft.

De door de Fundatie te verleenen steun zal in hoofdzaak in vergoeding der reiskosten bestaan. Het getal der uit te zenden studenten (na aanwijzing door de Wetenschappelijke Commissie) zal niet groot kunnen zijn."

GEDENKBOEK VAN HET NATUURKUNDIG LABORATORIUM TE LEIDEN.

Het comité voor het jubileum van Prof. Kamerlingh Onnes maakt bekend, dat een beperkt aantal exemplaren van het Gedenkboek 1904-1922 van het Natuurkundig Laboratorium te Leiden nog beschikbaar is. Deze exemplaren zijn voor belangstellenden voor den prijs van f 10.— verkrijgbaar gesteld bij den penningmeester van het comité, Dr. H. R. Woltjer, Natuurkundig Laboratorium, Leiden.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

3e JAARGANG MAART 1923 NUMMER 3.

OPTISCHE DRAAIING EN ATOOMDIMENSIE

door D. H. BRAUNS (Washington)

De vele onderzoekingen, welke over optische draaiïng zijn verricht, met het doel een betrekking op te sporen tusschen deze eigenschap en andere physische eigenschappen, hebben niet veel resultaat opgeleverd. Terwijl het onderzoek over de betrekking tot chemische structuur, met name de toepassing van Van 't Hoff's principe der optische superpositie, in de handen van Hudson [1]) en Levene [2]) tot interessante resultaten leidde, bleef de betrekking van de rotatie tot physische constanten bepaald tot de invloed der verschillende golflengten van het licht (dispersie), terwijl men voor het onderzoek van de invloed van concentratie der oplossing, temperatuur en oplosmiddel wel vlijtig getallenmateriaal verzamelde, maar geen principieele betrekking aan 't licht heeft kunnen brengen.[3])

Een samenhang van de draaiïng met de brekingsindex, welke door Livens op grond van een theorie van H. A. Lorentz is opgesteld, is een vooruitgang t. o. v. de theorie van Drude, waarmee (wat betreft toetsing aan de feiten) naar het schijnt niet veel was aan te vangen. [4]) De theorie van Guye neemt het verschil der gewichten van de vier asymmetrische groepen tot grondslag van de grootte der draaiïng. De meest eenvoudige formule door Guye opgesteld is door uitvoerige chemische onderzoekingen op de proef gesteld, maar is daardoor niet bevestigd. [5])

Toch ligt het voor de hand naar een verband van de draaiïng met het gewicht der asymmetrische groepen te zoeken. Dit onderzoek is in een eenvoudige vorm (door het vervangen van één

1) C. S. Hudson, Journ. Am. Chem. Soc. **31**, 66 (1909), **38**, 1566, (1916) **39**, 462 (1917) **40**, 813 (1918).
2) P. A. Levene, Biochem. Zeitschr. **124**, 42 (1921).
3) Voor literatuur zie Stereochemistry, A. W. Stewart 2nd Ed. p. 86.
4) Paul Wetterfors, Zeitschr. für Physik **8**, 229 (1922).
5) Voor literatuur: Das optische Drehungsvermögen organ. Substanzen, H. Landolt 2nd Ed. p. 268; ook Tschugaeff, Berichte d. d. chem. Ges. **31**. 360, 1775, 2451 (1898).

asymmetrische groep door een volgende representant van dezelfde chemische reeks) reeds meerdere malen uitgevoerd, maar gaf als eigenaardig resultaat dat de moleculaire rotatie (specifieke rotatie maal het moleculair gewicht) voor zulk een serie van derivaten constant is (zie Tschugaeff l.c.). Nog eenvoudiger is het geval evenwel, indien men een rij van asymmetrische verbindingen ter beschikking heeft, welke alleen hierin verschillen, dat een (asymmetrisch) halogeen door een ander halogeen is vervangen. In deze derivaten heeft men dan niet met een verschil in de lengte der keten te maken. Ook is het van belang dat in de reeks der halogenen de affiniteit tot waterstof en zuurstof (waarmee we in de hieronder beschreven verbindingen te maken hebben) regelmatig verandert. Wel kunnen, hoewel het halogeen aan een C-atoom gebonden is, secundaire affiniteiten zich ook laten gelden, maar zij doen zich hier bij de halogenen op regelmatig veranderende wijze gevoelen en men kan dus aannemen dat de plaats der verschillende groepen in de te vergelijken derivaten dezelfde blijft.

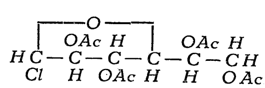
Bij vergelijking van acetochloor-, acetobroom- en acetojodglucose[1]) werd inderdaad gevonden dat bij overgang van Cl op Br en I de toeneming van de draaiïng ongeveer evenredig is met de toeneming van het atoomgewicht. Men zie hiervoor de getallen van tabel 1, welke ook de waarden voor de analoge cellose derivaten

Tabel I

Vergelijking van specifieke en moleculaire rotaties met atoomgewicht.

	Glucose		Cellose		Atoomgew.
	Spec.	Molec.	Spec.	Molec.	
Cl	165.8 Verschil	608 Verschil	74.5 Verschil	488 Verschil	35.5
	32.3	206	21.5	183	44.4
Br	198.1	814	96	671	79.9
	34	249	29.5	265	47.0
I	232	1063	125.5	936	126.9

1) Acetochloorglucose is volledig geacetyleerde glucose (pentacetylglucose) waarvan de azijnzuurrest (O_2CCH_3) van het eerste C-atoom door chloor is vervangen; het wordt door de algemeen aangenomene structuur-formule van Tollens aldus voorgesteld:



Ac = acetyl = C_2H_3O.

(het cellose molekuul kan door hydrolyse in 2 molekulen glucose gesplitst worden), aangeven. Hier zou dus uit volgen een bevestiging van de grondgedachte van Guye, dat het gewichtsverschil der groepen de draaiïng bepaalt (waarbij natuurlijk het verschil der *moleculaire* draaiïngen met het verschil der atoomgewichten vergeleken moet worden). Het dient evenwel opgemerkt dat met de specifieke draaiïngen tot grondslag een betere overeenkomst wordt gevonden.

Het scheen de moeite waard de opgestelde regel nader op de proef te stellen door te trachten de overeenkomstige *fluor*derivaten te bereiden en in de regel te betrekken; en daar het bleek, dat deze voor glucose en cellose en ook voor xylose (een pentose waarvan alleen de analoge chloor en broomderivaten bekend zijn) stabiel zijn en goed kristalliseeren, was het mogelijk een betrouwbare specifieke draaiïng van deze lichamen te verkrijgen. De uitkomsten, die in tabel 2 te vinden zijn, toonen dat er van de opgestelde regel (zoowel voor de specifieke als voor de moleculaire draaiïng) niets terecht komt. De toename van de draaiïng van het fluorderivaat tot het chloorderivaat is *veel grooter* dan die van de beide anderen, terwijl de toename van atoomgewicht van fluor tot chloor veel kleiner is dan bij de anderen.

De hier gevonden afwijkingen wijzen onmiddellijk op een andere grootheid n.l. de atoomdimensie. In een artikel van W. L. Bragg: „The dimensions of Atoms and Molecules" [1]) worden deze afgeleid uit de afstanden van de opeenvolgende atomen van kubische kristallen van alkalihalogeniden. Zooals bekend is wisselen in deze ruimtelijke kristalroosters ionen van metaal en van halogeen regelmatig met elkaar af. Bragg toonde aan dat „the substitution of chlorine by bromine or bromine by iodine increases the distances between atomic centers by an amount, which is approximately the same throughout the series of compounds as the figures in italics show"

	Na	K	Rb
F	2,39	2.73	
	.42	*.40*	
Cl	2.81	3.13	3.28
	.16	*.15*	*.16*
Br	2.97	3.28	3.44
	.26	*.24*	*.22*
I	3.23	3.52	3.66

1) Science Progres **16**, 45 (1921).

Ongeveer dezelfde verhouding is door H. Grimm (Zeitschr. f. phys. Chemie **98**, 353 (1921)) afgeleid uit densiteitsbepalingen, door verschillende onderzoekers verricht. De verhoudingen loopen uiteen van 46 : 15 : 22 tot 44 : 15 : 23. Daar volgens Grimm de fluorwaarden op bepalingen berusten, welke niet zoo nauwkeurig zijn als die der andere halogenen, zullen wij aan de waarden van Bragg de voorkeur geven en de verhouding 41 : 16 : 24 aannemen. [1]) In de tabellen 2 en 3 zijn de specifieke en de moleculaire rotaties (: 100) met de atoomdimensies vergeleken.

Tabel 2

Vergelijking van specifieke rotaties met atoomdimensies.

	Glucose	Cellose	Xylose	Verschilllen			Atoomdimensie-verschillen gered.		
F	90.1	30.0	67.2						
				75.7	44.5	98	78	45	98
Cl	165.8	74.5	165						
				32.3	21.5	47	30	18	38
Br	198.1	96	212						
				34	29.5	—	46	26	—
I	232	125.5	—						

Tabel 3

Vergelijking van moleculaire rotaties met atoomdimensies.

	Glucose	Cellose	Xylose	Verschillen			Atoomdimensie-verschillen gered.
F	315	191	186				
				293	297	300	379
Cl	608	488	486				
				206	183	233	147
Br	814	671	719				
				249	264		226
I	1063	936					

1) Deze getallen zijn strict genomen dimensies der *ionen*, waarvan de buitenste electronenschil compleet is als bij de edelgassen; voor de halogenen zal dit met de dimensies der neutrale *atomen* wel geen noemenswaard verschil maken.

Deze tabellen toonen:

1. dat de verschillen der *specifieke rotaties* geheel parallel loopen met de verschillen in atoomdimensies. Terwijl de verschillen zelf voor de zwaardere cellosederivaten kleiner en voor de lichtere xylosederivaten grooter zijn dan voor glucosederivaten, zijn ze in elk dezer gevallen *ongeveer evenredig met de verschillen der atoommiddellijnen*. Dit leidt tot de consequentie dat de atoomdimensies zelf in in de specifieke rotaties een additief bestanddeel vormen. Immers als

$$(A-B):(B-C):(C-D)=(a-b):(b-c):(c-d)$$

dan volgt daaruit:

$$A=p+qa;\ B=p+qb;\ \text{enz. } (p \text{ en } q \text{ constant}).$$

2. dat dit niet geldt voor de *moleculaire rotaties*. De verschillen tusschen de moleculaire rotaties van de opeenvolgende halogeenderivaten zijn voor alle drie reeksen van suikerderivaten *ongeveer even groot*, maar ze zijn *niet evenredig* met de atoomdimensieverschillen. Ze toonen wel dezelfde gang als de verschillen der atoomdimensies ($Cl-Br$ het kleinst, $F-Cl$ het grootst) en men kan ze ongeveer voorstellen door de formule $a \times$ atoomnummer $+\ b \times$ atoomdimensie van Bragg ($a=6, b=6$ geeft 294, 204, 252); maar dit geeft veel minder eenvoudige vormen.

Indien het verband van de optische draaiïng met de atoomdimensie door verdere proefneming mocht blijken een betrouwbare regel te zijn, zou dit feit ongetwijfeld een weg kunnen banen tot een verklaring van de werking van het asymmetrische molekuul op het (gepolariseerde) licht. Evenwel is een eenvoudige verklaring niet dadelijk te geven. Dat de atoomdimensie in tal van physische grootheden der stoffen een rol speelt, zooals A. Sommerfeld zegt[1]) is begrijpelijk, waar deze op volumes betrekking hebben (dichtheid, oplossing, brekend vermogen e.d.) Hier ligt het verband minder voor de hand. Men kan onderstellen, dat de afstand van het gebonden halogeen tot het C-atoom als arm van een moment het eigenlijke bepalende is, ofschoon het dan vreemd is dat het atoomgewicht geen rol speelt. Misschien is de atoomdimensie hier een uitdrukking van 't draaiïngsmoment der bewegende electronen in 't atoom. Nog onverwachter is de uitkomst dat de *specifieke* en niet de *moleculaire* rotatie deze eenvoudige samenhang met de atoomdimensie vertoont. Want tenslotte blijft toch de vraag wat elk

1) Atombau und Spektrallien, 3e Aufl. S. 132.

molekuul aan de lichtstraal wijzigt. Nu moeten wij het ons misschien zoo voorstellen dat de dimensie van het halogeenatoom (gecombineerd met die van de andere asymmetrische groepen) de mate van het asymmetrisch karakter van het molekuul bepaalt en dat dit molekuul dan door zijn geheele gewicht (of, wat daarmee parallel loopt, zijn totaal aantal electronen) de lichtstraal verandert.

In dit verband mag wellicht nog op een paar andere gevallen gewezen worden, welke met de atoomdimensie in betrekking kunnen worden gebracht.

1. De chemische affiniteit of reactiesnelheid.

Door A. F. Holleman en medewerkers [1]) werd bepaald de hoeveelheden ortho- en para- (meta- ontstaat slechts in sporen) nitrohalogeenbenzol welke bij nitreering van monohalogeenbenzol ontstaat. De uitkomsten zijn samengevat in tabel 4.

Tabel 4

Vergelijking van de vorming van nitrohalogeen benzolen met atoomdimensies.

	Ortho	Para	Verschil %ortho	ortho/para	Verschil	Verschil atoomdimensies	gereduc.
F	12.6	87.4		0,14			
			17.5		29	20	32
Cl	30.1	69.9		0.43			
			7.5		17	7.5	12
Br	37.6	62.4		0,60			
			3.5		10	11	18
I	41.1	58.7		0.70			

Het bijzondere dat hierbij opvalt is dat het verschil *F — Cl* weer veel grooter is dan *Cl — Br*. Dit leidt er toe een verband met de atoomdimensie te onderstellen, b.v. een afhankelijkheid der reactie van de afstand van het halogeen tot het *C*-atoom. Het verschil *Br — I* komt er niet mee uit, maar daar de bepalingen van de *I*-verbinding bij de proeven groote moeilijkheden opleverden, is het mogelijk dat de uitkomsten voor de *I*-verbinding door bijkomende omstandigheden vertroebeld zijn. Daarop wijst de uitkomst van P. K. Lulofs [2]) die een vergelijkbaar thema behandelde (n.l. de snelheid van substitutie van een halogeen door een

[1]) Recueil des trav. chim. **32**, 139 (1913).
[2]) Recueil des trav. chim. **20**, 292 (1901).

oxylgroep in halogeen-dinitrobenzolen) en voor de *Cl*, *Br* en *I* derivaten respectievelijk de waarden 3.26, 1.89 en 0.455 verkreeg, dus het verschil *Br* — *I* iets grooter dan *Cl* — *Br*.

2. De atoomrefractie.

De opgaven van Landolt-Bornstein, de oudere bepalingen van F. Swarts [1]) voor een reeks van verzadigde en onverzadigde verbindingen en de nieuwere gegevens van A. Heydweiller [2]) zijn in tabel 5 vereenigd.

Tabel 5

Vergelijking van de atoomrefractie-indices met de atoomdimensies.

	Land.-Bornst.	Swarts verz.	Swarts onverz.	Heydw.	Verschillen	Verschil atoomdimensie gereduc.
F		1.08	0.77	0.97		
					4.82 5.23 5.62	6.1
Cl	5.93	5.90	6.00	6.59		
					2.87 2.86 2.76 3.48	2.4
Br	8.80	8.76	8.76	10.07		
					4.96 5.88	3.6
I	13.76			15.95		

De overeenkomst is niet zoo bijzonder. maar geeft toch duidelijk weer, dat het verschil *F* — *Cl* bijna tweemaal zoo groot is als het verschil *Cl* — *Br*. Overigens is hier een samenhang met atoomdimensie niet onverwacht, en gemakkelijker te begrijpen. Onze uitkomsten omtrent de optische draaiïng wijzen er echter op, dat de atoomdimensie een belangrijke rol ook bij die physische eigenschappen speelt, waar dit niet van te voren te verwachten was.

Summary.

On comparing the optical rotation of the acetyl derivates of glucose, cellose and xylose the author found that the differences *F* — *Cl*, *Cl* — *Br* and *Br* — *I* are very nearly proportional to the differences in atomic diameter found by Bragg, indicating that the atomic dimensions form an additive element in the rotation. It is remarkable that this simple relation does not hold for the molecular but for the specific rotation.

1) Bull. de l'Acad. Royale de Belgique [3] **34**, 293 (1897).
2) Ber. d. d. phys. Gesellsch. 1914 p. 732.

UNIKRISTALLIJN WOLFRAAM

door A. E. VAN ARKEL.

Het onderzoek van getrokken metaaldraden heeft geleerd, dat deze draden bestaan uit een groot aantal zeer kleine kristalfragmenten, door Tammann kristallieten genoemd, die al naar den aard van het materiaal en bewerking verschillende afmetingen kunnen hebben. Het is echter mogelijk om metaaldraden met een geheel andere structuur te vervaardigen. Door de firma Pintsch [1]) worden sinds eenige jaren wolfraamdraden van dit type gemaakt. Zij bestaan uit zeer langgerekte kristallieten, die meer dan meterlengte schijnen te kunnen bereiken, en waarvan er zich in de dwarsdoorsnede van den draad slechts één bevindt: een draadstuk gelegen tusschen twee plaatsen waar twee dergelijke kristallieten aan elkaar grenzen, kan men met goed recht een éénkristaldraad noemen. Onder deze naam zijn deze draden bekend geworden. De lengte der kristallieten wijst op een zeer groot kristallisatievermogen van wolfraam. Er is echter geen reden, waarom onder geschikte omstandigheden kristalgroei ook niet zou kunnen plaats hebben in een richting loodrecht op de draadas. Het zou dan mogelijk zijn metaalstukken van groote doorsnede te vervaardigen, die geheel uit éénkristal bestaan. Een onderzoek van dergelijke metaalkristallen kan nog belangrijke resultaten opleveren voor de kennis van de physische eigenschappen van wolfraam.

Een zoodanige kristalgroei zou kunnen optreden, wanneer een éénkristaldraad van wolfraam in oververzadigde wolfraamdamp gebracht werd of wanneer op de draad electrolytisch wolfraam wordt neergeslagen. De electrolytische afscheiding van wolfraam is zeer bezwaarlijk, zoo niet geheel onuitvoerbaar en de lage dampspanning van wolfraam maakt, dat ook de eerstgenoemde proef onmogelijk is. Nu is al lang bekend een methode [2]) om wolfraam op een draad neer te slaan en wel door verhitting in damp van wolfraamchloride, dat boven 1000° gedeeltelijk in zijn bestanddeelen is gesplitst. Wanneer men een gewone wolfraamdraad in WCl_6 verhit, dan zal aan het oppervlak dissociatie plaats hebben en het gevormde wolfraam zet zich op de draad in kristallen af. Heeft echter de afscheiding van het wolfraam plaats aan een éénkristaldraad dan treedt inderdaad het verwachte verschijnsel op: de draad groeit als éénkristal verder. Dit is direct

1) Zschr. für Electrochem. 23, 121 (1917).
2) I. Langmuir, Journ. Am. Chem. Soc. 37, 1162 (1915).

te zien, doordat aan de aanvankelijk ronde draad platte vlakken optreden. Deze vlakken loopen parallel aan de draadas over de geheele lengte der draad.

Het toestel, waarin de proeven uitgevoerd werden, leverde nog al wat moeilijkheden op, aangezien bij hooge temperatuur bijna alle materialen door chloor worden aangetast. De wolfraamdraad werd steeds electrisch verwarmd; om verontreiniging door andere metalen te voorkomen konden voor de stroomtoevoer in het toestel alleen wolfraamdraden gebruikt worden. Om éénkristaldraadjes te maken niet dikker dan 400 μ, die niet meer dan 40 Amp. ter verwarming eischen, werden toestellen uit pyrexglas gebruikt, waarin de wolfraampolen direct werden ingesmolten. Voor hoogere stroomsterkten moesten zeer zware wolfraamstaven gebruikt worden.

Het toestel zag er dan aldus uit:

A is een ballon uit pyrexglas, die door de buis *B* kan worden geëvacueerd. *C* is een bolletje met WCl_6-poeder, dat afzonderlijk kan worden verwarmd, zoodat de WCl_6-druk in het apparaat kan worden geregeld. Het slijpstuk *D* wordt met lak in de ballon *A* vastgekit. In het slijpstuk zijn twee buisjes ingesmolten, waarin de twee wolfraamstaven die de stroom moeten toevoeren met gummistoppen worden vastgezet. De ruimte in die buisjes om de wolfraamstaven heen wordt met asbest opgevuld. Het geheele slijpstuk en de gummistoppen worden met water gekoeld.

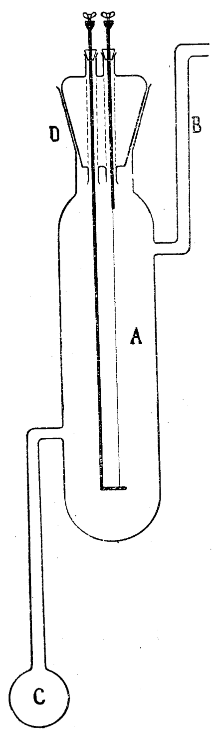


Fig. 1.

De aantasting door chloor is dan onmerkbaar, doordat zich een samenhangende laag WCl_6 op de gekoelde plaatsen vormt en de gummistoppen beschermt. Aangezien WCl_6 bij ongeveer 1000° uit chloor en wolfraam met groote snelheid gevormd wordt, kan het chloor dat, bij de ontleding ontstaat worden weggenomen door in de WCl_6-atmospheer een tweede wolfraamdraad te gloeien, b.v. bij 800°. Het chloor, dat aan de heete draad door dissociatie van WCl_6 ontstaat, wordt aan de minder warme draad weer in WCl_6 omgezet. Het chloor maakt dus een kringloop door, waarvan het resultaat is een wolfraam-transport van de koudere draad naar de warmere. In plaats van een tweede wolfraamdraad in het gas te verwarmen, kan men ook fijn wolfraampoeder in de buis brengen. Dit neemt reeds bij 400° het chloor snel weg. Voor de verwarming is dan voldoende het geheele toestel, behalve het slijpstuk, in een electrische oven te verwarmen. Aangezien de apparatuur hierdoor eenvoudiger wordt is deze werkwijze steeds gevolgd. De éénkristaldraden waren oorspronkelijk 30—75 μ dik. In het begin was voor verwarming noodig een stroom van ongeveer 0,3 Amp. Deze moest geleidelijk worden opgevoerd tot 300 à 400 Amp. Hooger kon ik niet gaan, daar zelfs de dikste wolfraamstaven die gemaakt konden worden bij deze stroomsterkte al beginnen te gloeien. De draadjes waren dan aangegroeid tot staafjes van 5 mm dikte. Het geheele proces duurt ongeveer 3 uur. De temperatuur van den draad was ongeveer 1600°, de WCl_6-druk enkele cm kwikhoogte.

Figuur 2 (zie plaat) vertoont een verkleinde opname van een staafje. Om de kristalkanten duidelijk te doen uitkomen is tevens de doorsnede gephotografeerd. Fig. 3 (zie plaat) geeft een sterk vergrootte doorsnede van een dunne draad. Merkwaardig is dat hier de oorspronkelijke kerndraad nog zichtbaar is.

De groei in de richting loodrecht op de draadas is blijkbaar niet aan grenzen gebonden. Zelfs de dikste staafjes hadden gladde, spiegelende begrenzingsvlakken.

Dan moeten echter allerlei omstandigheden gunstig zijn. De factoren, die een regelmatige groei kunnen beïnvloeden, zijn:

1. de temperatuur van de draad,
2. de WCl_6-druk,
3. de spanning van het vrije chloor,
4. de oriëntatie van het kristal ten opzichte van de draadas.

De temperatuur van den aangroeienden draad is een zeer belangrijke factor. Is deze te laag, dan groeit de draad niet aan. Is de temperatuur te hoog, dan groeit de draad niet door als éénkristal, maar er ontstaan een groot aantal kristallen die volkomen parallel aan elkaar gericht zijn. Bij zeer hooge temperaturen ontstaan dikwijls lange naalden, die alle parallel aan elkaar volgens evenwijdige lijsten op het kristal zijn ingeplant. Van dezen invloed van de temperatuur kan men zich de volgende voorstelling maken.

Wij onderstellen dat de draadtemperatuur slechts weinig hooger is dan de evenwichtstemperatuur, zoodat een langzame aangroeiïng plaats heeft. Stel nu dat door een of andere storing een uitsteeksel aan het kristal is gevormd. De buitenste deelen daarvan zullen dan veel lager in temperatuur zijn, dan de hoofdmassa van de draad. Het chloor, dat op andere plaatsen gevormd is, tast dan de uitstekende koudere punten van de draad aan en de uitsteeksels zullen dus vanzelf verdwijnen. Is echter de draadtemperatuur zeer hoog, dan zullen door straling en geleiding ook ver uitstekende punten nog heet genoeg zijn, om WCl_6 te ontleden en de uitsteeksels zullen verder aangroeien. De tusschenliggende holten zullen vrijwel zonder WCl_6-toevoer zijn. In de eerste plaats kan WCl_6 in deze holten alleen langzaam door diffusie doordringen, onderweg zal het echter al grootendeels ontleed worden, terwijl de uitstekende punten door convectie-stroomen steeds overvloedig WCl_6 toegevoerd krijgen. Bij hooge temperaturen ontbreekt dus het nivelleerend effect. Deze temperatuurs-invloed uit zich ook nog op andere wijze. Wanneer om de een of andere reden de draad een dunne plaats heeft, zal de verwarming door de stroom op die plaats grooter zijn, de aangroeiing is daar dus sneller en de dunne plaats wordt aangevuld. Aldus wordt begrijpelijk, waarom de draden zoo regelmatig aangroeien en nooit in het midden doorsmelten. Doorbranden kan alleen plaats vinden, daar waar de draad aan de dikke polen is vastgehecht. De afkoeling kan daar zoo groot zijn, dat de draad door chloor kan worden aangetast. De dunne draden mogen dus nooit zonder overgang aan de dikke polen bevestigd worden.

2. De druk van WCl_6 is een minder belangrijke factor. De temperatuur van den draad moet lager zijn, naarmate de WCl_6-druk hooger is, daar anders de aangroei-snelheid te groot wordt. Het is een bekend feit dat goed gevormde kristallen alleen ontstaan bij langzamen groei.

3. Wanneer het chloor niet wordt weggenomen, zal een steeds hoogere temperatuur noodig zijn om den draad te doen aangroeien, daar de aangroei-snelheid afneemt met toenemende chloorconcentratie. Steeds is deze factor geëlimineerd door in de buizen een zekere hoeveelheid fijn wolfraampoeder te brengen, dat bij ongeveer 400° het chloor practisch geheel wegneemt.

4. De éénkristalstaafjes hebben niet alle een en hetzelfde type. Sommige hebben vierhoekige doorsneden, andere zijn zes- of achthoekig. Bij de verschillende kristallen liggen dus de kristalassen

verschillend ten opzichte van de draadas. Dit is begrijpelijk als wij nagaan hoe de éénkristaldraden gemaakt worden.

Een pasta van wolfraampoeder en bindmiddel, waaraan bovendien nog is toegevoegd een zekere hoeveelheid ThO_2 wordt tot dunne draden geperst. Vervolgens worden deze draden door een klein oventje getrokken, waardoor zij plaatselijk zeer hoog verhit worden en het bindmiddel verdampt. In dit gebied begint een re-kristallisatie. Een der wolfraamkristallen, om een of andere reden in daartoe gunstige condities, groeit uit ten koste van de omringende deeltjes. De draad wordt nu door het oventje getrokken met een snelheid die de kristallisatie-snelheid niet te boven gaat. Het eenmaal gevormde kristal kan dan blijven doorgroeien. De oriëntatie in den gevormden éénkristaldraad zal dus bepaald zijn door die van de kristalkiem waarvan de kristallisatie uitging. Er is nu geen reden om aan te nemen, dat er daarbij eenige voorkeur voor een bepaalde richting bestaat, m. a. w. de kristalassen kunnen alle mogelijke hoeken met de draadas maken. Staat nu de draadas loodrecht op een hexaedervlak, dan zal de draad na aangroeien viertallige symmetrie bezitten, zestallige wanneer de draadas loodrecht staat op een octaedervlak enz. De kans dat deze bizondere standen voorkomen, is zeer klein. De draaddoorsnede zal dus bijna nooit een geheel regelmatige veelhoek zijn. Nu is opmerkelijk, dat draden met zeshoekige doorsnede veel gemakkelijker tot goed gevormde kristallen aangroeien, dan die met vierhoekige. Deze laatsten hebben veel meer neiging om in veelkristalaggregaten over te gaan dan de eerst genoemde. Een treffend voorbeeld werd gevonden bij een draad, die toevallig uit drie kristallen bestond. Twee van deze hadden zeshoekige doorsneden en gladde vlakken. Het derde met rechthoekige doorsnede vertoonde twee lijsten van naaldvormige kristallen.

De verklaring is vermoedelijk deze, dat de groei-snelheid voor verschillende vlakken verschillend is. Er zijn aanwijzingen dat deze het grootst is voor de (110) vlakken.

Het unikristallijne wolfraam heeft geheel andere eigenschappen dan het op de gewone wijze bereide metaal. Het is veel weeker en buigzamer. Draden van 1—2 mm diameter laten zich nog gemakkelijk buigen. Zonder eenige bewerking kunnen ze worden gehamerd en getrokken en aldus tot dunne draad verwerkt. Blijkens de Röntgenanalyse is dit unikristallijne wolfraam geen nieuwe modificatie [1]). Het is kubisch gecentreerd en de lengte der ribben van den elementairen kubus is dezelfde als van het gewone wolfraam, nl. 3,15 Å. De Röntgenanalyse leert verder, dat bij bewerking de éénkristalstructuur vernietigd wordt. Met toenemende deformatie naderen de eigenschappen van het materiaal steeds meer die van het gewone wolfraam.

Het overtuigend bewijs dat de verkregen staafjes werkelijk uit éénkristal bestaan, levert de Röntgenanalyse. Daartoe wordt een stukje van den draad in een gewone camera volgens Debije en Scherrer met $Cu_{K\alpha}$ straling (golflengte 1.54 Å) doorstraald, terwijl het om de draadas wordt geroteerd. In plaats van continue kringen die bij een polykristallijn draadstuk optreden, vertoont de opname bij één enkel kristal een aantal interferentievlekken. Uit de plaats dezer vlekken kan men de ligging van de kristalassen ten opzichte van de draadas bepalen. [2])

Om de richting der draadas in het kristal vast te leggen beschouwen wij deze als een normaal op het vlak $(x y z)$. Hoewel x, y en z niet geheele getallen behoeven te zijn, mogen wij toch een vlak met deze indices wel als een kristalvlak, en wel als hexakisoctaedervlak met zeer gecompliceerde indicesverhouding beschouwen, omdat een verhouding $x : y : z$ bij benadering altijd door geheele getallen is voor te stellen. Aangezien wolfraam holoëdrisch-regulair kristalliseert zijn de Röntgenbeelden identiek wanneer de draadas loodrecht wordt genomen op het vlak $x y z$, $x z y$, of $z x y$ etc., ook dan nog wanneer wij het teeken van x, y en z willekeurig nemen. Aangezien alleen de verhouding tusschen x, y en z beteekenis heeft, stellen wij nog x gelijk 1. We kunnen dus zeggen dat de draadas loodrecht op het vlak $(1 y z)$, waarin

$$1 < y < z$$

Zoodoende wordt de beschouwing iets eenvoudiger.

In figuur 4 is IM de invallende bundel die door het vlak $(a b c)$ volgens N wordt gereflecteerd. MN is de normaal op $(a b c)$. Het vlak MIS gaat door den invallende bundel en staat loodrecht op de draadas DA, is dus het vlak $(1 y z)$

UMS $(= \varphi)$ is de hoek dien de gereflecteerde straal maakt met het vlak IMS. Deze hoek bepaalt den afstand van een

1) Voor de Pintsch-draden reeds aangetoond door Gross en Blassman N. Jahrb. f. chim. B B 42 728 (1919).
2) Zie H. C. Burger, Physica 1, 214 (1921).

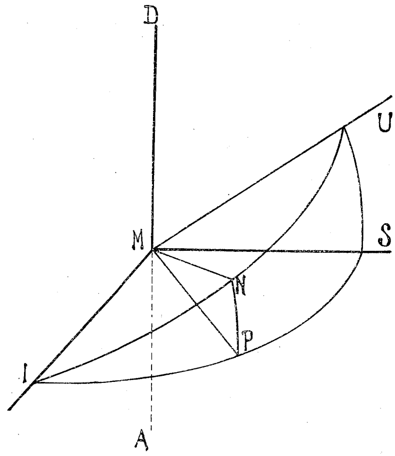


Fig. 4

interferentievlek vanaf de middellijn der film. Noemen we dezen afstand h, dan is, wanneer r is de straal van de camera,

$$h = r \, tg \, \varphi$$

NMP ($= N$) is het complement van de hoek die de draadas maakt met het normaal op het reflecteerende vlak. De normalen op twee vlakken met de indices ($1 \, y \, z$) en ($a \, b \, c$) maken met elkaar een hoek, waarvan de cosinus gelijk is aan

$$\frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \frac{1}{\sqrt{1 + y^2 + z^2}} (1 \, a + y b + z c) = \cos(90 - N) = \sin N.$$

Uit de rechthoekige boldriehoeken INP en IUS volgt verder, daar IMN en MNU beiden gelijk zijn aan het complement van de reflectiehoek

$$\frac{\sin\left(90 - \frac{\Theta}{2}\right)}{\sin N} = \frac{\sin \Theta}{\sin \varphi} \qquad \sin \varphi = \sin \frac{\Theta}{2} \sin N.$$

Voor een regulair kristal is

$$\sin \frac{\Theta}{2} = \frac{\lambda}{2d} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \qquad \begin{array}{l} \lambda \, (\text{golflengte } Cu_{K\alpha} \text{ straling}) = 1.54 \times 10^{-8} \\ d \, (\text{elementair ribbe}) = 3.13.10^{-8}. \end{array}$$

dus:

$$\sin \varphi = \frac{\lambda}{d} \frac{1}{\sqrt{1 + y^2 + z^2}} (a + b y + c z).$$

Nu reflecteert niet alleen het vlak ($a \, b \, c$) maar ook ($a \, c \, b$) en ($a \, b - c$). ($a - b \, c$) etc.

Men ziet daaruit dat de film in plaats van continue kringen evenveel vlekken zal vertoonen als er vlakken zijn die bij het indicestriplet ($a \, b \, c$) behooren.

Door den afstand van twee stippen vanaf de middellijn der film te meten, vindt men twee waarden van sin φ en daaruit y en z. Echter is niet altijd met zekerheid uit te maken, van welk vlak

($a\,b\,c$) een bepaalde vlek afkomstig is. Dit is alleen zeker voor de stippen die afkomstig zijn van de hexaeder vlakken. De hexaeder vlakken zijn, in tweede reflectie voorgesteld

$$\begin{array}{ll} (200) & (-200) \\ (020)\ \text{etc.} & (-020)\ \text{etc.} \\ (002) & (-002) \end{array}$$

De twee vlekken, die aan weerszijden het dichtst bij de middellijn der film liggen, beantwoorden steeds aan de vlakken (± 200). Hieruit volgt,

$$\sin \varphi_{200} = \frac{\lambda}{d} \frac{\pm 2}{\sqrt{1 + y^2 + z^2}}$$

Is nog een paar hexaeder reflecties aanwezig, dan vindt men nog de waarde van $\sin \varphi_{020}$ en het probleem is daarmede geheel opgelost. Dit tweede paar valt echter meestal buiten de film. In dat geval moeten we beschouwen de reflectie afkomstig van de (110) vlakken. De kleinste waarden van $\sin \varphi$ zijn in dit geval

$$\frac{\lambda}{d} \frac{1}{\sqrt{1 + y^2 + z^2}} (y - 1) \quad \text{of} \quad \frac{\lambda}{d} \frac{1}{\sqrt{1 + y^2 + z^2}} (z - y).$$

Hier moet men dus beide mogelijkheden onderzoeken. Het blijkt dan, dat met behulp van een van beide steeds een verklaring van alle vlekken op de film mogelijk is.

Zijn z en y gevonden, dan kan men direct de hoeken berekenen die de draadas maakt met de kristalassen. De oriëntatie is daarmede volkomen bepaald.

Een aantal opnamen is aldus berekend. Steeds bleek dat alle vlekken verklaarbaar waren; daaruit volgt dat bij de onderzochte kristallen geen tweelingen waren.

In de figuren 5 en 6 zijn twee opnamen weergegeven. Met zwarte stippen zijn aangegeven de plaatsen, waar volgens berekening interferentievlekken aanwezig moesten zijn. De draadas staat in deze gevallen loodrecht op de vlakken (1 1.8 2.6) resp. (1 2.2 2.7).

Door blijvende deformatie gaat de éénkristalstructuur verloren. Reeds door een draad eenige malen heen en weer te buigen ontstaan kleine kristalletjes, wat blijkt uit de zwakke continue kringen die een opname van een dergelijke draad vertoonde naast de oorspronkelijke vlekken. Door een draad eenige malen door een diamant te trekken verdwijnt de éénkristalstructuur volkomen. Wordt het trekken ver genoeg doorgezet, dan ontstaat een draad, waarvan het Röntgenbeeld volkomen identiek is met de gewone getrokken wolfraamdraad. In plaats van kringen, die over het geheele verloop een zelfde intensiteit hebben, vertoonen zich maxima, die wijzen op een gedeeltelijke oriëntatie der deeltjes, zoodanig, dat een deel der kristallieten met de rhombendodecaeder vlakken evenwijdig aan de draadas staat. In dit verband dient te worden opgemerkt, dat deze oriëntatie slechts een zeer onvolledige is. Zelfs bij de dunste draden die onderzocht werden ($8\ \mu$) waren de maxima nog steeds diffuus en geen scherpe stippen zooals men zou verwachten als alle kristallieten dezen stand hadden ingenomen. Ook blijft na de re-kristallisatie deze structuur bestaan.

Meermalen werd opgemerkt, dat de buigbaarheid der staafjes afhankelijk was van de vorm der doorsnede, dus van de orientatie in het kristal. Het is te begrijpen dat de draden zeer bros zullen zijn wanneer de splijtvlakken loodrecht op de draadas staan.

Is het splijtvlak bekend, dan kan men daaruit afleiden, bij welke orientatie de staafjes zich het best laten buigen. Om het splijtvlak van wolfraam te bepalen werden dunne plaatjes van een groot kristal afgespleten. Het gelukte een nagenoeg kubisch splijtstukje te verkrijgen, waarvan een Röntgenopname (fig. 7) gemaakt werd, terwijl het geroteerd werd om een as, loodrecht op het breukvlak.

Noemen wij nu evenals vroeger het vlak waarop de rotatieas loodrecht staat ($1\,y\,z$) dan blijkt dat alle verkregen interferentievlekken verklaard kunnen worden wanneer wij voor ($1\,y\,z$) aannemen (1 1 25).

Het volgende tabelletje laat dit zien.

Reflecteerend vlak	h (gevonden)	h (berekend)
110	—	0 0,16
200	0.15	0.16
211	1.8	1.9
220	0.0	0
310	0.15 0.31 1.8	0.16 0.32 1.9
222	—	—
321	1.7	1.76
400	0.30	0.32

Onder de berekende waarden van h zijn alleen opgegeven diegene, die kleiner zijn dan de halve hoogte der film (1.9 cm). De overeenstemming is tamelijk goed: feitelijk zou nog een

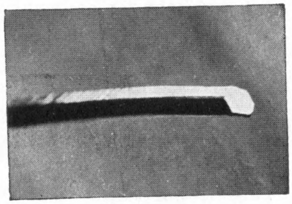


Fig. 2.

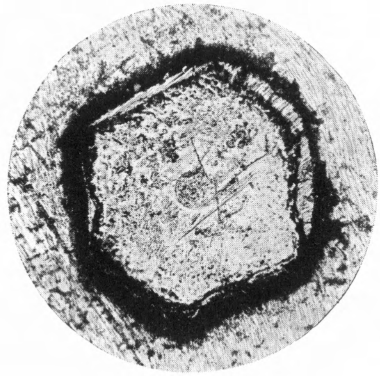
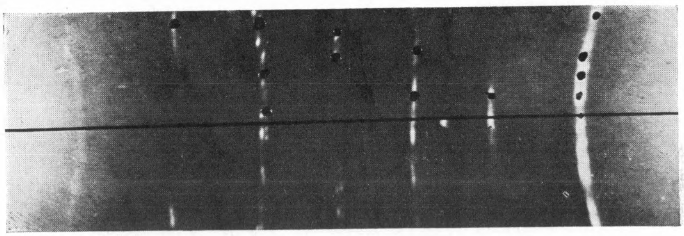
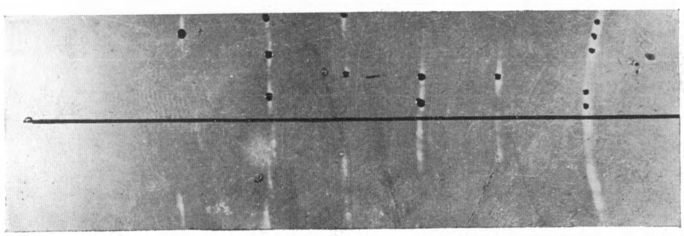


Fig. 3.



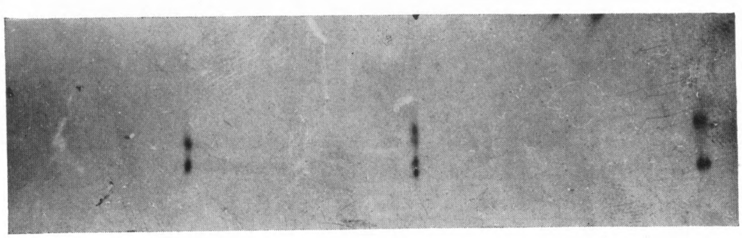
200 211 220 310 222 321

Fig. 5.



200 211 220 310 222 321

Fig. 6.



200 310 321 400

Fig. 7.

correctie aangebracht moeten worden voor de afmetingen van het praeparaat.

Wanneer voor het splijtvlak gevonden was $(11\,\infty)$, dan zou dit willen zeggen dat het kubus-vlak het splijtvlak is. De hoek, die de normaal op het vlak (1125) maakt met die op het vlak (100), is arc cos $\frac{25}{\sqrt{2+25^2}} = 2^\circ$.

Aangezien splijtvlakken in het algemeen eenvoudige vlakken zijn, ligt het voor de hand om (100) als splijtvlak aan te nemen en de geringe afwijking, die uit de opname volgt, toe te schrijven aan een fout in de instelling van het praeparaat. Aangezien dit laatste slechts ongeveer 2 mm lang was, kan bij een instelling zeer gemakkelijk een dergelijke fout gemaakt worden.

Bij een andere opname werd voor de afwijking gevonden 3°; wij mogen dus aannemen, dat een wolfraamkristal splijt volgens een kubusvlak. Staat dit dus loodrecht op de as van een één-kristalstaafje dan moet dit brozer zijn dan bij eenige andere stand. Wanneer een kubusvlak loodrecht op de as staat, moet de doorsnede viertallige symmetrie hebben, waaruit volgt dat de staafjes met vierkante doorsnede het meest breekbaar zijn. De waarneming bevestigt dit volkomen; de vierkante staafjes braken bovendien steeds volgens een vlak loodrecht op de as.

Tabel I vereischt nog een opheldering: de reflecties van het 110 vlak ontbreken volkomen. Van de reflecties der tweede orde is alleen één der berekende aanwezig, en wel abnormaal zwak in vergelijking der reflecties van hoogere orde der 100 vlakken. De verklaring volgt direct wanneer men nagaat, welke stand het praeparaat inneemt wanneer deze reflecties ontstaan. De figuur 8 geeft dit schematisch aan. (Bij het meest linksche figuurtje behoort 110 te staan in plaats van 100.)

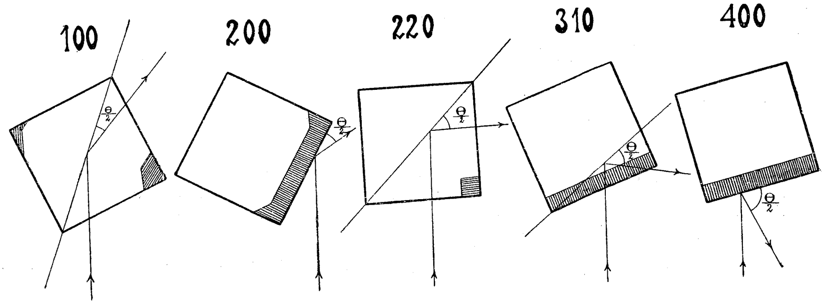


Fig. 8.

Aangezien wolfraam de $Cu_{K\alpha}$ straling zeer sterk absorbeert, zullen alleen die stralen meewerken, die een zeer kleine weg in het materiaal hebben doorloopen. Door arceering zijn aangegeven de gebieden die een bijdrage kunnen leveren voor de stralen die loodrecht op de rotatie-as (normaal op 100)) het praeparaat verlaten, en dus een interferentiebeeld geven op de middellijn der film. De intensiteit zal dus zeer klein zijn bij de reflecties der vlakken (110) en (220), vergelijken bij die van de vlakken (200) (310) en (400).

De invloed der absorbtie is quantitatief te berekenen. De totale intensiteit in een bepaalde richting is n.l.

$$b\int e^{-\mu s}\,dV$$

waarin s is de weg, in het reflecteerend materiaal doorloopen. De integratie, die moet worden uitgestrekt over het geheele volumen van het kristal, is geheel uitvoerbaar, maar geeft aanleiding tot langdurige berekeningen. De exacte berekening heeft weinig zin, daar de constanten μ en b niet nauwkeurig bekend zijn. Van μ (in de absorptiecoefficient) weten wij alleen, dat deze zeer groot is. Men kan aantoonen, dat in dat geval de totale intensiteit evenredig is met $\frac{1}{\mu^2}$ wanneer, zooals bij de reflecties van het 110 vlak, slechts de kanten van het kristal medewerken, en met a/μ, wanneer een geheel zijvlak meewerkt zooals in de overige gevallen. De verhouding van de intensiteiten der (110) reflecties tot die der overige is dus van de grootte-orde a/μ. Met behulp van de formule van Glockner [1]) berekend is $\mu = 20.000$. Dit is echter zeker te groot. a (de ribbe van het kristalfragment) is 0.15 cm. a/μ is dus in elk geval zeer klein. Het verschil in intensiteiten is hiermee opgehelderd.

Het bovenstaande onderzoek werd reeds veel vroeger afgesloten, zooals blijkt uit de octrooiaanvragen van Maart 1922. De publicatie werd echter om technische redenen uitgesteld. Op een analoge methode zijn door Koref [2]) resultaten verkregen, die met de hier gevondene in hoofdzaak overeenstemmen. Koref laat

[1]) Zie Sommerfeld, Atoombouw und Spectrallinien, 3e Aufl. 1922, blz. 131.
[2]) Z. f. Electrochem. 28, 511, 1922.

eveneens een éénkristaldraad aangroeien; het wolfraam wordt hier niet gevormd door thermische ontleding van het WCl_6 maar door reductie met waterstof. De temperatuur der draad kan daardoor lager zijn: een belangrijk verschilpunt is echter dat de draden, verkregen door reductie van het WCl_6 niet ductiel zijn. Ze zijn in 't eerst broos, en worden eerst buigzaam door verhitting op zeer hooge temperatuur. Ook gelukt het niet zeer dikke éénkristaldraden te maken. Zoodra de draaddiameter vijfmaal grooter is geworden dan die der oorspronkelijke draad, treden onregelmatigheden op. Het maakt den indruk, alsof bij aanwezigheid van waterstof de aangroeiïng te snel plaats heeft; het is bekend dat de wolfraamchloriden bij 1000° door waterstof snel gereduceerd worden. Boven werd reeds opgemerkt, dat ook in zuivere WCl_6 damp steeds zeer broze draden ontstonden wanneer de temperatuur te hoog en daardoor de groeisnelheid te groot was. Deze draden konden in sommige gevallen door verhitting op zeer hooge temperatuur buigzaam gemaakt worden. Bovendien is nog mogelijk. dat de waterstof of het gevormde HCl een ongunstigen invloed op de kristallisatie uitoefent.

Ook Koref merkt op dat de éénkristalstructuur door mechanische deformatie vernietigd wordt; na deformatie levert de draad na een volgend aangroeien een veelkristalaggregaat.

Summary.

A method is described of letting tungsten crystals grow by heating them in an atmosphere of tungsten hexachloride. The tungsten thus obtained appeared to have properties different from those of the ordinary material; it is very soft and can be worked without any special treatment. The single-crystal-structure is thus lost, as could be proved by Röntgen-analysis as well as by the fact that, letting it grow again after the mechanical working, no single crystal could be obtained anymore. At the same time the Röntgen-analysis proved rigidly the single crystal structure of the material before the working and the identity of its crystal structure with that of ordinary tungsten. As the plane of cleavage proved to be the (100) plane, it can be explained, why the mechanical properties depend upon the orientation of the crystal axes.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER
N. V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

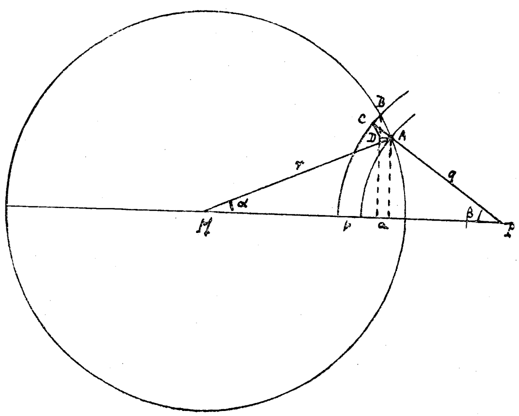
Eindhoven,

DE POTENTIAAL IN EEN PUNT BUITEN EEN GELADEN BOL

door J. H. MEERBURG.

De potentiaal in een punt buiten een gelijkmatig geladen bolvormigen geleider heeft een zoo eenvoudige waarde, dat het wel niet anders kan of deze waarde moet ook langs elementairen weg eenvoudig kunnen worden gevonden. Inderdaad is dat zoo en hoewel ik natuurlijk onze leerlingen H. B. S. of Gymn. daarmede niet lastig zou willen vallen, meen ik hier dien weg te mogen mededeelen.

Stelling. De lading op elken ring, die wordt uitgesneden door twee concentrische bollen met het beschouwde punt tot middelpunt, draagt tot de waarde van den potentiaal in dat punt evenveel bij, wanneer het verschil der stralen dier bollen constant is (en oneindig klein).



M zij de geladen bol met ladingsdichtheid d, P het beschouwde punt. Verder zij $PM = R$, $MA = r$, $AP = q$ en het verschil der stralen der concentrische bollen p.

De lading op den uitgesneden ring, waarvan wij de pijl a noemen is dus $2\pi rad$ en het bedrag dat deze lading in de waarde van den potentiaal bijdraagt is dus $2\pi rad/q$. Wil dit constant zijn, dan moet dus a/q constant zijn.

Beschouw nu vierhoek $ABCD$, waarin $AD \parallel MP$ en dus $= a$, dan is daarin $\angle BDA = 90^\circ$ en $\angle BCA = 90^\circ$, dus kan om dien vierhoek een cirkel worden beschreven, zoodat dan ook $\angle DBA = \angle DCA$. Klaarblijkelijk is nu $\angle DBA = \angle\alpha$ en dus ook $\angle DCA = \alpha$, maar daar ook $\angle CAD = \angle\beta$, zijn de driehoeken CDA en MPA gelijkvormig, waaruit

$$CA : MP = AD : PA \quad \text{of} \quad p : R = a : q$$

en dus is $a/q = p/R =$ constant.

Gemakkelijk volgt nu voor de geheele waarde van den potentiaal in P:

$$V = \sum \frac{2\pi r d p}{R} = \frac{2\pi r d}{R} \sum p = \frac{4\pi r^2 d}{R} \,.$$

Kiest men P binnen den bol, dan blijkt de stelling ook dan te blijven doorgaan en dus is ook daar

$$V = \frac{2\pi r d}{R} \sum p \,,$$

maar nu is $\Sigma p = 2r - 2(r - R)$, dus $2R$ en dus

$$V = 4\pi r d = \frac{4\pi r^2 d}{r}$$

zoodat de potentiaal binnen den bol overal even groot is en gelijk aan dien op het oppervlak.

„RECHTHOEKSCHAKELING" VAN GALVANISCHE ELEMENTEN

door J. F. DE VRIES.

In het volgende stel ik mij voor aan te toonen, dat de bekende stelling:

„Men verkrijgt de grootste stroomsterkte bij een gegeven aantal elementen, wanneer deze zoo geschakeld worden, dat de gezamenlijke inwendige weerstand van de batterij *zooveel mogelijk* gelijk is aan de uitwendige weerstand", [1])

niet voor alle gevallen juist is.

Het aantal elementen worde door n voorgesteld, de inwendige weerstand van één element zij r_i, zijn electromotorische kracht E, de uitwendige weerstand r_u.

In de schakeling staan steeds q elementen parallel en p groepen, elk van q elementen dus, in serie.

Men heeft nu:

$$i = \frac{pE}{\frac{p}{q} r_i + r_u} = \frac{nE}{p r_i + q r_u} \,,$$

1) Zie b.v. Grimsehl: Lehrbuch der Physik. (1920) Band II, Bldz. 135. Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik und Meteorologie (1909), IV, 1, Blz. 442.)

hetgeen te schrijven is:

$$i = \frac{n\,E}{\left\{(p\,r_i - \frac{n}{p}\,r_u)^2 + 4\,n\,r_i\,r_u\right\}^{\frac{1}{2}}}.$$

Derhalve:

i is zoo groot mogelijk voor:

$$\left| p\,r_i - \frac{n}{p}\,r_u \right|$$

zoo klein mogelijk. (Voorwaarde A.)

Volgens den boven aangehaalden regel zou gelden:

i zoo groot mogelijk voor:

$$\left| \frac{p}{q}\,r_i - r_u \right| = \left| \frac{p^2}{n}\,r_i - r_u \right|$$

zoo klein mogelijk. (Voorwaarde B.)

Voorbeeld:

Zij $n = 12$, $r_i = 1$, $r_u = 7$; onderstaande tabel voor de mogelijke combinaties leert het volgende:

p	q	i	$\left\| p\,r_i - \frac{n}{p}\,r_u \right\|$.	$\left\| \frac{p}{q}\,r_i - r_u \right\|$.
12	1	$\frac{12}{19}E$	5	5
6	2	$\frac{3}{5}E$	8	4
4	3	$\frac{12}{25}E$	17	$5\frac{2}{3}$
3	4	$\frac{12}{31}E$	25	$6\frac{1}{4}$
2	6	$\frac{3}{11}E$	40	$6\frac{2}{3}$
1	12	$\frac{12}{85}E$	83	$6\frac{11}{12}$

„Voorwaarde B is voor dit geval in tegenspraak met A."

In de schakeling, welke hier de grootste i geeft ($p = 12$, $q = 1$) is de uitwendige weerstand *niet zooveel mogelijk gelijk aan de inwendige weerstand van de batterij*. Dit laatste is het geval voor de combinatie $p = 6$, $q = 2$. Inderdaad, vergelijkt men twee stroomsterkten i_a en i_b, resp. behoorende bij de combinaties:

$$p = a\,,\; q = \frac{n}{a}$$

en

$$p = b\,,\; q = \frac{n}{b}$$

en heeft men:

$$\left| a\, r_i - \frac{n}{a}\, r_u \right| < \left| b\, r_i - \frac{n}{b}\, r_u \right| , \qquad (1)$$

dus

$$i_a > i_b ,$$

dan *kan het voorkomen*, dat toch gelden zal:

$$\left| \frac{a^2}{n}\, r_i - r_u \right| > \left| \frac{b^2}{n}\, r_i - r_u \right| . \qquad (2)$$

Een beschouwing der ongelijkheden (1) en (2) geeft, dat dit het geval zal wezen voor:

$$\frac{b^2}{n}\, r_i < r_u < \frac{a^2 + b^2}{2\,n}\, r_i \, .$$

De aangehaalde stelling geldt derhalve niet algemeen.

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 24 Februari 1923, in het Natuurkundig Laboratorium der Universiteit te Amsterdam.

De heer M. Minnaert doet eene mededeeling: *Over het Geluid van plassend Water.*

Wanneer een waterdruppel in een vat met water valt, hoort men meestal een duidelijken toon. De vorming van dit geluid blijkt hiermee samen te hangen, dat de druppel een kleine hoeveelheid lucht onder water meesleept, welke een belletje vormt, en naderhand komt bovendrijven. Mits eenige voorzorgen kan men een regelmatigen stroom luchtbelletjes uit een buisje laten ontsnappen op eenige diepte onder het wateroppervlak, en bemerkt dan dat het geluid telkens ontstaat zoodra het belletje *zich sluit*, en *niet* als het aan de oppervlakte openbarst. De toonhoogte komt ongeveer overeen met 450 tot 900 trillingen, bij belletjes van 4 tot 2 mm straal.

Achtereenvolgens worden verschillende onderstellingen nagegaan die men over de oorzaak van het waargenomen geluid kan maken. Beschouwt men het belletje als een resonator met vasten wand, dan is de berekende toon veel te hoog. Onderzoekt men de capillaire trillingen, dan vindt men ze veel te langzaam. Daarentegen verkrijgt men de goede orde van grootte, als men bedenkt dat het pulseerend belletje stroomingen moet opwekken in de omgevende vloeistof; deze vormt de massa van het trillend stelsel, terwijl de veerkracht geleverd wordt door de drukking der lucht in het belletje. Door gelijkstellen van de potentiëele energie der lucht en van de kinetische energie der vloeistof (die gedacht wordt zich naar alle richtingen oneindig ver uit te strekken), berekent men voor het trillingsgetal:

$$N = \frac{1}{2\pi R}\sqrt{\frac{3pk}{d}}\ .$$

In deze uitdrukking stelt R den straal voor van het belletje; d de dichtheid der vloeistof; p de drukking van de lucht; k een getal gelegen tusschen 1 en 1.40, naarmate de uitzettingen en samentrekkingen isotherm of adiabatisch gebeuren.

Verschillende proeven bevestigen de juistheid dezer opvatting: invloed van nabijen wand of vloeistofoppervlak op de toonhoogte; toonhoogte in andere vloeistoffen dan water. Enz.

Aan de vereeniging van miljoenen dergelijke geluiden is het geluid van plassend water in de natuur toe te schrijven: borrelen der beek, klateren der fontein, ruischen der zee.

De Heer Fokker vertoont eenige lantaarnplaatjes en een stereoskopische opname van de *banen α- en β-deeltjes*, die door Blackett (Proc. R. Soc. London, Dec. 1922) en door Bothe (ZS. f. Phys. **12**, Dec. 1922) verkregen zijn met de fotografische methode van Wilson, waarop zeer opmerkelijk de banen geteekend staan der stikstofatomen, resp. der elektronen, die na de heftige botsing nog een aanzienlijk eind doorloopen voor hun beweging uitgeput is, terwijl de α- en β-deeltjes scherpe knikken in hun baan vertoonen.

De heer Van der Waals Jr. vestigt de aandacht op een *bijzonder punt in de Relativiteitstheorie*, dat de proef van Trouton en Noble betreft. Op de platen van een condensator zijn positieve en negatieve ladingen, die, bij eenparige translatie van het geheel, aan krachten onderworpen zullen zijn, welke een resulteerend moment hebben. Bij het experiment bleek zulk een koppel niet aantoonbaar.

Tegen de „klassieke" theorie van dit verschijnsel, zooals die o.a. voorkomt in het boek van Laue over Relativiteitstheorie heeft spreker volstrekt geen bezwaar, zelfs acht hij deze noodig, wanneer men zich van het behoud van moment der hoeveelheid van beweging rekenschap wil geven. Dat er geen aanleiding is tot het optreden van rotatie kan men echter op de volgende eenvoudige wijze reeds inzien, waarvan spreker meent dat zij niet algemeen bekend is.

In zijn eenvoudigste gedaante herleid is het probleem dit: twee tegengestelde puntladingen zitten vast op een stang, die ze scheidt. De elektrodynamische krachten, die deze ladingen op elkander uitoefenen, zijn, indien het geheel in translatie is, niet volgens de verbindingslijn gericht. De krachten staan loodrecht op de ellipsoïden van Heaviside. Waarom zal de stang niet gaan draaien? Spreker merkt op, dat indien men de stang weg denkt, en dus de ladingen vrij zijn om zich te bewegen, men vinden zal, in aanmerking nemende het verschil tusschen longitudinalen en transversalen traagheidsmassacoëfficiënt, dat de *versnelling* gericht is volgens de verbindingslijn. Indien nu de beweging, die door de krachten teruggebracht kan worden, juist volgens de verbindingslijn gericht is, is er geen enkele reden, waarom, als die beweging door een hindernis, een stang, belet wordt, die stang uit de verbindingslijn gedraaid zou worden.

De heer Ehrenfest zegt, dat hij een aantal jaren geleden ook op dezelfde wijze zich rekenschap van de proef van Trouton en Noble trachtte te geven, en dat zijne ideeën in overeenstemming waren met die van den spreker. Ter aanvulling wijst hij erop, dat in de stang tusschen de geladen uiteinden elastische spanningen moeten optreden, die, bij translatie, aanleiding geven tot een draaimoment op de stang, juist gelijk en tegengesteld aan 't moment dat op de ladingen werkt.

INTERNATIONALE KRITISCHE TABELLEN VAN NUMERIEKE GROOTHEDEN OP PHYSISCH, CHEMISCH EN TECHNOLOGISCH GEBIED.

Het ontstaan der onderneming.

Op de vergadering van de Internationale Vereeniging van zuivere en toegepaste scheikunde, in 1919 te Londen gehouden, brachten de afgevaardigden uit Amerika een plan ter tafel voor de internationale bewerking van een werk in een of meer deelen, bevattende in tabellarischen vorm de physische eigenschappen van chemische stoffen en technologische materialen. Dit plan ondervond op die vergadering de instemming van de vereeniging en werd ook later door de International Research Council zeer toegejuicht.

In overeenstemming met het voorstel door de Amerikaansche afgevaardigden gedaan en met goedkeuring van de vereeniging, heeft Amerika door zijn National Research Council de algeheele verantwoordelijkheid voor het financiëele en redactioneele gedeelte van de onderneming op zich genomen. De geldelijke verantwoordelijkheid is overgenomen door een financiëele Commissie, terwijl de redactioneele verantwoordelijkheid door een redactie-commissie wordt gedragen. Het kritisch bewerken van de gegevens en het samenstellen van de verschillende tabellen zal moeten geschieden door deskundigen, die in de verschillende landen der wereld hiervoor worden gekozen.

De organisatie.

In overeenstemming met het hierboven aangegeven plan is een financiëele Commissie gekozen en deze Commissie heeft op zich genomen een som van $ 200.000 of zooveel minder als noodig is om het succes van de onderneming te verzekeren, bijeen te brengen. De namen der leden dezer Commissie zijn:

George P. Adamson, Director of Research, The General Chemical Co., *Voorzitter.*

William M. Corse, Chairman, Division of Research Extension, National Research Council, *Secretaris.*

Harrison E. Howe, Editor Journal of Industrial and Engineering Chemistry.

Edward P. Hyde, Director of Research, Nela Research Laboratory, National Lamp Works.

Hugh K. Moore, Chief Chemical Engineer, The Brown Co.

Charles L. Reese, Chemical Director, The E. I. du Pont de Nemours & Co.

Julius Stieglitz, Chairman, Department of Chemistry, University of Chicago.

Tot leden der redactie-commissie zijn benoemd:

Edward W. Washburn, vroeger Professor Physical Chemistry, University of Illinois, *Voorzitter.*

George K. Burgess, Physicist and Chief of Division of Metallurgy, U.S. Bureau of Standards.

Saul Dushman, Physicist, General Electric Co.

John Johnston, Sterling Professor of Chemistry, Yale University.

C. E. Kenneth Mees, Director, Research Laboratory, Eastman Kodak Co.

Charles E. Mendenhall, Professor of Physics, University of Wisconsin.

Richard B. Moore, Chief Chemist, U.S. Bureau of Mines.

Deze Commissie heeft voor de dagelijksche leiding gekozen de volgende mannen, die zich geheel en al aan de onderneming wijden tot het werk volkomen beëindigd zal zijn. Hieronder worden deze kortweg de redactie genoemd, ter onderscheiding van de redactie-commissie.

Edward W. Washburn, Hoofd-redacteur.

Clarence J. West, vroeger Scientific Associate, Research Information Service, National Research Council, redacteur voor scheikunde.

N. Ernest Dorsey, vroeger Physicist, U.S. Bureau of Standards, redacteur voor natuurkunde.

Teneinde het werk te vergemakkelijken, heeft de redactie-commissie besloten in de voornaamste landen der wereld correspondeerende redacteuren aan te wijzen.

De redactie-commissie is verantwoordelijk voor het wetenschappelijk en redactioneele gedeelte van het werk; de correspondeerende redacteuren dragen de verantwoordelijkheid voor het aandeel, dat zij hierin hebben, wat betreft de verzameling van bepaalde gegevens in de verschillende landen en de hulp aan de medewerkende deskundigen in deze landen, zooals beneden nader wordt uiteengezet. De leden van de financiëele Commissie en van de redactie-commissie geven hunne medewerking geheel belangeloos.

Verdeeling en bepaling van de onderwerpen.

De redactie-commissie zal een lijst van onderwerpen samenstellen voor opneming in de Tabellen en zal deze in kleine onderdeelen verdeelen, zoodat deze onderdeelen van een dusdanige uitgebreidheid zijn, dat de bewerking door een medewerkend deskundige niet te omvangrijk is om in één à twee jaar te kunnen worden voltooid. In 't algemeen zal de redactie op zich nemen de literatuurplaatsen, die een bepaalde constante bevatten, bekend te maken, zoodat van de medewerkers niet vereischt wordt de geheele literatuur na te zoeken. De taak van ieder dezer medewerkers zal deze zijn, om de gegevens, betrekking hebbend op een bepaald onderwerp, te verzamelen en kritisch te bewerken, om zoodoende daaruit voor iedere constante die waarde te kiezen, die hij de juiste vindt en tegelijkertijd aan te geven de waarschijnlijke onnauwkeurigheid in de zoo gekozen waarde. Algemeene en bijzondere aanwijzingen voor de werkmethoden zullen aan de medewerkende deskundigen worden verschaft.

Elke afdeeling van de Tabellen zal onder den naam van den bewerker worden gepubliceerd en zal derhalve een belangrijke oorspronkelijke bijdrage vormen voor onze wetenschappelijke kennis. Medewerkers zullen een honorarium ontvangen van $ 10 tot $ 25 per pagina of mogelijk meer, afhankelijk van den verrichten arbeid en evenzoo van de beschikbare fondsen. Het ligt in de bedoeling deze honoraria zoo groot mogelijk te maken, waar de geheele onderneming in geenen deele als winstgevend bedrijf is opgezet.

Aard van de publicatie.

De Tabellen zullen over het geheel in het Engelsch worden gesteld; inleiding, lijst van onderwerpen, definities en inhoudsopgaven zullen in de vier talen Engelsch, Fransch, Duitsch en Italiaansch worden opgenomen.

Voor zuivere chemische stoffen zullen de gegevens worden verzameld in *eigenschapstabellen*. Bijvoorbeeld, wanneer men de verschillende eigenschappen van chloornatrium wil leeren kennen, zal men in elk der eigenschapstabellen naar deze stof moeten zoeken. In sommige gevallen echter zullen aanvullende tabellen worden toegevoegd. Bijvoorbeeld voor de eigenschappen van water, zoo zullen deze behalve in de verschillende eigenschapstabellen ook worden verzameld in een enkele tabel onder den titel: „de eigenschappen van water". Een dergelijke handelwijze zal worden gevolgd voor de chemische elementen en waarschijnlijk ook in nog andere belangrijke gevallen.

Wat de technologische materialen betreft, zoo zullen de gegevens worden gerangschikt in *tabellen van materialen*. Het plan bestaat onder dit hoofd al die materialen op te nemen, die voldoende gedefinieerd zijn, zoodat zij onder een bepaalden naam regelmatig op de verschillende wereldmarkten worden verhandeld, zooals bijvoorbeeld bij hard rubber, bakelite, Chineesche hout-olie, Pyrex glas, de voornaamste legeeringen, enz. In verband met het feit, dat de samenstellingen van technologische materialen gewoonlijk niet standvastig zijn, zullen de waarden, voor dergelijke materialen op te nemen hoogste en laagste cijfers en gemiddelde waarden aangeven.

Tabellen van universeele natuurconstanten, herleidingsfactoren en verschillende gemengde tabellen van veel gebezigde gegevens zullen eveneens worden opgenomen.

Verplichtingen van de correspondeerende leden van de redactie-commissie.

Elk correspondeerend lid van de redactie-commissie heeft de volgende verplichtingen.

1. De namen van de deskundigen in zijn land, die geacht worden voor de bewerking van een bepaald gedeelte der Tabellen de aangewezen personen te zijn, bekend te maken, na overleg te hebben gepleegd met zijne collega's. Te dien einde zal hij een lijst ontvangen van de verschillende indeelingen der Tabellen en van de voorgenomen onderverdeelingen.

2. Nadat de medewerkers in zijn land zijn gekozen, stelt hij zich met hen in verbinding en verschaft hun die hulp, die hij in staat is te geven, zoo bijv. door voorzieningen te treffen, dat de bibliotheken, zoo spoedig als mogelijk is, periodieken en boeken, die zij voor hunnen arbeid noodig hebben, aan hen ter leen verstrekken. Mochten periodieken in een bepaald land niet aanwezig zijn, dan zal het bureau te Washington zorgen voor afschriften of fotografische reproducties van de benoodigde verhandelingen.

3. De redactie-commissie bij te staan door het verschaffen van lijsten van belangrijke technologische materialen, die in zijn land worden gefabriceerd, tevens bevattende die gegevens, betrekking hebbende op deze materialen, welke de fabrikanten willen bekend maken.

4. Te trachten van onderzoekings-laboratoria voor den handel, van universiteits-laboratoria, alsmede van andere onderzoekings-organisaties belangrijke, niet gepubliceerde gegevens te verkrijgen, welke zij bereid zijn te verschaffen. Met betrekking tot de universiteiten kan het geval zich in sommige landen voordoen, dat dergelijke gegevens in niet publiek gemaakte dissertaties zich bevinden.

De correspondeerende leden van de redactie-commissie geven hunne medewerking in deze belangeloos zonder daarvoor gehonoreerd te worden, doch ontvangen een exemplaar van de Tabellen ter herinnering aan hunne diensten aan de onderneming bewezen. Eventueele uitgaven voor porto's, telegrammen, enz., in verband met hunne werkzaamheden gedaan, worden hun door het Bureau te Washington vergoed.

In het bovenstaande is in het kort het streven en de werkwijze voor dit internationale werk uiteengezet. Ik spreek de verwachting uit, dat ook de wetenschap en techniek in ons vaderland het belang voor het welslagen dezer onderneming zal inzien en ieder lezer van „Physica" naar krachten zal medewerken, wanneer op zijn hulp in den een of anderen vorm een beroep zal worden gedaan.

W. J. VAN HETEREN,
Correspondeerend Redacteur voor
Nederland.

BOEKBESPREKING.

P. Schreiber, **Grundzüge einer Flächen-nomographie,** Anleitung zum practischen Zahlenrechnen mit Hilfe der Potenzpapiere und der Produktentafel, 113 blz. 53 fig. — Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1922. Prijs f 3.75.

Dit werkje is bedoeld als een aanvulling op het boek onder denzelfden hoofdtitel, dat reeds in de zevende aflevering van den eersten jaargang werd besproken. De schrijver, die een tegenstander is van de rekenliniaal en in het eerste boekje reeds daarvoor in de plaats logarithmisch verdeeld papier wenscht gebruikt te zien, breidt thans zijn rekenmateriaal uit tot logarithmisch papier plus tabellen van produkten. Aan de hand van tallooze voorbeelden wordt aangetoond, hoe men met deze twee rekenhulpmiddelen gecompliceerde numerieke vraagstukken kan oplossen. Uitvoerig staat de schrijver stil bij verschillende kleine technische moeilijkheden als de te kiezen eenheden voor abscissen en ordinaten en dergelijke questies meer. Daar wellicht het logarithmisch verdeelde papier nog niet een verbreiding gevonden heeft, die het verdient, verrichtte de schrijver een goed werk, hier op nieuw weer op te wijzen.

Maar hij is er niet in geslaagd ons te bewegen, om de kleine ronde rekenschuif, zoo groot als een horloge, die ons dagelijks goede diensten bewijst, af te schaffen.

v. d. P.

G. Mie, **La Théorie einsteinienne de la Gravitation,** uit het Duitsch vertaald door J. Rossignol. 130 blz. — Hermann, Paris 1922.

Het werkje van prof. G. Mie is zeker een der merkwaardigste op dat gebied den lezers aangeboden, die zich op de hoogte wenschen te stellen der Relativiteitstheorie. Door zijn bevoegdheid behoort Mie zeker tot diegenen, die het best geschikt zijn hun oordeel te doen kennen over de nieuwe gedachten betreffende den bouw van het Heelal.

De Schrijver onderstelt bekendheid met de leidende gedachten waarop de huidige gravitatietheorie kan gebouwd worden, zoodat dit werkje veeleer eene analytische kritiek der grondbeginselen der theorie, dan waarlijk eene uiteenzetting dezer theorie zelf is. Omtrent de grondige en diepe beteekenis der Einsteiniaansche gravitatietheorie, heeft hij gewis een ander denkbeeld dan hetgene dat gewoonlijk wordt aangenomen.

De gansche uiteenzetting is zonder eenige wiskundige ontwikkeling weergegeven; maar aan nauwkeurigheid en klaarheid wordt daarom niets verloren.

Om zijn doel te bereiken, stelt de schrijver zich op het standpunt van den natuurkundige, die door middel van metingen en waarnemingen welke hijzelf doet, zich eene redelijke voorstelling van het universum wenscht te maken. Dit gebeurt door achtereenvolgende benaderingen, daar zijne toestellen en waarnemingen van dag tot dag stilaan aan nauwkeurigheid winnen. Dientengevolge komt hij allengskens voor nieuwe feiten te staan die niet langer meer te verklaren zijn door de wetten, die hij vooreerst had uitgedrukt. Men voelt zich gedwongen over te gaan tot een grondige kritische toetsing der postulaten en grondregels, die vroeger zonder tegenspraak waren aangenomen. Zoo komt Einstein, na een grondige ontleding van het begrip „tijd" en na een zorgvuldig onderzoek van de tot-nu-toe-aangenomen definitie van de gelijktijdigheid van verwijderde verschijnselen, tot het slot, een engen samenhang tusschen ruimte en tijd aan te nemen en terzelfdertijd aldus tot het beginsel der beperkte relativiteit. Van absoluten tijd en van streng-vaste lichamen kan geen spraak meer zijn. Voorts zet Mie zijne gedachten uiteen over den samenhang van materie en aether. De elementaire stofdeeltjes zijn voor hem niets anders dan oneindig-kleine energiedragers, regelmatig in den aether verspreid, welke de voortplanting van electromagnetische golven mogelijk maakt.

Maar de gravitatie kan in dit schema niet worden opgenomen. De schrijver gaat dan breedvoerig uit over de middelen om deze leemte te vullen. Hij toont aan hoe het tensorkarakter der gravitatiepotentalen proefondervindelijk is vastgesteld. Met Einstein is hij het niet gansch eens over het beginsel der coördinatenveranderingen en, logisch beschouwd, is hij van meening dat, indien alle coördinatenstelsels gelijkwaardig zijn voor het beschrijven der natuurverschijnselen, deze beschrijving ons nochtans eenvoudiger te voorschijn komt in zekere welbepaalde stelsels dan in andere. Dit feit schijnt dus in tegenstelling te staan met de algemeene relativiteitstheorie. Maar in deze theoretisch ongegronde voorkeur dient men enkel het gevolg van willekeurige overeenkomsten te zien, door de tijden heen gebruikt.

Het werkje van prof. Mie, door den vertaler sierlijk weergegeven, geeft den lezer, met een weelde van oorspronkelijke vooruitzichten, de gelegenheid de grondgedachte der Einsteiniaansche gravitatietheorie te leeren kennen.

H.-L. V.

Hermina Folmer, **Het ijken van radioactieve preparaten voor wetenschappelijke en medische doeleinden.** 31 blz. — Noordhoff, Groningen 1922.

Mejuffrouw Folmer beoogt met deze brochure een actie in te leiden, om ons land onafhankelijk te maken ten opzichte van het ijken van radioactieve stoffen. Dit is zeer zeker een wenschelijke zaak, maar wie zal in ernst meenen, dat de Regeering in den tegenwoordigen tijd aandacht zal schenken aan wenschelijkheden? Schr. behandelt zeer in het kort die punten der radioactiviteitsleer, die bij het meten te pas komen en bespreekt daarna de ijkmethodes, die in Frankrijk en Engeland worden gebruikt. Zij stelt de voor- en nadeelen van beide tegenover elkaar en wijst op de moeilijkheden, die vooral bij het ijken van mesothorium oprijzen. Of deze stof zoo veelvuldig in de medische praktijk wordt toegepast, gelijk schr. zegt, waag ik te betwijfelen. Daar het werkje voor den wetenschappelijken medicus bestemd is en daardoor, zooals de schrijfster zelf opmerkt, oppervlakkig moest blijven, zal de physicus er weinig profijt van hebben.

Als zoovele anderen maakt mej. Folmer zich aan tal van germanismen schuldig; in het bijzonder vinden wij op haast elke bladzijde zinnen als: daar deze stralen een looden plaat doordringen, *zoo* worden zij verzwakt. B.

A. Landé, **Fortschritte der Quantentheorie.** (Band V der Naturwissenschaftliche Reihe der Wissenschaftliche Forschungsberichte). 89 blz. 9 fig. — Theodor Steinkopff, Dresden und Leipzig. Prijs f 1.80.

Het werkje, dat hier besproken wordt, is een van eene reeks, die ten doel heeft, zooals de uitgever het uitdrukt „eine Auswahl des Wichtigen, was In- und Ausland seit 1914 in jedem einzelnen Zweige der Naturwissenschaften geleistet hat, in gedrängten Form zu bieten" en naast dit hoofddoel „Brücken zu schlagen zwischen der reinen Wissenschaft, dem oft so exklusiven Forchungsbetrieb der Universitäten und dem naturwissenschaftlich Interessierten, sowie dem angewandte Wissenschaft treibenden Praktiker".

Ik meende goed te doen, dit vooraf te laten gaan, om beter en rechtvaardiger te kunnen oordeelen over het werkje, dat hier voor mij ligt.

Schrijver veronderstelt, dat men de quanta-theorie tot 1914 goed onder de knie heeft en valt dan ineens met de deur in huis. Wanneer men dat niet heeft, dan doet men goed, niet met dit werkje te beginnen.

De „gedrängte Form" is goed volgehouden. Ik vrees, dat het daarom menig lezer wel eens wat al te „gedrängt" zal voorkomen en hij liever eerst eens een boek als Sommerfeld: „Atombau und Spektrallinien" zal doorwerken. Dan zal hij het meeste daarvan (voornamelijk het mathematische deel) hier wel in „gedrängte Form" terugvinden.

Hiermede is tevens aangegeven dat de „Fortschritte der Quantentheorie", hier gegeven, hoofdzakelijk betrekking hebben op de atoombouw en de eigenschappen der spectra. Een uitzondering daarop maakt het 7de Hoofdstuk, dat de chemische constante der gassen behandelt.

Een kort overzicht van den inhoud moge hier volgen. De verschillende hoofdstukken behandelen achtereenvolgens:

I Allgemeine Quantelungsmethoden.
II Das Wasserstoffatom nach der Separationsmethode.
III Systeme mit mehreren Elektronen.
IV Das Korrespondenzprinzip.
V Die Bandenspektren.
VI Störung durch äussere Felden.
VII Chemische Konstante der Gase.
VIII Bohr's Quantentheorie der Linienspektra.

Hieruit kan men al eenigszins zien hoe de stof georiënteerd is. In elk hoofdstuk is in „gedrängten Form" veel gegeven. Maar nu doet zich bij het lezen heel sterk de vraag voor: Worden hier nu werkelijk bruggen geslagen, zooals boven bedoeld is? Ik gevoel hier heel sterk, dat deze bruggen „den natuurwissenschaftlich Interessierten, so wie den angewandte Wissenschaft treibenden Praktiker" niet bereiken. Er blijft voor dezen een kloof, die niet overbrugd wordt.

Toch kan het werkje zijn nut hebben. Door de uitvoerige litteratuuropgaven achter ieder hoofdstuk is het voor den theoretisch-physicus, die het mathematische werktuig, dat hier gebruikt wordt, kan hanteeren, mogelijk zich op de hier besproken terreinen te orienteeren en in te werken. Of, is men op zoo'n gebied thuis, dan kan een compacte samenvatting van de resultaten daar verkregen, zijn nut hebben. Maar behoort men niet tot deze categoriën, dan moet men niet denken, zich met dit werkje de vorderingen der quanta-theorie op deze terreinen te zullen eigen maken.

De uitvoering van den druk is eveneens zeer „gedrängt" wat het lezen niet prettig maakt. Van de figuren zou hetzelfde gezegd kunnen worden. T. v. L.

Kapteyn-nummer van **Hemel en Dampkring** (Augustus 1922).

Er bestaat geen wetenschap, die zich beter leent tot populariseeren, dan de astronomie; geen ook, die zich zoozeer in de belangstelling van het groote publiek mag verheugen.

Wanneer iemand door zijn genie en nooit rustende werkkracht er in slaagt, een belangrijke stap vooruit te doen op den weg naar het onbekende, kan men er zeker van zijn, dat vroeger of later zijn naam bij dit publiek bekend en geërd zal zijn.

Dit verklaart, waarom na het heengaan van J. C. Kapteyn, een der grootsten sonder de grooten, in alle tijdschriften artikels over hem en zijn werk zijn verchenen. Het is dan ook volkomen begrijpelijk, dat het Tijdschrift „Hemel en

Dampkring", orgaan van de Nederlandsche vereeniging voor weer- en sterrekunde, een nummer aan zijn nagedachtenis wijdt.

Hierin treffen wij allereerst een uitstekend portret van Kapteyn aan, dat door zijn broer Albert Kapteyn werd afgestaan.

In het daaropvolgend artikel van Dr. W. de Sitter, directeur van de Leidsche sterrewacht en oud-leerling van Kapteyn, wordt een overzichtelijk verslag gegeven van Kapteyn's levenswerk, waarbij o.m. de stichting en de beteekenis van het tegenwoordig wereldberoemde Groningsche Laboratorium, de ontdekking der sterstroomen, het „Plan of Selected Areas" en de laatste onderzoekingen en theorieën van den tot het einde toe bezigen man ter sprake komen.

Onder den titel: „Eenige belangrijke geschriften van Kapteyn" vindt men een lijst van 52 publicaties, loopend over 1884—1922, die voor zichzelf spreekt.

Van het algemeen aanzien, dat de persoon en het werk van Kapteyn genoten, getuigt vervolgens de lange reeks „Onderscheidingen", die daarna is opgenomen.

Het belangrijkste opstel lijkt mij echter dat van Dr. C. Easton: „Persoonlijke herinneringen aan J. C. Kapteyn", waarin de schrijver vertelt van zijn kennismaking en langjarige vriendschap met Kapteyn, want hieruit leeren wij den eenvoudigen, beminnelijken en *goeden* mensch kennen, die Kapteyn was. Wie met hem in aanraking geweest is, weet het immers: niet de geleerde, niet de beroemde astronoom, maar de *mensch* was bij hem hoofdzaak — en daarvan getuigt dit opstel.

Zeer te betreuren is het, dat het om technische redenen aan de redactie van Hemel en Dampkring onmogelijk is geweest het geheele nummer aan Kapteyn te wijden — meer dan de helft wordt in beslag genomen door andere artikels, etc. — waardoor o.a. het opstel van Dr. Easton moest worden afgebroken en in het Septembernummer worden voortgezet. En eveneens het pas in het Septembernummer opgenomen artikel „Het stelsel van Kapteyn", door Dr. Easton, waarin uitvoeriger dan in het algemeen verslag van Dr. de Sitter mogelijk was, wordt gesproken over Kapteyn's grootsche conceptie van het sterrenstelsel, missen wij noode in het Kapteyn-nummer van het tijdschrift, dat hierdoor niet geheel en al geeft wat de naam belooft.

H. Gr.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

J. D. Bierens de Haan, Idealistische wijsbegeerte, 50 blz. — De Erven F. Bohn, Haarlem 1923.

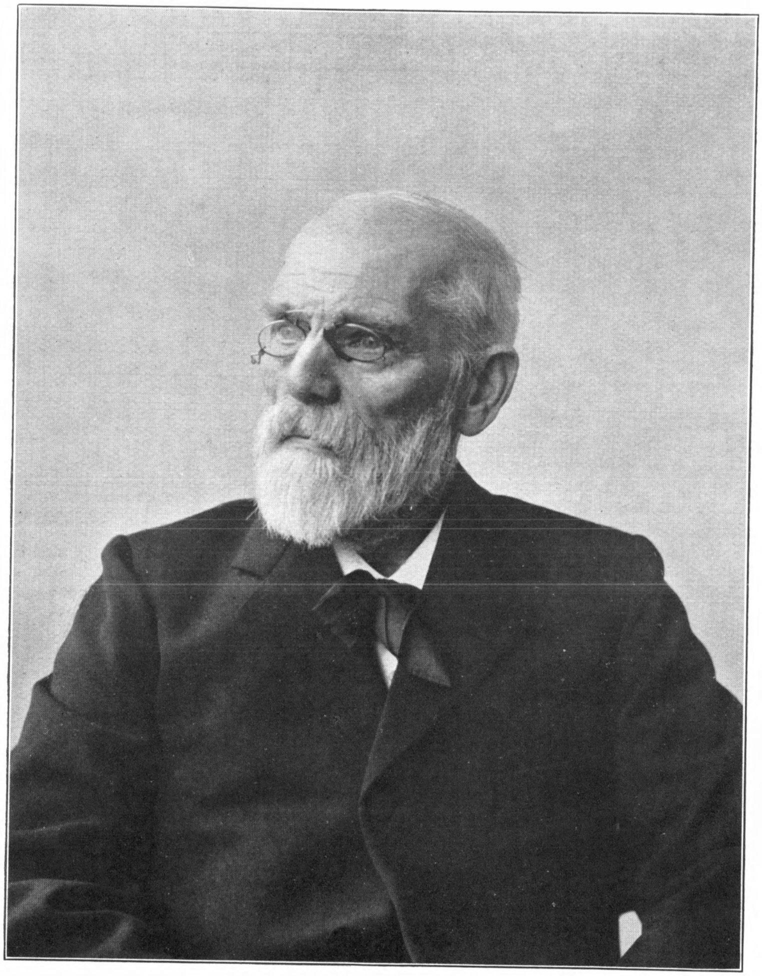
A. N. Whitehead, The principle of Relativity, with applications to Physical Science, 190 blz. — Cambridge University Press. 1922. Prijs 10/6 net.

R. Swierstra, Electro-lichttechniek, 181 blz., 57 fig. XI tabellen. — Polytechnische Bibliotheek, No. 44, N. V. vh. van Mantgem en De Does, Amsterdam, 1922, Prijs f 4.90.

Tables internationales des isotopes et des éléments radioactifs, 12 blz. — Union intern. de la Chimie, Secrétariat Général, rue des Mathurins 49, Paris, 1923.

Wis- en Natuurkundig Tijdschrift, Orgaan van het Vlaamsch Natuur-, Wis- en Geneeskundig Congres, deel I, afl. 5. — Ad. Hoste, Gent, 1923.

Fysisk Tidskrift, udgivet af Selskabet for Naturlaerens Udbredelse, 19e en 20e jaargang. — Jul. Gjellerup, Kjöbenhavn.



J. D. VAN DER WAALS Sr. †

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

3e JAARGANG APRIL 1923 NUMMER 4.

PROF. DR. J. D. VAN DER WAALS, Sr.

IN MEMORIAM.

I.

Op 8 Maart 1923 verloor de natuurkunde in Van der Waals een harer grootste beoefenaars, Nederland een zijner bijna ongeevenaarde docenten.

De oorspronkelijkheid van zijn geest kon hem het eene doen zijn, sympathie met de intellectueele moeilijkheden zijner medemenschen tot het andere voorbeschikken, en dit complex van eigenschappen kon tot volle werking komen omdat het gedragen en gestuwd werd door zijne krachtige persoonlijkheid.

Johannes Diderik van der Waals werd geboren te Leiden op 23 November 1837, ontving daar lager onderwijs, studeerde voor onderwijzer. Later kon hij het M.O.-examen in de wiskunde en natuurkunde afleggen. Hij werd in 1864 leeraar aan de H. B. S. te Deventer, in 1866 leeraar, later directeur der H. B. S. in Den Haag. Toen in 1877 het Atheneum Illustre te Amsterdam tot Universiteit werd verheven, werd Van der Waals daaraan als Hoogleeraar verbonden. In 1908 moest hij wegens het bereiken van den zeventigjarigen leeftijd zijn emeritaat nemen.

Voor de lezers van Physica behoeft er nauwelijks aan herinnerd te worden dat in de gedrukte geschiedenis der wetenschap de naam van Van der Waals verbonden is aan drie scheppingen van bijzondere vruchtbaarheid. De toestandsvergelijking (1873), de wet der overeenstemmende toestanden (1880), de theorie der binaire mengsels (1889).

Van der Waals was bij de publicatie dezer uitkomsten zijner werkzaamheid 36, 43 en 52 jaar oud.

Het is interessant naast zijn werk te plaatsen dat van J. Willard Gibbs, den grooten en door Van der Waals zeer vereerden natuurkundige van New-Haven. Gibbs, geboren 1839, publiceert op 34-jarigen leeftijd, het jaar der Continuïteit, zijn eerste werken „Graphical methods in the Thermodynamics of fluids", en „A method of geometrical representation of the thermodynamic properties of substances by means of surfaces."

Deze werden in 1876—78 gevolgd door de fundamenteele verhandeling „on the equilibrium of heterogeneous substances". In 1902 publiceert Gibbs zijn „Elementary Principles in Statistical Mechanics" en het volgend jaar overlijdt hij op 63-jarigen leeftijd.

Wij gaan niet verder in op eene vergelijking tusschen de beide geniale physici, die ongetwijfeld voor een Plutarchus in de geschiedenis der natuurkunde veel aantrekkelijks zou hebben.

II.

De dissertatie van Van der Waals, „Over de continuïteit van den gas- en vloeistoftoestand", van 1873, geeft de afleiding uit de theorie van de betrekking tusschen druk, volume en temperatuur voor den vloeibaren en gasvormigen toestand, de betrekking, die algemeen als de toestandsvergelijking van Van der Waals wordt aangeduid en in den vorm

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = R\,T \tag{1}$$

wordt geschreven. Hierin zijn p, v, T, druk, volumen en temperatuur, R, a, b, constanten, welke van de natuur van het beschouwde gas afhangen: a hangt met de attractie, b met de grootte der molekulen samen, en wel is b viermaal het totale volumen der molekulen. De constante a bepaalt de aantrekking van twee lagen eener vloeistof, en speelt een rol in de door Laplace ontwikkelde theorie der capillariteit. Bij Laplace valt echter uit de eindvergelijkingen altijd de bedoelde aantrekking weg en ze kon door hem niet worden gevonden.

Van der Waals zegt in de voorrede zijner dissertatie dat de keus van zijn onderwerp juist ontsprong aan zijn wensch om de grootheid, welke de moleculaire druk op de oppervlakte-eenheid van een vloeistof met vlakke begrenzing bepaalt, te leeren kennen.

De eerste stoot tot zijn levenswerk kwam echter, zooals Van der Waals in zijn Nobelrede van 12 December 1910 vertelt, toen hij na zijn universiteitsstudiën kennis nam van de verhandeling van Clausius (1857) „über die Art der Bewegung welche wir Wärme nennen", waarvan de inhoud thans in de elementaire natuurkunde is overgegaan. Dan zegt Van der Waals: „Die Arbeit von Clausius war mir eine Offenbarung, aber zugleich kam mir den Gedanke, dass, wenn ein Gas in äusserst verdünntem Zustand, wo das Volumen so gross ist, dass die Moleküle als Punkte betrachtet werden können, aus sich bewegenden kleinen Körpern besteht, es doch wahrscheinlich ist, dass dies auch der Fall ist, wenn man das Volumen kleiner macht; ja dann muss dies noch der Fall sein bis zur äussersten Verdichtung und auch bei den sogenannten Flüssigheiten, welche doch nur als verdichtete Gase bei niedriger Temperatur zu betrachten sind. Und so entstand bei mir der Gedanke, dass es keinen wesentlichen Unterschied gibt zwischen dem gasförmigen und den flüssigen Zustand der Materie; das die Umstände, welche nebst der Bewegung der Moleküle wirken, um den Druck zu bestimmen, wohl quantitativ verschieden angenommen werden müssen bei veränderter Dichtigkeit und vielleicht auch bei veränderten Temperatur, aber dass es doch die nämlichen Umstände sein müssten, welche im ganzen Bereich ihre Wirkung ausüben. Und damit war in mir der Gedanke der Kontinuïtät aufgekommen."

Van der Waals maakt bij de afleiding van zijn toestandsvergelijking gebruik van het theorema over het zoogenaamde viriaal, zooals Clausius dat voor de stationaire bewegingen van een systeem van molekulen uitsprak.

Door het viriaal der aantrekkende krachten tusschen de moleculen in rekening te brengen, komt Van der Waals tot den term a/v^2. De invloed van de grootte der moleculen, die in den term b is uitgedrukt, is echter door Van der Waals op geheel andere wijze berekend. Door de uitgebreidheid der moleculen wordt de weg, dien de moleculen tusschen twee botsingen afleggen, korter, en dus het aantal botsingen tegen de wanden grooter, dus ook de druk.

Maxwell maakte er opmerkzaam op, dat het bij de afleiding wenschelijk was consequent van de stelling over het viriaal gebruik te maken. In zijn berekening kwam Maxwell echter tot een onjuiste uitkomst. Lorentz loste het probleem het eerst op de juiste wijze op en komt tot de uitkomst van Van der Waals, voor zoover alleen op grootheden van de eerste orde (als b/v) wordt gelet.

Inderdaad, zooals Boltzmann het uitdrukt, komt Van der Waals „gewissermassen durch Inspiration" tot zijn vergelijking.

In 1874 gaf Maxwell een uitvoerig en apprecieerend artikel in „Nature" over „Van der Waals on the continuity of the continuity of the gaseous and liquid states". Hierin komt de voorspelling voor „that there can be no doubt that the name of Van der Waals will soon be among the foremost in molecular science".

En in een iets later gehouden voordracht komt de opmerking voor „It certainly has directed the attention of more than one inquirer to the study of the Low-Dutch language in which it is written".

Onder hen, wier attentie op het werk van Van der Waals was gericht zal men vermoeden dat Thomas Andrews en James Thomson (de broeder van den lateren Lord Kelvin) zullen behoord hebben. Inderdaad weten we nu dat zulks het geval was.

In een brief van Andrews aan James Thomson gedateerd Queen's College, Belfast, 5th Febr. 1874, komt dit naschrift voor:

„P.S. Bessy and I are hard at work on Diderik van der Waals!" en dan:

Queen's College, Belfast, 16 April 1874.

My dear Thomson,

.... I am deep in the Dutch paper, and also occupied with my own results wich I believe will turn out more important than I supposed. But I miss you sadly.

Ever yours

Th. Andrews. [1])

Van de dissertatie van Van der Waals verschenen vertalingen in het Duitsch door Dr. F. Roth (1881, een tweede verbeterde druk in 1899; een tweede deel: binäre Gemische, vertaald door Dr. J. J. van Laar, 1900) in het Engelsch door R. Threlfall en J. F. Adair, uitgegeven door de Physical Society te Londen 1888, en ook in het Fransch door Dommer en Pomey, 1894.

Bewonderenswaardig is de vruchtbaarheid van de toestandsvergelijking van Van der Waals geweest. Het geheel der

---

[1]) Beide citaten uit James Thomson. Papers in Physics and Engineering. Cambridge 1912, p. 71 en 73 of biographical sketch.

verschijnselen van den gas- en vloeistoftoestand kan men er prachtig mee overzien, al is dan de overeenstemming tusschen de theorie en experiment niet geheel quantitatief. Van der Waals zelf heeft in zijne Nobelrede met nadruk gezegd, dat hij nooit verwacht had dat zijne vergelijking — met a en b constant — numeriek met de proeven zou overeenstemmen.

Uiterst eenvoudig zijn de formules, die Van der Waals voor de kritische waarden van volumen, druk en temperatuur geeft. Wij kunnen niet nalaten althans die hier neer te schrijven:

$$v_k = 3b\,;\; p_k = \frac{a}{27b^2};\;\; T_k = \frac{8}{27}\,\frac{a}{bR}\,; \tag{2}$$

en merken er bij op, dat het toch wel heel buitengewoon is, aan te toonen, dat door de afwijkingen van een gas van de wet van Boyle de kritische grootheden met tamelijke benadering kunnen worden berekend.

III.

De tweede groote ontdekking van Van der Waals is *de wet der overeenstemmende toestanden* (1880), die wat haar gedrag tegenover de warmte betreft, in iedere stof een kopie van een andere doet zien, maar op verschillende schaal.

Uit de verg. (2) volgt:

$$a = 3\,p_k\,v_k{}^2\,, \qquad b = \frac{v_k}{3}\,, \qquad R = \tfrac{8}{3}\,\frac{p_k\,v_k}{T_k} \tag{3}$$

en bij subsitutie in de toestandsvergelijking (1)

$$\left(\frac{p}{p_k} + \frac{3\,v_k{}^2}{v^2}\right)\left(3\,\frac{v}{v_k} - 1\right) = 8\,\frac{T}{T_k}\,;$$

dus als men stelt

$$\frac{p}{p_k} = \varepsilon\,, \quad \frac{v}{v_k} = n\,, \quad \frac{T}{T_k} = m\,,$$

krijgt men

$$\left(\varepsilon + \frac{3}{n^2}\right)(3\,n - 1) = 8\,m. \tag{4}$$

Deze vergelijking is voor alle stoffen volkomen dezelfde, men vindt er niets meer in dat op een bepaalde stof betrekking heeft. Het beginsel der overeenstemmende toestanden heeft alleen betrekking op die eigenschappen der stoffen, die van den graad van opeenhooping der moleculen afhangen, niet dus op de optische, chemische, electrische eigenschappen.

Het is gebleken, dat de wet van de overeenstemmende toestanden met veel grooter benadering juist is dan de toestandvergelijking, wat hierop wees, dat achter de wet der correspondentie een algemeener grondbeginsel moet schuilen. Inderdaad heeft al spoedig na Van der Waals, Kamerlingh Onnes (1881) geleerd, hoe de wet der overeenstemmende toestanden uit het beginsel der gelijkvormige bewegingen is af te leiden. Niet-gelijkvormigheid der bewegingen moet onmiddellijk afwijkingen van de wet der correspondentie veroorzaken. Associatie van moleculen zal onmiddellijk zulke afwijkingen te voorschijn brengen. Bij zeer lage temperaturen komen afwijkingen van de wet nog sterker voor den dag. Zij hangen ongetwijfeld samen met de eigenaardigheden, die de theorie der quanta helpt verklaren.

De theoretische beschouwingen van Van der Waals zijn voor de gewichtige methoden der moderne koeltechniek van bijzonder belang.

De wet der overeenstemmende toestanden is het richtsnoer voor Dewar te Londen geweest tot hij er in slaagde in 1898 de waterstof vloeibaar te maken, zij is het voor Kamerlingh Onnes geweest tot op het oogenblik waarop op 10 Juli 1908 de bijna vlakke meniscus van het vloeibare helium scherp als een mes in het allerbinnenste der vacuumglazen te Leiden verscheen. Men kan wel zeggen dat men zonder de theorie van Van der Waals tegenover de zoo uiterst moeilijke problemen als het vloeibaar maken van waterstof en helium geheel hopeloos had gestaan.

Nu kon al van te voren door de nauwkeurige isotherm-metingen van helium bij waterstoftemperaturen worden uitgemaakt, dat a niet $=0$ was en dat er dus (zie vergel. (2)) een kritische temperatuur moest zijn. Boyle-punt ($R\,T_B = a/b$) en Joule-punt ($R\,T_J = 2a/b$) waren van te voren te schatten, ook de drie kritische grootheden, en de vraag of helium door middel van Linde's proces was vloeibaar te maken, kon bevestigend beantwoord worden. Bij het maken van het plan moest voortdurend de wet van de overeenstemmende toestanden dienst doen.

We kunnen hierop niet verden ingaan, wat te minder noodig is daar den lezers van dit tijdschrift deze overwinning op het helium nog nauwkeurig voor den geest staat. Terwijl voor de waterstof en het principe der correspondentie naar Dewar's rede voor de British Associaton in 1903 mag worden verwezen.

IV.

De theorie der mengsels is het derde gebied dat door het genie van Van der Waals werd opengelegd. Zij verscheen in de „Archives Néerlandaises" in 1890 onder den titel „Théorie moléculaire d'une substance composée de deux matières differentes". Aanvankelijk door Van der Waals in het Hollandsch geschreven, werd ze door Bosscha in het Fransch vertaald.

De problemen van een enkelvoudige stof bieden reeds menige moeilijkheid aan: zoodra twee *verschillende* soorten van moleculen zich in dezelfde ruimte bevinden, wordt alles veel ingewikkelder. De samenstelling van den damp, die zich boven een vloeistofmengsel bevindt, en de samenstelling van dat mengsel kunnen zeer van elkaar verschillen. Door een gelukkige combinatie van de beproefde methoden der thermodynamica en van de ideeën die aan zijne toestandsvergelijking ten grondslag liggen, kon Van der Waals talrijke verschijnselen, die zich bij binaire mengsels voordoen, begrijpelijk maken en dikwijls nieuwe voorspellen. Hij bedient zich daarbij van de toestandsvergelijking in denzelfden vorm als voor een enkelvoudige stof. Bij een mengsel hangen echter a en b van de samenstelling af. Heeft men van de eerste stof $1-x$ grammoleculen, van de tweede x grammoleculen, dan is

$$a=(1-x)^2 a_1 + 2x(1-x)a_{1\,2} + x^2 a_2$$
$$b=(1-x)^2 b_1 + 2x(1-x)b_{1\,2} + x^2 b_2$$

Hierin zijn a_1 en a_2 de gewone constanten der moleculaire aantrekking van de beide stoffen en $a_{1\,2}$ de constante der wederkeerige attractie der twee stoffen. De waarde van b is door Lorentz gevonden, b_1 en b_2 zijn de gewone b van Van der Waals, dus vier maal het moleculair volumen van een grammolecuul, $b_{1\,2}$ een nieuwe constante, die echter met b_1 en b_2 samenhangt. In vele gevallen gebruikt Van der Waals, voor de eenvoudigheid der berekeningen,

$$b=b_1(1-x)+b_2 x.$$

Om nu de evenwichtsvoorwaarde tusschen de phasen, die zich vormen, op te maken, maakt Van der Waals gebruik van de vrije energie ψ. Zij wordt door hem berekend als

$$\psi = -R\,T \log(v-b) - \frac{a}{v} + R\,T\{(1-x)\log(1-x) + x \log x\}.$$

In den evenwichtstoestand moet, bij constant totaal volumen en bij constante temperatuur ψ een minimum worden.

Denkt men zich x en v als coördinaten in een horizontaal vlak en de waarde van ψ als derde coördinaat, dan krijgt men het z.g. ψ-vlak van Van der Waals, waardoor aanschouwelijk kan worden voorgesteld wat in zijne formules ligt opgesloten. Het oppervlak zal in vele gevallen een plooi vertoonen zoodat het over een deel zijn holle zijde naar het grondvlak keert.

Toestanden die door punten in het holle deel worden voorgesteld zijn labiel en het mengsel zal zich in twee phasen splitsen. Een plat vlak, een dubbelraakvlak, kan het ψ-vlak in twee punten aanraken. De raakpunten bepalen door hunne ligging het volumen (dus de dichtheid) en de samenstelling (x) van de coëxisteerende damp en vloeistof of van de beide coëxisteerende vloeistoffen.

Door het raakvlak over het oppervlak te laten rollen krijgt men een reeks van bij elkaar hoorende paren van punten en een overzicht van wat er gebeurt als de druk grooter wordt.

De mathematische eigenschappen van bijzondere punten (plooipunten) en lijnen die op het ψ-vlak voorkomen zijn in een klassiek geworden verhandeling door Korteweg bestudeerd. Dit mathematisch onderzoek is Van der Waals van veel nut geweest. Herhaaldelijk moest het ook bij de studie der moleculaire en chemische evenwichten worden geraadpleegd, zooals bij de studie van Kuenen over mengsels van aethaan en stikstofoxydule.

Van der Waals' theorie der mengsels is van beslissende beteekenis geweest voor het mooie werk van Kuenen, waarin de retrograde condensatie werd ontdekt bij mengsels van chloormethyl en koolzuur.

Ook vele toepassingen der physische chemie hangen met de theorie der mengsels samen.

De vruchtbaarheid van deze theorie en trouwens van het geheele werk van Van der Waals blijkt misschien wel het beste bij het raadplegen van het omvangrijke artikel van

Kamerlingh Onnes en Keesom in Band V, 1, Physik, van de Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften, waarin de talrijke theoretische en experimenteele uitkomsten zijn verwerkt.

V.

Wij kunnen niet op alle verdere onderzoekingen van Van der Waals ingaan. Wij noemen echter nog zijne thermodynamische theorie der capillariteit, zijne onderzoekingen over volumen- en drukcontractie, zijn pogingen om de toestandsvergelijking, die met constante *a* en *b* alleen qualitatief juiste resultaten geeft, te verbeteren en in aansluiting daaraan zijne mededeelingen over „schijnassociatie".

VI.

Van den indruk, dien Van der Waals op een zijner leermeesters, F. Kaiser, den Leidschen astronoom, maakte, leggen getuigenis af de beide aanbevelingen bij Van der Waals' sollicitaties naar de betrekkingen bij het M. O. in Deventer en Den Haag. Deze beide brieven werden teruggevonden enkele weken voor het overlijden van Van der Waals en het is een treffende bijzonderheid, dat het hem aangenaam was ze te hooren voorlezen door zijn dochter. Zijn levensvlam, op het punt van te worden uitgebluscht, scheen opnieuw op te flikkeren nu zijn geest op den aanvang van zijn loopbaan werd ingesteld.

Hier volgen de beide brieven:

De ondergeteekende, Hoogleeraar in de Faculteit van Wis- en Natuurkundige Wetenschappen aan de Hoogeschool te Leiden, verklaart dat de Weledele Heer J. D. van der Waals, gedurende den cursus van 1863-4, zijn academische lessen over wiskundige sterrekunde met groote nauwgezetheid heeft bijgewoond en onder die lessen aanhoudend blijken van begaafdheid, van kunde en ijver heeft gegeven. De ondergeteekende, ten hoogste ingenomen met de bescheidenheid en de zedigheid, door den Heer J. D. van der Waals bovendien steeds aan den dag gelegd, maakt geene zwarigheid te verklaren dat hij het als een groot voorrecht beschouwd, een zoo uitstekend jongman als de genoemde Heer J. D. van der Waals gedurende eenen cursus onder zijne leerlingen te hebben mogen tellen en zijn gevoelen te doen kennen, dat de Heer J. D. van der Waals een ongewone geschiktheid heeft voor het middelbaar onderwijs.

Leiden, den 11 Juni 1864. (*w.g.*) F. KAISER.

De Heer J. D. van der Waals, die bij het ondergaan van het hoogst examen, dat door de wet op het middelbaar onderwijs wordt verordend, zijnen examinatoren tot eene zeer treffende openlijke getuigenis aanleiding heeft gegeven, behoeft noch mijnen lof, noch mijne aanbeveling. Zeer gaarne leg ik echter de verklaring af, dat ik het steeds als eene eer en een voorrecht zal beschouwen, den Heer J. D. van der Waals onder mijne leerlingen te mogen tellen, en aan zijne vorming te hebben mogen medewerken. De Heer Van der Waals onderscheidt zich door buitengewone begaafdheden en bezit eenen ijver en eene volharding, waardoor Zijned. ten uitvoer bracht, wat mij toescheen menschelijke krachten te boven te gaan. Met zijne ongewone bekwaamheid, vooral in wis-, natuur- en sterrekunde, vereenigt de Heer Van der Waals de strengste zedelijkheid en daar Zijned. bovendien een zeer ervaren onderwijzer is, acht ik eene stichting voor middelbaar onderwijs gelukkig, die een man als de Heer J. D. van der Waals aan zich weet te verbinden.

Leiden, den 21 Juli 1866. (*w.g.*) F. KAISER,
Hoogleeraar in de Faculteit van
van wis- en natuurkunde aan de
Hoogeschool te Leiden.

Ik wil hier enkele persoonlijke herinneringen aan Van der Waals laten volgen en ze neerschrijven zooals ze mij in de herinnering komen. Niet alsof ik meende, daarmee zijn groote persoonlijkheid te kunnen schetsen, maar alleen om een paar aanvullingen te geven bij de schetsen van Kamerlingh Onnes, Kohnstamm en Went, en omdat zij iets kunnen bijdragen tot het karakteriseeren van zijn persoon.

Terwijl ik als lector (1897—1900) aan de Universiteit van Amsterdam was verbonden, trouwens ook later, kon ik Van der Waals als paedagoog bewonderen in de gesprekken, die hij met de studenten had naar aanleiding van proeven in het laboratorium en van zijn colleges, en waarbij hij wenschte dat ik tegenwoordig was. Ook anderen kwamen met moeilijkheden tot hem, en om die op te lossen deed hij dan eenige vragen, die het terrein waarop de moeilijkheid lag, voortdurend nauwer omgrensden en tevens duidelijk lieten blijken hoever het inzicht van den vrager gevorderd was. Deze methode werd door niet-leerlingen wel eens niet aangemaam gevonden, maar was uitermate doeltreffend. Midden in die gesprekken kwam dan nog dikwijls Lemstra, gecustos der Academie van Wetenschappen, met stukken die geteekend of brieven die afgedaan moesten worden, en wanneer het geen geheimen gold, maakte Van der Waals alles even in orde om onmiddellijk daarna den draad der redeneering weder op te nemen.

Van der Waals had geen last van aandachtsafdwalingen. Ik vroeg hem of het hem ook hinderde dat naast de kamer waar hij zat, gehamerd en met de draaibank gewerkt werd. Zijn antwoord was: „Volstrekt niet. Ik bemoei me met mijn eigen werk".

In de kleine zaal, waar hij zijn mathematisch-physische colleges gaf, stonden een kast met instrumenten en een met boeken, waaruit ik onverwacht iets noodig kon hebben. Uit eigen beweging gaf hij mij toestemming, tijdens zijn colleges te halen wat ik wenschte, het zou hem bij zijn werk niet storen. Zeer zelden heb ik van deze faciliteit gebruik gemaakt.

Hoewel geen experimentator, was hij toch altijd vol belangstelling als ik hem een of andere proef kon laten zien. Hij wilde wel over het werk van anderen hooren en ook over zijn eigen werk wat mededeelen. Menigmaal mocht ik van hem een korte uiteenzetting vernemen, als hij op zijn college wat nieuws had behandeld of als hij in de Academie een mededeeling zou houden. Alles toegelicht met karakteristieke „krabbels" of „lijntjes", zooals Van der Waals zeide.

Maxwell en Gibbs waren de natuurkundigen, die hij het meest van allen vereerde.

De samenwerking met Onnes werd door hem buitengewoon gewaardeerd. Er kwam iets warms in zijn stem, als hij over Onnes sprak. Hem droeg hij het tweede deel zijner Continuiteit op, en over den arbeid van Onnes voor de vaderlandsche natuurkunde schreef hij een artikel in het Gedenkboek ter herinnering aan den 25sten verjaardag van Onnes' promotie, waarin hij gloedvol uiteenzet de redenen waarom hij zich in het werk van Onnes verheugt.

Trouwens ook de samenwerking met Bakhuis Roozeboom, Kuenen, Kohnstamm en Smits beschouwde hij als een voorrecht. en dat er van een Hollandsche School in de Natuurkunde gesproken kon worden, werd door hem gaarne in herinnering gebracht.

De oorspronkelijkheid van zijn geest maakte het hem niet gemakkelijk of tenminste hem niet geneigd om de redeneeringen van anderen te volgen. Een eigenaardig voorbeeld daarvan deed zich voor toen ik hem de nu beroemde wet van Balmer, die hem toen onbekend was, wilde meedeelen. Hij zeide: „ge zoudt me toch niet willen vertellen, dat een natuurwet door *raden* te vinden is". Hij liet zich niet overtuigen. Toen ik na eenige maanden op de zaak terugkwam, en de gegevens nog eens opnieuw en in anderen vorm had voorgesteld, zeide hij: „Gij schijnt aan die formule te gelooven, welnu, een heel klein beetje ga ik er nu ook aan gelooven".

Buiten zijn werk beminde Van der Waals zeer de natuur. Levendig herinner ik mij een paar dagen, doorgebracht op den St. Jansberg[1]) te Groesbeek, waar Van der Waals het huis gehuurd had. Bij prachtig zomerweer, gezeten onder de bloeiende, geurende lindeboomen, en onder het voortdurend gegons der bijen, leerde ik Van der Waals nog van een anderen kant kennen dan in laboratorium of studeerkamer. Ik bemerkte, hoe gevoelig hij voor de schoonheden van de natuur was, en hoe hij aan scherts en vroolijkheid deel kon nemen. In het begin van de zestiger jaren was hij nog een energieke wandelaar. Hij kende de schoonheden van het landschap, wees u waar Nijmegen, waar Kleef, waar Cuyk lag, waar de Mookerheide eindigde, waar de spoorlijn en waar de Maas liepen. Op zulk een wandeling liep Van der Waals meestal voorop. Plotseling gaf hij aan het gezelschap 5 minuten rust, waarbij allen gingen zitten, hij alleen staan bleef, en precies op de seconde gaf hij het sein verder te marcheeren.

Van de talrijke hooge wetenschappelijke onderscheidingen, die hem ten deel zijn gevallen, gevoelde hij de toekenning van den Nobelprijs (1910), zijn benoeming tot correspondeerend lid der Akademie der Wissenschaften te Berlijn (1900) en van buitenlandsch lid der Académie des Sciences te Parijs (1910) als een groote eer. (Nu juist gepubliceerd citaat [2]) uit het rapport van H. Poincaré

[1]) In September 1898 was hier Boltzmann een paar dagen bij Van der Waals.
[2]) C. R. T. **176**. 793. 1923.

van 1910: „c'est en effet un de ces hommes qui font travailler parce qu'ils font penser").

In het algemeen was Van der Waals stil en teruggetrokken. Inderdaad een voorbeeld van Carlyle's silent man.

„The great *silent* man! Looking round on the noisy inanity of the world, words with little meaning, actions with little worth, one loves to reflect on the great Empire of *silence*. The noble silent man, scattered here and there each in his department; silently thinking, silently working; whom no Morning Newspapers makes mention of! They are the salt of the Earth. A country that has none or few of these is in a bad way".

De Nederlandsche wetenschap mag zich gelukkig rekenen in Van der Waals een der grootste natuurkundigen van onzen tijd bezeten te hebben. Voor diegenen, die hem persoonlijk nader stonden en wien hij een blik in zijn gemoedsleven gunde, die zijn voortdurend streven waarnamen om zijn daden met zijn verheven meeningen in overeenstemming te brengen, komt de grootheid van zijn geest treffend uit tegen den achtergrond van zijn waardig en schoon leven.

P. ZEEMAN.

ZWARTING VAN DE PHOTOGRAFISCHE PLAAT DOOR RÖNTGENSTRALEN.

PHOTOGRAFISCHE METHODE TER VERGELIJKING VAN INTENSITEITEN

door A. BOUWERS.

In het volgende is nagegaan hoe de zwarting van de photografische plaat, veroorzaakt door Röntgenstralen, afhangt van: *belichtingstijd*, *intensiteit* en *golflengte*.

Bovendien zijn de resultaten toegepast tot het vergelijken van intensiteiten.

We hebben bij dit onderzoek hoofdzakelijk Gevaert-Sensimaplaten gebruikt, met het oog op de kleine sluiering en betrekkelijke groote gevoeligheid; nadrukkelijk zij echter vastgesteld, dat andere plaatsoorten niet wezenlijk afwijken, in 't bijzonder Agfa en Hauff Röntgenplaten.

Als ontwikkelaar gebruikten we Agfa Rodinal zonder broomkali. We mochten echter ook vaststellen, dat andere ontwikkelaars geen wezenlijk andere uitkomsten gaven.

Wij zullen onder de zwarting Z steeds verstaan: de logarithme van de verhouding van het licht dat door een ongezwart en door het gezwarte deel van de plaat treedt, dus:

$$Z = \log \frac{I_0}{I} .$$

1. *Zwarting als functie van den belichtingstijd.*

Door Friedrich en Koch [1]) en door Glocker en Traub [2]) werd gevonden, dat de zwarting recht evenredig met den belichtingstijd is.

Wij onderzochten zwartingen tot $Z = 2$, en inderdaad naderden de verkregen krommen voor zwartingen tot ± 0.6 bij lang ontwikkelen tot rechte lijnen in overeenstemming met het resultaat van Glocker en Traub (zie boven).

Bij nadere beschouwing echter bleek de betrekking te gelden:

$$Z = C \log \left(\frac{t}{\tau} + 1 \right) \tag{1}$$

Hierin zijn C en τ constanten. Deze betrekking is door Busé [3]), bij zijn onderzoekingen in het Physisch Laboratorium der Universiteit te Utrecht, gevonden als geldend voor zwartingen, teweeggebracht door gewoon licht. Het verdient opmerking dat Busé gevonden heeft, dat zijn formule alleen geldt, indien de ontwikkelaar geen broomkali bevat. Gelijke ervaringen deden ook wij op voor zwarting door Röntgenstralen.

In fig. 1 en volgende vindt men voorbeelden, waarin de getrokken krommen steeds bij de waarnemingen berekend zijn, door met behulp van twee punten de constanten C en τ te bepalen.

Naar aanleiding van deze overeenstemming zou men dus moeten besluiten, dat de werking van Röntgenstralen en gewone lichtstralen op de photografische plaat niet in wezen verschilt.

Toy [4]) vindt bij platen met groote korrelgrootte krommen, die zeer veel op de onze gelijken.

---

[1]) Annalen der Physik **45**, 399, 1914.
[2]) Phys. Zeitschr. **22**, 345, 1921.
[3]) Mededeeling Ned. Nat. Ver., Physica **2**, 84, 1922.
[4]) Phil. Mag. (6), **44**, 352, 1922.

Van de constante C in de formule (1) is wel dadelijk te zeggen, dat ze in hooge mate van den ontwikkelingstijd afhangt en wel toeneemt met de ontwikkelingstijd.

De verhouding van twee zwartingen bleek echter niet af te hangen van den ontwikkelingstijd. Wij vonden in overeenstemming met Sheppard en Mees [1]) de betrekking:

$$C = C_{\infty}\left(1 - e^{-at}\right)$$

waarin t nu den ontwikkelingstijd beteekent. De waarde van a is ongeveer 0.25.

2. *Zwarting als functie van de intensiteit.*

Fig. 1 geeft de zwartingen van een opnamebuis (Philips RI) bij 2 mA en 11 cm vonklengte (punt-plaat), op afstanden van 140, 99 en 70 cm door een aluminium filter van 2 mm.

Uit de fig. blijkt dat resp. 2- en 4-voudige intensiteiten met 2- en 4-voudige belichtingstijden overeenkomen.

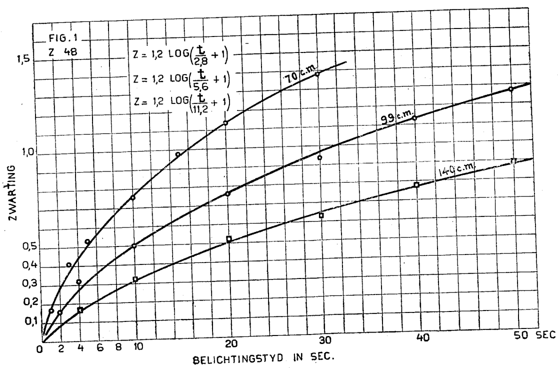


Fig. 1.

Fig. 2 geeft de zwarting door een dergelijke buis bij 3 mA en een hardheid van 12 cm vonklengte als functie van den belichtingstijd (cirkeltjes). Door de vierkanten zijn de zwartingen aangeduid veroorzaakt op verschillende afstanden, alle bij 6 sec. belichtingstijd. De afstanden zijn tot tijden herleid in de onderstelling dat

$$Z = f(It).$$

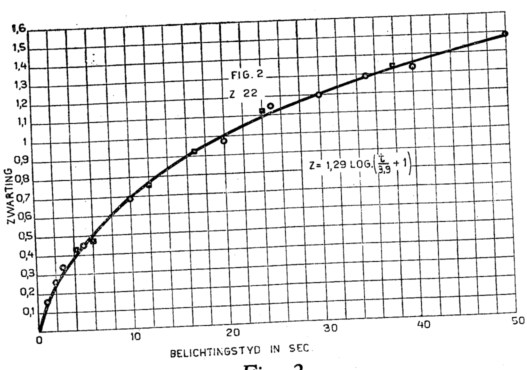


Fig. 2.

1) Zeitschr. für wiss. Phot. 3, 354, 1905.

Inderdaad blijkt dat in de wet van Schwarzschild

$$Z = f(I\,t^p)$$

de exponent p, die bij gewoon licht kleiner dan de eenheid is, in het geval van Röntgenstralen zeer weinig van de eenheid verschilt.

Door gelijke zwartingen behoorende bij verschillende intensiteiten en belichtingstijden te beschouwen, vindt men p uit:

$$I_1\,t_1{}^p = I_2\,t_2{}^p,$$
$$p = \frac{\log I_2 - \log I_1}{\log t_1 - \log t_2}.$$

In tabel 1 vindt men een aantal gemiddelden uit eenige reeksen van metingen met als resultaat

$$p = 0.99 \pm 0.02$$

Tabel 1.

Nummer v. d. plaat	Z 19	Z 22	Z 26	Z 31	Z 36	Z 48
Gemiddelde p	1.00	0.99	0.93	1.03	0.98	1.00

Neemt men voor p de eenheid, dan vinden we dus:

$$Z = C \log\left(\frac{I\,t}{a} + 1\right) \qquad (2)$$

De constante a hierin kan dienen als vergelijkingsconstante van verschillende Röntgenbuizen onder dezelfde omstandigheden.

Zooals echter later blijken zal (fig. 3 en 4) is bij de intensiteitsvergelijkingen geenszins noodig dat de constanten berekend worden. Zelfs photometreeren is dikwijls niet noodig.

3. *Invloed der golflengte.*

De drie verschillende golflengtes waarmee wij hebben gewerkt zijn die der K_α-lijnen van resp. platina, molybdeen en koper, verkregen door de directe Röntgenstralen van platina-, molybdeen- en koperantikathodes te te filteren door een metaal van eenigszins kleiner atoomnummer, zoodat de K_β-stralen en die van nog kleinere golflengtes telkens nagenoeg geheel geabsorbeerd worden.

In tabel 2 vindt men de data. De methode, om op deze wijze monochromatische stralen te verkrijgen, is door Hull [1]) reeds voor molybdeenstralen toegepast.

Tabel 2.

Antikathode	Filter	Golflengte van doorgelaten licht
Platina	0.4 mm wolfraampoeder	0,18 . 10^{-8} cm.
Molybdeen	0.3 mm zirkoonoxyde	0,71 . 10^{-8} cm.
Koper	0.002 mm nikkel	1,54 . 10^{-8} cm.

In het geval der koper-antikathode was het nikkelfilter als venster in de buis gezet [2]).

Vooreerst geldt de zwartingsformule (1) voor koper-, molybdeen- en platinastralen afzonderlijk. zooals na het voorgaande te verwachten was.

Verder is nagegaan of de constante C al dan niet van de golflengte afhankelijk is. Reeds bij onze waarnemingen met gewoon (niet monochromatisch) Röntgenlicht, bleek geen systematische afwijking van C bij hardheden tusschen 6 — 22 cm. vonklengte te bestaan.

Ook bij onze metingen met de bovengenoemde monochromatische stralingen vonden wij steeds C onafhankelijk van de golflengte.

Dit is ook in overeenstemming met de waarnemingen van Glocker en Traub (l.c. blz. 350). In fig. 3 zijn de metingen met zilver- en seleniumstralen op onze manier uitgezet om te doen blijken dat ook voor deze de formule (1) vrij goed opgaat. Het samenvallen der krommen voor selenium- en zilverstralen, (aangeduid door

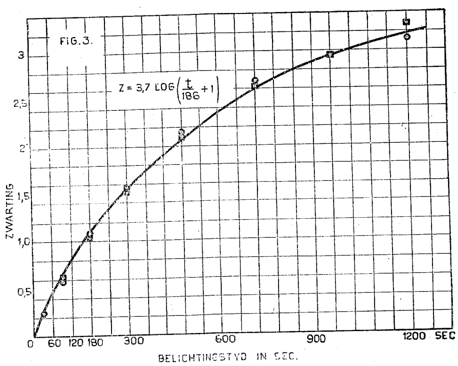


Fig. 3.

1) Phys. Rev. **10**, 661, 1917.
2) Een dergelijke „koperbuis" was in dit Lab. ook reeds door Dr. H. C. Burger gebruikt.

cirkeltjes resp vierkantjes) nadat de abcissen van een van beide in de goede verhouding verlengd zijn, beteekent het constant blijven van de C.

4 *Toepassingen.*

1. Als eerste toepassing hebben wij nagegaan hoe de Röntgenintensiteit met de stroomsterkte door de Röntgenbuis varieert.

Op dezelfde plaat wordt eerst opgenomen een reeks zwartingen met verschillende belichtingstijden. Daar de zwarting van (It) afhangt, kan de tijdschaal als intensiteitsmaat dienen bij de gebruikte plaat met verschillende stroomsterkte onder overigens dezelfde omstandigheden.

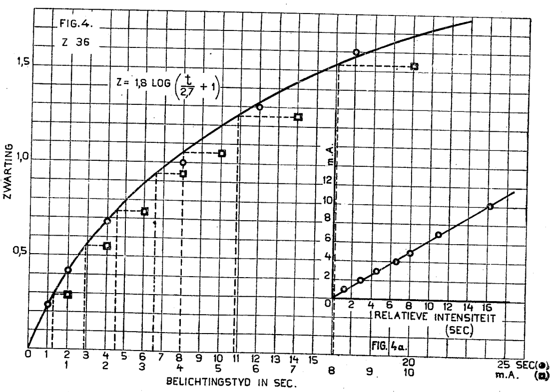


Fig. 4.

In fig. 4 is de tijdzwartingskromme (cirkeltjes) voor een bepaalde buis uitgezet. De vierkanten geven zwartingen bij verschillende stroomsterkten. De stroomsterkte is mede op de tijdas uitgezet. De constructie geeft nu voldoende aan, hoe van zwarting tot tijd wordt overgegaan. In fig. 4a zijn de milliampères als ordinaat, de tijden (die met de intensiteiten evenredig zijn) als abcis uitgezet.

Men ziet, dat de intensiteit recht evenredig is met het aantal m.A. Dit resultaat is in overeenstemming met vroegere metingen [1]).

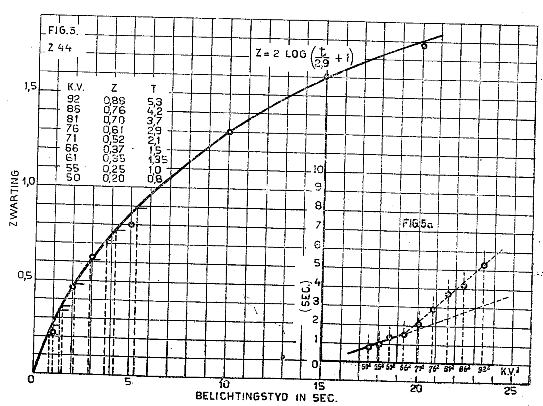


Fig. 5.

1) Zie bijv. Ledoux, Lebard en Dauvillier. Physique des Rayons-X. 1922.

Het blijkt dus dat de energie evenredig is met het aantal geremde electronen.

2. Op dezelfde wijze is in fig. 5 en 5a onderzocht op welke manier de intensiteit met de hardheid toeneemt bij gelijke m.A. Men ziet dat de intensiteit vrijwel lineair met het quadraat van de aangelegde spanning toeneemt tot de spanning hoog genoeg wordt om de eigenstraling van de antikathode op te wekken. In de buurt van 67 K.V., waarmee ongeveer overeenkomt de frequentie van de absorptiegrens van wolfraam (0,178 . 10^{-8} cm), volgens de betrekking $eV = h\nu$, stijgt de energie plotseling.

Aan het schijnbaar rechte verloop der kromme in het gebied der hoogere spanningen mag men niet te veel waarde hechten, omdat hier eigenlijk worden vergeleken stralen van verschillende samenstelling en daar het bovendien steeds straling betreft na absorptie door de glaswand der buis.

De scherpe bocht is echter wezenlijk en reproduceerbaar bij elk antikathodemetaal.

Summary.

1. The blackening of a photographic plate as a fuction of the time of exposure can be represented by the formula:

$$Z = C \log\left(\frac{t}{\tau} + 1\right),$$

in wich C and τ are constants.

This formula has been found by Busé [1]) as to be applicable to ordinary light.

2. The exponent p in Schwarzschild's formula:

$$Z = f(I t^p)$$

is very approximately unity,

$$\text{hence } Z = C \log\left(\frac{It}{a} + 1\right).$$

3. The constant C does not depend upon the wavelength.
4. In applying the above results it was found that the X-ray intensity is proportional to the current through the tube. Also the intensity is roughly proportional to the square of the voltage up to the point, where the characteristic rays of the anticathode appear. For higher voltages the intensity increases more rapidly.

Eindhoven.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

1) Busé, Physica **2**, 84, 1922.

NASCHRIFT.

Het pas verschenen artikel van Marietta Blau en K. Altenburger [1]) gaf ons aanleiding, de formule

$$Z = C \log\left(\frac{t}{\tau} - 1\right) \tag{1}$$

nog eens nauwkeurig te vergelijken met de aldaar afgeleide

$$Z = a\,(1 - e^{-b\,t}) \tag{2}$$

$$\ln\,(t+1) = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \text{enz.}$$

$$(1 - e^{-t}) = t - \frac{t^2}{2\,!} + \frac{t^3}{3\,!} - \text{enz.}$$

Men ziet dat deze functies voor kleine t gelijk zijn. Ook is echter de functie

$$x\,(1 - e^{-\frac{t}{x}})$$

hieraan voor kleine t gelijk.

Men kan nu aan x tevens de voorwaarde stellen dat beide functies voor een bepaalde t nog gelijk zijn.

Op deze wijze blijkt b.v. dat tot zwartingen van ongeveer 1.4 de volgende krommen

$$Z = 4 \log\left(\frac{t}{\tau} + 1\right) \quad \text{en}$$

$$Z = 2.3\left(1 - e^{-\frac{t}{1{,}3\,\tau}}\right)$$

binnen de grenzen der waarnemingsfouten ($\pm\, 2\,\%$) samenvallen. Voor kleine zwartingen geven onze waarnemingen dus een bevestiging van de exponentieele wet [2]).

Febr. '23.

---

1) Zeitschr. für Phys. **12**, 1923.

2) Zie ook Silberstein, Phil. Mag. 1922, 259.

BEREKENING VAN KRISTALSTRUCTUREN UIT RÖNTGENOGRAMMEN[1])

door H. C. BURGER.

Het verschijnsel van de reflectie van Röntgenstralen door kristallen heeft geleid tot onderzoek van tweeërlei aard, n.l. tot het bepalen van golflengten voorkomende in de hoogfrequentie-spectra der elementen en tot de studie van den bouw van kristallen. Het is opmerkelijk, dat de resultaten, op het eerstgenoemde gebied bereikt, zooveel talrijker zijn dan die welke men bij het onderzoek van de kristalstructuur heeft verkregen. Wel kan men dit groote verschil voor een deel toeschrijven aan het grootere principieele belang van de Röntgenspectra, maar dit is niet de eenige reden. De groote mathematische moeilijkheden, waarop men stuit bij het ontwarren van de experimenteele gegevens, die moeten dienen om de structuur van een kristal te bepalen, zijn in hooge mate een belemmering voor een snelle verrijking van onze kennis op dit gebied. Een practisch bruikbare rekenmethode volgens welke men met zekerheid uit de getallen, die de waarneming levert, de rangschikking van de atomen in een kristal kan bepalen, zou zeker ten zeerste bijdragen tot een uitbreiding van de nog zeer bescheiden lijst der bekende kristalstructuren.

Wanneer men zich, zooals nog vrij algemeen gebruik is, beperkt tot een opname volgens de poeder-methode van Debye en Scherrer, stuit men op het volgende wiskundige probleem:

Van een homogeen-quadratische functie van drie onafhankelijk veranderlijken h_1, h_2, h_3, die *geheel* moeten zijn, is een reeks van waarden X bekend, ieder gegeven door de vergelijking

$$X = a_{11} h_1^2 + a_{22} h_2^2 + a_{33} h_3^2 + 2 a_{12} h_1 h_2 + 2 a_{23} h_2 h_3 + 2 a_{13} h_1 h_3 \quad (1)$$

Elk drietal geheele getallen h_1, h_2, h_3 geeft een waarde X. Men weet echter niet welke de geheele getallen zijn, die behooren bij een bepaald getal X. Gevraagd worden de coëfficienten a.

Van dit probleem zijn, juist met het oog op de bepaling van kristalstructuren, eenige oplossingen gegeven, die echter practisch weinig waarde hebben, vooral bij ingewikkelder structuren.

Runge[2]) heeft een methode ontwikkeld, die kan worden toe-

1) Mededeeling aan het Natuur- en Geneeskundig Congres.

2) Phys. Zeitschr. 18, p. 509, 1917.

toegepast op alle kristalsystemen. Johnsen und Toeplitz[1]) geven een rekenschema, dat slechts voor de eenvoudiger kristalsystemen toepasbaar is. Beide methoden berusten op het zoeken van lineaire relaties met kleine coëfficienten tusschen eenige getallen X. Het groote bezwaar is, dat men slechts achteraf rekening kan houden met de begrensde nauwkeurigheid der waarnemingen. Vindt men tusschen eenige waarden van X inderdaad een der gezochte lineaire relaties, dan kan dit nog zeer wel de werking van het toeval zijn. Inderdaad zal dit toeval zich des te vaker voordoen, naarmate de fouten grooter en de waargenomen getallen X talrijker zijn.

De grafische methode van Hull[2]) is, evenals de laatst genoemde, slechts bruikbaar voor de eenvoudiger kristalsystemen (regulair, trigonaal, tetragonaal, hexagonaal). Ook hier stuit men weer op de reeds genoemde moeilijkheid. Vooral bij deze laatste rekenwijze kan het zeer hinderlijk zijn, wanneer lijnen uitvallen. Toch is dit in den regel het geval. Terwijl iedere waargenomen waarde van X noodzakelijk gevonden moet kunnen worden als waarde van de in (1) gegeven quadratische functie der drie geheele getallen h_1, h_2, h_3, behoeft omgekeerd niet iedere X, die men als functie van drie geheele getallen h_1, h_2, h_3 volgens (1) kan berekenen, met een van nul verschillende intensiteit door de waarneming gevonden te worden.

Het geringe succes van de tot nu toe gebruikelijke methoden is m.i. een gevolg van de wijze, waarop men rekening houdt met de eindige nauwkeurigheid der gemeten grootheden X. Met de fouten, die dezen grootheden aankleven, moet men reeds bij de probleemstelling rekening houden. Het mathematische vraagstuk luidt dan aldus:

Door meting heeft men n waarden $X_1, \dots X\nu, \dots Xn$ gevonden, resp. met de middelbare (eventueel gemiddelde) fouten $\varepsilon_1, \dots \varepsilon\nu, \dots \varepsilon n$. Iedere X wordt gegeven door de vergelijking (1). De bijbehoorende geheele getallen h_1, h_2, h_3 zijn onbekend. Gevraagd de waarschijnlijkste waarden van de coëfficienten a en de geheele getallen h die behooren bij iedere gemeten waarde van X.

Zooals men ziet, komt men dus tot een kansprobleem, waarvan de oplossing moet gezocht worden door een geschikte generalisatie van de methode der kleinste quadraten.

[1]) Phys. Zeitschr. 19, p. 47, 1918.
[2]) Phys. Rev. 17, p. 549, 1921.

In dezen algemeenen vorm is de oplossing van het probleem mij onbekend. Beperkt men zich echter tot het eenvoudigste geval, nl. tot het regulaire stelsel, dan kan men op de volgende wijze te werk gaan.

In dit bijzondere geval krijgt vergelijking (1) de gedaante:

$$X = a\,(h_1^2 + h_2^2 + h_3^2) = a\,p \tag{2}$$

waarin p een geheel getal is. Weliswaar kan p niet alle geheele waarden aannemen, maar de geheele getallen, die niet als som van drie quadraten te schrijven zijn, zijn weinig talrijk, zoodat we met het bestaan dezer getallen geen rekening zullen houden.

Kent men de gezochte waarde van a, die wij a_0 willen noemen en bepaalt men de quotienten

$$\frac{X_1}{a_0}, \ldots \frac{X_\nu}{a_0}, \ldots \frac{X_n}{a_0},$$

dan zullen dit, als in de metingen geen fouten aanwezig zijn, geheele getallen $p_1 \ldots, p_\nu \ldots, p_n$ zijn. Is echter a niet gelijk aan de gezochte (grootste) gemeene deeler a_0, dan blijven bij deze deelingen resten Θ over, zoodat men moet schrijven:

$$X_\nu = p_\nu\, a + \Theta_\nu \tag{3}$$

Door keuze van het geheele getal p_ν, kan men zorgen, dat de absolute waarde van Θ_ν zoo klein mogelijk is, d.w.z. dat voldaan is aan de ongelijkheid:

$$|\,\Theta_\nu\,| < \tfrac{1}{2}\,a \tag{4}$$

Voor iedere willekeurig gekozen waarde van a kan men de resten Θ berekenen. Hebben nu de getallen X een gemeenen deeler a_0 dan zullen de resten Θ voor $a = a_0$ klein moeten worden en zelfs moeten verdwijnen als men de meetfouten zou kunnen verwaarloozen. Het zoeken van a_0 komt dus neer op het vinden van die waarde van a, die de resten Θ zoo klein mogelijk maakt. In aansluiting aan de methode van de kleinste quadraten ligt het voor de hand a zoodanig te kiezen, dat de som S, gegeven door:

$$S = \sum_\nu \Theta_\nu^2 \tag{5}$$

een minimum wordt.

S is een functie van a, die continu is, doch een differentiaal quotient bezit dat discontinu is. De gemiddelde waarde van deze functie kan men berekenen als de getallen X_ν in geenerlei verband staan, dus geen gemeenen deeler hebben. Dezelfde waarde vindt men voor S, wanneer wel een gemeene deeler a_0 bestaat, maar de beschouwde waarde van a daarvan voldoende ver verwijderd is. In deze gevallen laat zich het volgende bewijzen:

$$\overline{\Theta_\nu{}^2} = \tfrac{1}{12}\, a^2 \tag{6}$$

Uit (5) en (6) volgt dan:

$$\overline{S} = \frac{n\,a^2}{12} \tag{7}$$

Van deze gemiddelde waarden zullen toevallige afwijkingen optreden, die des te geringer zullen zijn, naarmate de geheele getallen p_ν en n, het aantal der waargenomen waarden X_ν, grooter zijn.

Bestaat echter een gemeene deeler a_0, dan zal S voor $a = a_0$ veel kleiner worden, dan de door (7) gegeven gemiddelde waarde. De deeling $\frac{X_\nu}{a_0}$, die zou moeten opgaan zonder rest, wanneer in X_ν geen fout was, heeft als rest (positief of negatief) de fout in X_ν [1]). Stelt men door ε_ν^2 het quadraat voor van de middelbare fout in de gemeten grootheid X_ν, dan wordt, voor $a = a_0$, S bij benadering gegeven door:

$$S(a_0) = \sum_\nu \varepsilon_\nu{}^2 \tag{8}$$

De methode heeft slechts waarde, wanneer de door (8) gegeven waarde van S belangrijk kleiner is, dan de waarde, die men daar ter plaatse zou verwachten, indien de getallen X_ν geen gemeenen deeler hadden. De voorwaarde voor de toepasselijkheid der hier gegeven rekenwijze is dus:

$$\sum_\nu \varepsilon_\nu{}^2 \ll \frac{n\,a_0{}^2}{12} \tag{9}$$

Het eenvoudigste zal men de berekening op de volgende wijze kunnen uitvoeren. Voor verschillende waarden van a, liefst gekozen in de buurt van den vermoedelijken gemeenen deeler, berekent men de volgens (5) gedefinieerde som S. Men stelt S grafisch voor als functie van a en verkrijgt aldus een min of meer hobbelige kromme lijn. Heeft deze kromme een plaatselijke diepe inzinking, waarvan de diepte met (8) in overeenstemming is, dan kan men zeker zijn van de realiteit van den gevonden deeler a_0.

1) Dit is slechts juist als deze fout kleiner is dan $\frac{1}{2}\, a_0$.

Natuurlijk moeten bij $\frac{a_0}{2}, \frac{a_0}{3}, \ldots$ ook inzinkingen gevonden worden. Hoe grooter n en de getallen p_ν, des te gladder zal de kromme zijn en des te smaller en meer uitgesproken zal het minimum bij $a = a_0$ optreden. Het ontbreken van lijnen en zelfs het optreden van een enkele „valsche" lijn, zal op het resultaat der berekening slechts geringen invloed hebben, wanneer het totale aantal lijnen groot is.

Uitbreiding van de boven besproken methode op meer algemeene kristalsystemen is volstrekt noodzakelijk, indien men er in de praktijk iets mede wil aanvangen. Voor het tetragonale systeem kan men zich de volgende generalisatie denken. In plaats van (2) heeft men de volgende vergelijking:

$$X = \alpha\,(h_1^2 + h_2^2) + \beta\, h_3^2 = \alpha\, p + \beta\, q \qquad (10)$$

De coëfficienten α en β zijn de beide onbekenden, waarvan men de waarschijnlijkste waarde moet opsporen. Men kiest een willekeurige waarde, zoowel voor α als voor β en bepaalt nu de geheele getallen p en q zoodanig, dat de rest Θ_ν, definieerd door:

$$X_\nu = \alpha\, p_\nu + \beta\, q_\nu + \Theta_\nu \qquad (11)$$

een zoo klein mogelijke absolute waarde heeft. Men mag nu zeker niet over het hoofd zien, dat p en q niet alle geheele waarden kunnen aannemen. Voor zoover men vrijheid heeft kieze men echter p_ν en q_ν zóó, dat de modulus van Θ_ν een minimum wordt. Voor elke lijn van het Röntgenogram d.w.z. voor elke waarde van X_ν vindt men aldus een waarde van Θ. Men kan nu weer den eisch stellen dat:

$$S(\alpha, \beta) = \sum_\nu \Theta_\nu^2 \qquad (12)$$

een minimum is. Deze eisch geeft de gezochte waarden α_0 en β_0 van de coëfficienten in (10). Evenals bij het regulaire systeem moet de waarde van S in het minimum gegeven worden door de vergelijking (8).

Voor het trigonale en hexagonale stelsel kan men een geheel analogen weg volgen. De berekening zal vrij lang zijn, maar misschien is nog een vereenvoudiging mogelijk. Het gevaar van de gebruikelijke methoden, n.l. dat men op een verkeerd spoor geraakt en na lange berekeningen weer geheel opnieuw moet beginnen, schijnt mij echter uitgesloten, hetgeen zeker een voordeel te noemen is. Een uitbreiding van de methode voor de algemeener systemen stuit voorloopig op onoverkomelijke moeilijkheden. Het aantal coëfficienten α, β, . . . wordt dan te groot om in afzienbaren tijd de rekening door te zetten.

Een verbetering van de methode ter bepaling van vorm en afmetingen van het elementair-volumen van een kristal moet men niet uitsluitend langs mathematischen weg zoeken. Een doelmatige verbetering in de methodiek van het opnemen der Röntgenogrammen zal tenminste evenveel kunnen bijdragen tot het vermeerderen van onze kennis van den bouw der kristallen.

In de eerste plaats zal men moeten streven naar de grootst mogelijke nauwkeurigheid bij het meten der reflectiehoeken, d.w.z. bij de bepaling der grootheden X_ν. Het gebruik van vergelijkingslijnen, afkomstig van een geschikt gekozen stof, zal wel het eenige middel zijn om op eenvoudige wijze een belangrijke precisie te verkrijgen.

Ter ontwarring van zeer gecompliceerde Röntgenogrammen zal men zijn toevlucht moeten nemen tot opnamen van verschillenden aard. De doorlichting van poedervormige preparaten met monochromatische straling kan men m.i. het beste combineeren met een opname van één enkel roteerend kristal, doorstraald met monochromatisch Röntgenlicht. Elke lijn, die men met poeder krijgt, valt bij gebruik van een draaiend kristal uiteen in een aantal stippen. Aantal en plaats van deze stippen geven belangrijke aanduiding omtrent het kristalvlak waarop de reflectie plaats heeft. Het voordeel van deze methode is, dat men slechts een klein kristal noodig heeft, waarvan de uitwendige begrenzing willekeurig mag zijn, d.w.z. niet behoeft te bestaan uit natuurlijke kristalvlakken.

PHYSISCH LABORATORIUM.

Utrecht, April 1922.

BOEKBESPREKING.

Max Möller, **Kraftarten und Bewegungsformen,** Die äuszeren Bewegungen mit einführender Aufgaben-Sammlung, 148 blz., 72 fig. — Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1922.

De schrijver geeft voorbeelden aan, dat bij de constructie van machinegebouwen en waterafvoerkanalen niet voldoende met de wetten der mechanica rekening gehouden was. Dit is voor hem aanleiding geweest een reeks vragen te behandelen, die met deze wetten geheel of gedeeltelijk beantwoord kunnen worden, wat de schrijver dan ook doet. Wat hun aard betreft, zijn ze zeer verschillend, zoowel uit het gebied der techniek (b.v. druk van schepen tegen dukdalven, draagkracht van fundamenten, vervorming van machine-assen) als uit andere gebieden (b.v. bepaling van „de" snelheid van gasmoleculen, statische eb en vloed behandeling, loslaten van ringen door een zich door afkoeling samentrekkende nevelmassa (volgens Laplace). Wat hun moeilijkheid betreft, sommige worden in ons land op de middelbare scholen behandeld, van de meer ingewikkelde is door den schrijver dat behandeld, wat door een lezer met de mechanicakennis der middelbare scholen en eenige kennis van differentiaal- en integraalrekening gevolgd kan worden, hydrodynamica of elasticiteitsleer wordt niet toegepast. Sommige vraagstukken zijn daartoe zeer vereenvoudigd, b.v. de hoogte, die watergolven kunnen krijgen, is berekend als de hoogte, die een met de snelheid dier waterdeeltjes beginnend bolletje bereikt op een met de voortplantingssnelheid der golven er toe naderend glad hellend vlak. In dit en meestal bij de technische voorbeelden wordt naar geschriften met uitvoeriger behandeling verwezen.

Waar terloops van electrische en magnetische verschijnselen sprake is, vindt men als schrijvers meening dat de aether is een „Form feiner Teilung und äuszerst schneller Bewegung der Masse".

H. J. v. L.

STRIKVRAGEN.

Getrouwe lezers zullen zich herinneren, dat wij in den eersten jaargang als bladvulling enkele strikvragen geplaatst hebben ter beantwoording door onze abonnees. Achteraf blijkt ons, dat in verschillende kringen deze puzzles levendig besproken zijn, en dat verscheidenen er antwoorden op bedacht hebben. Helaas heeft men ons daarvan onkundig gelaten, terwijl de bedoeling juist was, dat men zijn oplossingen aan ons zou toevertrouwen (discretie verzekerd!). Aan den anderen kant treft der redactie misschien schuld, doordat zij de lezers niet *onmiddellijk* op de hoogte bracht van de ingekomen goede antwoorden. Hoe het zij, de vlieger scheen niet op te gaan. Wij willen niemand, en niemand zal ons daar een verwijt van maken; alles is vergeven en vergeten.

Onlangs echter stuurde ons een belangstellend lezer een compleet stel oplossingen toe. Wij laten ze volgen. Hun scherpzinnigheid spreekt voor zichzelf.

Wij vinden hierin aanleiding om niet alleen gebruik te maken van het recht, dat wij ons voorbehielden, om aan den auteur van het best geslaagde stel antwoorden een jaarabonnement op „Physica" te vereeren, maar ook om de reeks der strikvragen voort te zetten. Daarbij hopen wij zoowel talrijke antwoorden als vele nieuwe vragen uit den kring der vriendelijke lezers te mogen ontvangen.

Vraag I: **Op een balk, die vrij in het water drijft, heeft men twee sterke staalmagneten vastgemaakt, aan elk uiteinde één; en wel de eene dwars op den balk, de andere in lengte-richting. Zooals men zich gemakkelijk overtuigd, ondervindt elke magneet in het veld van den anderen een koppel. Deze koppels werken beide in denzelfden draaiïngszin.**

Toch zal de drijvende balk NIET in beweging geraken. Waarom niet?
(Physica, I, p. 96.)

Door de krachten, welke de magneten op elkaar uitoefenen, twee aan twee te koppelen, kunnen we de kracht, die één pool op eenige andere pool uitoefent, beschouwen in verband met de kracht, welke deze andere pool op deze éene pool uitoefent. Deze twee krachten, in grootte gelijk, in richting precies tegengesteld, oefenen door tusschenkomst der bevestiging der magneten gelijke — doch tegengestelde kracht op den balk uit, heffen elkaar op. Alle krachten, van alle polen onderling, heffen elkander twee aan twee op; voor eenig koppel blijft *geen* resultante over.

Red.: De beredeneering van het antwoord is juist. Zij gaat echter niet door, wanneer men bedenkt, dat er geen puntvormige magneet-„polen" bestaan, en dat men te maken heeft met Ampèriaansche kringstroompjes die wel een magnetisch moment, doch geen polen hebben.

De zaak is deze, dat een magneetje met magnetisch moment $\mathbf{m}$ in een niet-homogeen veld (en met zulke velden hebben wij in het geval der strikvraag te maken) *behalve* een koppel $[\mathbf{m} \, . \, \mathbf{h}]$ nog ondervindt een kracht (resultante der ongelijke krachten op de „polen") ter grootte van $(\mathbf{m} \, . \, \nabla)\mathbf{h}$. Deze krachten, door de magneten op den balk overgebracht, geven een koppel, met moment tegengesteld gelijk aan de som der twee reeds genoemde koppels.

Vraag II. **In bergstreken ziet men ijskegels van daken. enz. hangen, die vervaarlijk spits zijn, naaldscherp. Toch moeten zij bij het bevriezen minstens zoo stomp geweest zijn als een hangende waterdruppel. Hoe komen zij zoo spits?** (Physica, I, p. 140).

We hebben in beschouwing te nemen: de wijze waarop een druppel bevriest, en daarna: den invloed van ijsverdamping en van ijsafzetting uit de vochthoudende lucht.

Van ijs, waarin de moleculen of groepen van moleculen, blijkens de volumenvermeerdering, in het algemeen verder uiteen liggen dan in water, zal de oppervlaktespanning kleiner zijn dan van water; een bolvormige druppel, welke niet in zijn geheel tegelijkertijd bevriest, zal dus in het algemeen niet bolvormig bevriezen, doch hoeken of punten vertoonen. Daar, waar om andere redenen een kleiner kromtestraal van het oppervlak bestaat, dan elders aan den druppel, zal de meeste kans op het ontstaan van een hoek of punt worden geboden. Hangende druppels, aan hun ondereind de kleinste kromtestraal hebbend, zullen dus een hoek of punt bekomen, naar *onder* gericht. Overigens zullen de oppervlaktespanningen, zoodra alle water ijs geworden is, er naar streven, punten af te stompen, naarmate de temperatuur verder onder het vriespunt ligt, met langzamer en geringer uitwerking. Is de bevriezing zoo langzaam geschied, dat ordelijke kristalvorm ontstond, dan zal de oppervlaktespanning geen uitwerking hebben; dat de naalden precies verticaal hangen pleit tegen het mogen aannemen der naaldvorm als kristalvorm.

We meenen dus, dat al mag in de oppervlaktespanning één der oorzaken gezien worden, dat de ijskegelpunten naar *onder* gericht zijn, de scherpte der punten aan andere factoren moet toegeschreven worden; *indien* de oppervlaktespanning eenige werking uitoefent, is zij afstompend.

IJsverdamping, in rustige lucht, zal over het algemeen van de oppervlaktedeelen met de kleinste kromtestraal het sterkst plaats vinden, werkt dus in het algemeen ook afstompend.

Blijft te beschouwen, de verdamping in bewegende lucht, en de ijsafzetting.

Twee factoren zijn er, die, vooral in bergstreken, dus hoog in den dampkring, aandacht verdienen. Hoog in den dampkring kan de warmte-uitstraling van de ijskegels zeer sterk zijn. De lucht tegen de kegels aan, koelt af, wordt zwaarder, valt langs den kegel naar beneden, en koelt bij het strijken langs den kegel nog meer af, vooral, omdat het ondereinde van den kegel door meerdere oorzaken (welke? Red.) kouder is dan de bovengedeelten ervan. Gaf het ijs van het boven-einde des kegels misschien nog moleculen af aan die lucht, onderaan zal het koudere ijs aan diezelfde, inmiddels afgekoelde, lucht minder moleculen afgeven, ja zelfs omgekeerd, de lucht geeft er misschien meer aan af, dan zij ervan ontvangt. Vooral onder tegen de spits is voor die afzetting aanleiding, want zoolang deze geen mathematisch puntscherpe kegeltop is, koelt de neervallende luchtstroom het sterkst direct onder die nog stompe punt af, doordat daar een betrekkelijke luchtverdunning ontstaat. Schijnt deze luchtverdunning misschien van bedrag niet groot, daar de vallende luchtstroom niet snel is, we komen nu tot den tweeden factor, die dezen stroom wel degelijk *snel* doet stroomen.

Het electrisch potentiaalverval in den dampkring, soms meer dan 100 Volt per meter bedragend, zal maken, dat op honderden of duizenden meters in den dampkring, van tot zoo hoog reikende aardsche voorwerpen, sterke convectiestroomen kunnen uitpaan. Van ijskegels, op hooge bergen, zal dus een sterke luchtstroom af kunnen vloeien.

De daardoor onder de (nog niet scherpe) punt verwekte afkoeling zal de verdamping onder aan die punt geringer zijn dan van het overige deel van den kegel, de kegel wordt er dus slanker door. Zelfs zal in gunstige gevallen temperatuur en vochtigheid der atmospheer dienende, ijs onder tegen den punt afgezet worden. Beide deze omstandigheden doen den fijnen naaldvorm ontstaan.

Wij wijzen er terloops op, dat *St. Elmisvuur* van *ijs*vorming vergezeld kan gaan.

Red.: Of de afstrooming van elektriciteit langs de punt (hoe interessant deze opmerking overigens ook weze) veel heteekent, is niet zeker, daar het geleidingsvermogen van het bijna zuivere ijs slechts gering kan zijn. De *verdamping* zal wel hoofdzakelijk de kegels toespitsen. Weliswaar is de gemiddelde kromming aan de punt ongeveer het dubbele van die des kegelmantels er vlak bij, en zal daar het ijs sneller verdampen, maar niet twee maal zoo snel! Slechts het verschil van de verdampingssnelheid met die bij plat ijsvlak zal twee maal grooter zijn. Indien de ijskegel een tophoek heeft van 2φ, en er door verdamping 1 mm van den kegelmantel zou afgaan, dan wordt de kegelpunt korter $1/tg\varphi$ mm. φ is een kleine hoek. Door de verdamping van den kegelmantel trekt de kegeltop zich dus veel verder terug dan de spits door verdamping stomper zou kunnen worden. Vandaar dat de kegel zich toespitst en spits blijft, zoolang de zon niet ontdooiend werkt. Gelijk bekend, is de lucht in de hooge bergen zeer droog, en vooral 's nachts zet zich de nog aanwezige waterdamp tegen den door uitstraling zich sterk afkoelenden *grond* af in groote rijpschilvers.

Vraag III. **De pet van een jongen is te water geraakt. Hij tracht nu zijn drijvend hoofddeksel aan den wal terug te krijgen, door er vlak achter steenen en kluiten in het water te gooien, en als hij handig is, lukt het hem!**

Op welke physische werking(en) berust zijn succes? (Physica **1**, afl. 6, buiten den tekst).

Deze jongen, op de hoogte van den *stralingsdruk,* verwacht slechts succes, indien zijn pet betrekkelijk stug is (opaak voor de golfvoortplanting). Een slappe zijden boerenpet vereischt korte golfjes; bij een stijf rond heerendopje zorge hij, ter verhooging van de traagheid, enkele kluiten in den hoed te werpen: vooral bij een stroohoed is modder zeer geschikt, omdat dit de eigen slingeren dempt; de cylinderhoed zal zonder deze kunstmiddelen, den dankbaarsten vorm blijken te hebben, om naar te smijten.

Vraag IV: **Over een wrijvinglooze katrol loopt zonder wrijving een touw, waaraan een gewicht en een slapende aap, in evenwicht en even hoog, hangen. De laatste ontwaakt, en trekt zich door (oneindig) langzaam inpalmen van het touw, waaraan hij hangt, naar boven.**

a) **Hoeveel arbeid moet hij doen om boven te komen?**

b) **Op welke manier zou hij, na eenig overleg, naar boven gekomen kunnen zijn zonder arbeid te verrichten?** (Physica 1, afl. 6, buiten den tekst).

We onderstellen dat het koord ideaal buigzaam is en niets weegt, of, voldoende lang, van onder een lis zonder eind vormt.

Reeds dadelijk komt de aap uit de mouw met de vraag: hoe de oneindigheid der langzaamheid zijner klimbeweging zich verhoudt in grootte tot de oneindigheid der wrijvingloosheid der katrol.

Hij zou zich toch schamen door overijling *zoowel zichzelf als het tegenwicht naar boven* te hijschen.

Overigens zal de uitkomst in belangrijke mate van de apensoort afhangen.

Een *half*aap omzeilt deze moeielijkheid door zijn gewicht, over de twee toucheinden, elk de helft te verdeelen, vat bij elken greep de twee touwen tegelijk in één hand, en klimt zoo snel hij kan, naar boven. Daar het tegenwicht ongeveer onbewogen (de katrol is klein tegenover de klimhoogte) op zijn plaats blijft, verricht de halfaap slechts de helft van den arbeid, dien de vorige aap schuwt te verrichten.

Een *penseel*aap echter zal door een zacht wrijvend streekje, neerwaarts langs het ophangeind van het tegengewicht, aan het tegengewicht een neerwaartsche — en aan zichzelf een opwaartsche — snelheid geven. Daarbij blijkt aanstonds, dat het zwaartekrachtveld niet homogeen is, de aap hing aanvankelijk in labiel evenwicht. Versneld stijgt de zich van het aarbolcentrum verwijderende aap, en zou zijn kop stooten, kon hij niet remmen door met zijn penseeltjes te wrijven tegen het andere touweind.

Den arbeid, ten koste gelegd aan het (snelheid gevende) eerste penseelstreekje, hoewel zeer klein, pleegt een ervaren *slinger*aap te vermijden. De slingeraap regelt slechts zijn ademhalingstempo en kiest de richting zijner uitademingen doelmatig. Aan den tocht naar boven legt hij dus geenerlei mechanischen arbeid ten koste, doch slechts zijn slinger-ervaring. De ademhalingsarbeid wordt immers steeds geboekt bij „vitale functies".

Zijn ademhalingstempo regelt hij op een periode, bijv. 2 maal korter dan de slingerperiode van het tegenwicht. Richt hij zijn eerste uitademing horizontaal in de richting van het tegenwicht (deze richting hebbe azimuth = 0°), de tweede ademtocht geeft hij azimuth = 90°, de derde 180°, de vierde 270°. Hij is dan zeker, zelf *niet* in schommeling te geraken, doch het tegenwicht *wel* in schommeling te brengen, daar ook de 5e, 9e enz. ademhaling in de richting van het tegenwicht geschiedt. Zoodra dit tegenwicht schommelt, trekt het, gemiddeld, harder aan het ophangkoord, dan aan het gewicht alleen van het tegenwicht beantwoordt, en daalt dit. De slingeraap vangt daarmede (energetisch: gratis) zijn opwaartsche reis aan, heeft slechts te zorgen, versneld opgeheschen wordend, de vingers bovenaan niet te klemmen, wat hij door zichzelf in schommeling te brengen door doelmatig geregelde en gerichte uitademing zonder eenige inspanning bewerkt.

Een *mensch*aap zal, uit kracht van zijn menschelijkheid, bij het ontwaken aanvangen met een zucht! Bij de daarvoor noodige diepe inademing wordt de lucht in de long-alveoli verdund, het gewicht der ingademde lucht is dus geringer, dan dat der hoeveelheid buitenlucht, welke door de borstuitzetting verdrongen wordt. Dit gewichtsverschil maakt, dat hij, immers hangend in de luchtzee, een kracht van dat bedrag, opwaarts ondervindt, welke het bestaande labiele evenwicht met het tegenwicht verstoort.

En wat zou de denkende *mensch* doen?

De gedachte, het in de praktijk tegen deze praktische apen af te leggen, doet hem bij het hangen het angstzweet uitbreken.... met *stijgend* succes!

Vraag V: **Ligt men het buitendeksel van een gouden horloge even op en kijkt men er dan onder, dan ziet men het binnendeksel en den binnenkant van het buitendeksel veel ROODER dan den buitenkant. Kijkt men in een gouden beker, dan is deze van binnen ook veel rooder dan van buiten.** *(De Ouden, die altijd van het „roode" goud spraken, hebben dus bij voorkeur diep in.... hun gouden beker gekeken).*

Vanwaar deze verkleuring? (Physica, **1**, afl. 11, buiten den tekst).

De materialist, zich plaatsend op het goudpunt, vat het verschijnsel op als *herhaald praeferente lichtcourtage;* de idealist vergenoegt zich met den *selectief herkaatsten schijn.*

Red.: Ongetwijfeld brengt de herhaalde selectieve reflectie een steeds scherpere piek teweeg in de kromme der spektrale energieverdeeling in het teruggekaatste licht. Indien echter het oog voor symmetrisch t. o. v. deze piek gelegen kleuren even gevoelig was, zou de mengkleur zich wel steeds meer tot rood verdiepen, maar niet van tint verschieten. Dit laatste, de *ver*kleuring, moet aan de asymmetrische kleurgevoeligheid t. o. v. het goud-rood worden toegeschreven.

Voor het infra-rood is deze immers nul.

Vraag VI: **Een raderboot ligt in een stroomende rivier voor anker; de ankerketting is zoodanig aan de as der schepraderen bevestigd, dat de stroom het anker tracht op te winden en het vaartuig zich dus tegen den stroom in bewegen wil. Is het laatste mogelijk, vooropgesteld, dat de overbrenging van beweging van ketting op as willekeurig te regelen is, en alle wrijving buiten rekening wordt gelaten?** (Physica, **1**, afl. 11, buiten den tekst).

Zelfs met *veel* wrijving is het mogelijk.

Zij K de horizontale Krachtcomponente aller krachten, door het stroomende water op de boot met raderen erbij uitgeoefend. Zij k de som aller tangentiale krachtcomponenten, door het water op de (*talrijke* schoepen hebbende) raderen uitgeoefend. Zij R de (theoretische) straal van de raderen, en r die van een provitoire proeflottingstrommel, welke opzettelijk van een zeer geringe middellijn gekozen wordt. De dikte van de ketting zij te verwaarloozen ten opzichte van r.

Indien de ketting aanvankelijk horizontaal gespannen is, staat tegenover K (= de kracht die de boot achteruit duwt), de kettingspanning

$$e \times k \times \frac{R}{r}$$

welke het schip vooruit wil trekken, waarin e (= „het nuttig effect") misschien veel kleiner dan 1 is.

Alzoo, indien

$$e \times k \times \frac{R}{r} > K$$

gaat het schip vooruit. Door r klein genoeg te nemen, gelukt de eerste proef reeds!

Bij het allengs opwinden der ketting, nadert het schip het anker; de ketting gaat dus met haar aanvankelijk horizontale richting een hoek maken; noemen we deze hellingshoek α. Hoe grooter $\angle\alpha$ allengs bij het inkorten der ketting wordt, des te ongunstiger is de richting harer spanning tegenover de horizontale K. Het schip komt tot rust, er komt n.l. evenwicht zoodra door het aangroeien van α

$$e \times k \times \frac{R}{r} = \frac{K}{\cos \alpha}$$

is geworden. Wanneer we deze voorwaarde schrijven

$$\frac{r}{\cos \alpha} = e \times R \times \frac{K}{k}$$

zien we, lettend op het bedrag van $\cos \alpha$, hoeveel maal *hoogstens* we r grooter hadden mogen kiezen bij dezen proefvaart, om het schip nog vooruitstrevend te doen zijn. Zonder e, k, K, of R te kennen (en zelfs met een klein nuttig effect e!) leert het meken van $\angle\alpha$, hoeveel maal grooter dan bij dezen proefvaart we r hoogstens hadden mogen kiezen, om

$$e \times k \times \frac{R}{r} > \frac{K}{\cos \alpha}$$

te houden. Om een voorbeeld te noemen:

Indien bij de proefvaart het schip bij $\alpha = 45°$ of $60°$ tot rust komt, mogen we den straal van den trommel tot bijna $\sqrt{2} \times r$ of tot bijna $2 \times r$ opdrijven.

Daar de vraag slechts gaat over het principe van al of niet varen, maar *niet* over de (bereikbare) snelheden, mogen we de variaties in e, k, K (en dientengevolge toelaatbaar in r) buiten beschouwing laten, welke optreden, zoodra het schip eenige snelheid van beteekenis verkrijgt. Op het principieel belangrijkste oogenblik, dat het schip in beweging gaat geraken, en het belangrijke oogenblik, waarop evenwicht ontstaat door het aangroeien der kettinghelling en het schip tot rust komt, heeft het schip, noch eenig onderdeel ervan, eenige snelheid van beteekenis.

Vraag VII: **Hoe kan iemand, hangende aan een vertikaal volkomen buigzaam koord, zichzelf in slingering brengen?**

Antwoorden inzenden bij de Redactie, Rotterdamsche weg 119, Delft.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

3e JAARGANG MEI 1923 NUMMER 5.

HET ELEMENT HAFNIUM.

door D. COSTER

Terwijl ik voor een uitvoerige bespreking van de theorie van Bohr naar een artikelenreeks van H. A. Kramers[1]) in „Physica" verwijzen kan, zij het mij vergund, hier nog eens schematisch eenige resultaten te formuleeren, waartoe Bohr met betrekking tot den bouw der atomen gekomen is. Tabel 1 geeft een overzicht over de groepen en ondergroepen van electronen in het normale atoom bij eenige elementen. In de bovenste rij staan de quantumgetallen, die de baantypen der electronen in de verschillende ondergroepen vastleggen. De verschillende hoofdperioden der elementen zijn door verticale strepen gescheiden. In den regel zijn alleen de elementen opgenomen, waarvan de groepenindeeling der electronen ook tot in de buitenste groepen met tamelijk groote zekerheid bekend is. Waar ten opzichte van deze buitenste groepen nog eenige onzekerheid heerscht, is dit aangegeven door het aantal der electronen met de hoogste quantumgetallen tusschen haakjes te plaatsen. Zooals men ziet zijn behalve de edelgassen alleen de eerste elementen eener periode in de tabel opgenomen. Voor deze elementen kan men nl. uit het optische spectrum afleiden in wat voor baantype het laatste electron gebonden wordt.

De chemische en optische eigenschappen der elementen hangen voornamelijk van de buitenste electronen van het atoom af. De periodiciteit in eigenschappen der elementen moet verklaard worden als een gevolg van een „herhaling" der buitenste electronengroepen. Een goede illustratie hiervan geeft tabel 1 voor de elementen die in het begin van een periode staan. Wanneer we b.v. de reeks der alkalimetalen (*Li*, *Na*, *K*, *Rb*, *Cs* en het onbekende element 87) beschouwen, dan zien we, dat voor deze elementen met uitzondering van *Li*, dat zich ook in vele opzichten

1) H. A. Kramers. Physica 2, 269 en 381, 1922 en 3, 12. 1923 in het vervolg met *H. A. K.* geciteerd.

Tabel 1.

	1_1	2_1	2_2	3_1	3_2	3_3	4_1	4_2	4_3	4_4	5_1	5_2	5_3	5_4	5_5	6_1	6_2	6_3	6_4	6_5	6_6	7_1	7_2
1 H	1																						
2 He	2																						
3 Li	2	1																					
4 Be	2	2																					
5 B	2	2	(1)																				
— —	—	—	—																				
10 Ne	2	4	4																				
11 Na	2	4	4	1																			
12 Mg	2	4	4	2																			
13 Al	2	4	4	2	1																		
— —	—	—	—	—	—																		
18 A	2	4	4	4	4																		
19 K	2	4	4	4	4		1																
20 Ca	2	4	4	4	4		2																
21 Sc	2	4	4	4	4	1	(2)																
22 Ti	2	4	4	4	4	2	(2)																
— —	—	—	—	—	—	—	—																
29 Cu	2	4	4	6	6	6	1																
30 Zn	2	4	4	6	6	6	2																
31 Ga	2	4	4	6	6	6	2	1															
— —	—	—	—	—	—	—	—	—															
36 Kr	2	4	4	6	6	6	4	4															
37 Rb	2	4	4	6	6	6	4	4			1												
38 Sr	2	4	4	6	6	6	4	4			2												
39 Y	2	4	4	6	6	6	4	4	1		(2)												
40 Zr	2	4	4	6	6	6	4	4	2		(2)												
— —	—	—	—	—	—	—	—	—	—		—												
47 Ag	2	4	4	6	6	6	6	6	6		1												
48 Cd	2	4	4	6	6	6	6	6	6		2												
49 In	2	4	4	6	6	6	6	6	6		2	1											
— —	—	—	—	—	—	—	—	—	—		—	—											
54 X	2	4	4	6	6	6	6	6	6		4	4											
55 Cs	2	4	4	6	6	6	6	6	6		4	4				1							
56 Ba	2	4	4	6	6	6	6	6	6		4	4				2							
57 La	2	4	4	6	6	6	6	6	6		4	4	1			(2)							
58 Ce	2	4	4	6	6	6	6	6	6	1	4	4	1			(2)							
59 Pr	2	4	4	6	6	6	6	6	6	2	4	4	1			(2)							
— —	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			—							
71 Cp	2	4	4	6	6	6	8	8	8	8	4	4	1			(2)							
72 Hf	2	4	4	6	6	6	8	8	8	8	4	4	2			(2)							
— —	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			—							
79 Au	2	4	4	6	6	6	8	8	8	8	6	6	6			1							
80 Hg	2	4	4	6	6	6	8	8	8	8	6	6	6			2							
81 Tl	2	4	4	6	6	6	8	8	8	8	6	6	6			2	1						
— —	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			—	—						
86 Em	2	4	4	6	6	6	8	8	8	8	6	6	6			4	4						
87 —	2	4	4	6	6	6	8	8	8	8	6	6	6			4	4					1	
88 Ra	2	4	4	6	6	6	8	8	8	8	6	6	6			4	4					2	
89 Ac	2	4	4	6	6	6	8	8	8	8	6	6	6			4	4	1				(2)	
90 Th	2	4	4	6	6	6	8	8	8	8	6	6	6			4	4	2				(2)	
— —	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—			—	—	—				—	
— —	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		—	—	—				—	—
118 ?	2	4	4	6	6	6	8	8	8	8	8	8	8	8		6	6	6				4	4

niet zoo nauw bij de andere aansluit, de twee buitenste electronengroepen groote overeenkomst vertoonen. Het eenig verschil is dat voor elk volgende alkalimetaal het hoofdquantumgetal 1 grooter is. Dit verschil in hoofdquantumgetal berust voornamelijk op een verschil in dat gedeelte der betrokken electronenbaan, dat diep in den atoomromp ligt. Het effectieve quantumgetal (zie *H. A. K.*) dat de afmetingen der buitenste lus der baan en de bindingsenergie bepaalt, vertoont voor de betrokken electronengroepen der verschillende alkalimetalen zeer veel kleinere verschillen.

De afwijkingen van de eenvoudige periodiciteit zooals deze op verschillende plaatsen in het periodiek systeem aan den dag treden, moeten in verband gebracht worden met de aanvulling eener inwendige electronengroep in het atoom. Aan den hand van een voorbeeld willen we dit nader bespreken. Bij het edelgas argon heeft de 3-quantsgroep een voorloopige afgeslotenheid bereikt, deze groep bestaat dan uit vier 3_1-electronen en vier 3_2-electronen. Het volgende electron, dat bij kalium gebonden wordt, is een 4_1-electron en geen 3_3-electron, daar een electron in een 4_1-baan bij kalium aan een sterkere binding beantwoordt dan een electron in een 3_3-baan. (Zie *H. A. K.*). Er komt evenwel spoedig een element (scandium) waar een electron in een 3_3-baan sterker gebonden is, dan in een 4_1-baan. Door het optreden van de 3_3-electronen in het normale atoom wordt de aanvankelijke symmetrie in de 3-quantsgroep gestoord, zoodat er nu ook meer electronen kunnen worden opgenomen in de ondergroepen der 3_1- en 3_2-electronen. Opnieuw wordt een symmetrie en tevens volkomen afgeslotenheid der 3-quantsgroep bereikt in het element *Cu*, waar deze groep uit zes 3_1-, zes 3_2- en zes 3_3-electronen bestaat. Hoe de uitbreiding der 3-quantsgroep van een groep van 8 (2×4) tot een groep van 18 (3×6) electronen in zijn werk gaat, weten we niet in bijzonderheden. We kunnen slechts uit het periodiek systeem het begin- en het eindpunt dezer uitbreiding aflezen. Tevens weten we, dat de uitbreiding van de 3-quantsgroep oorzaak is van de anomalieën in de rij der elementen 21—28 (de ijzertriade!). Een analoge geschiedenis speelt zich af in de rij der elementen 39—46, waar de 4-quantsgroep zich uitbreidt van een groep van 8 (2×4) tot een groep van 18 (3×6) electronen. Met zilver (47) begint dan een reeks van elementen, waarin de 4-quantsgroep niet verandert en de 5-quantsgroep zich regelmatig uitbreidt tot zij in het element xenon (54) weer een „edelgasconfiguratie" van

2×4 electronen bereikt heeft. In het element caesium, evenals in baryum (waar reeds twee 6-quants-valentie-electronen zijn) is het valentie-electron reeds een 6-quants-electron. Met het element lanthaan schijnt dan tengevolge van de uitbreiding der 5-quantsgroep een analoge rij elementen te gaan beginnen als die welke bij scandium aanvangt (uitbreiding der 3-quantsgroep) en die welke bij yttrium begint (uitbreiding der 4-quantsgroep). De 4-quantsgroep is evenwel ook nog altijd onvolledig en zoodra een electron in een 4_4-baan minstens even sterk gebonden is als het valentie-electron in de 6-quantsbaan, zal dit 4_4-electron ook werkelijk in het normale atoom optreden. Dit blijkt al in het element cerium (58) het geval te zijn en, te beginnen met dit element, komt er nu een reeks van elementen in het periodiek systeem waar de 4-quantsgroep zich uitbreidt van een groep van 18 (3×6) tot een groep van 32 (4×8) electronen. Gedurende deze uitbreiding blijft zoowel aantal en configuratie der 6-quants-electronen als die der 5-quants-electronen onveranderd. Vandaar de verregaande analogie in chemische eigenschappen der „zeldzame aarden". Het is nu een eenvoudig rekensommetje om na te gaan dat in het element 71 de 4-quantsgroep zijn volledige ontwikkeling tot een groep van 4×8 electronen bereikt heeft. Met het element 72 kan nu de uitbreiding van de 5-quantsgroep, die juist bij lanthaan begonnen was, zijn voortgang hebben. Hieruit volgt, dat we moeten verwachten, dat het element 72 met zirkoon (40) homoloog is, evenals ook de reeks van elementen op 72 volgende homoloog is met de reeks der elementen die op zirkoon volgt, hetgeen er op wijst dat bij de elementen 72—78 een analoge uitbreiding eener inwendige electronengroep (de 5-quantsgroep) plaats vindt als bij de elementen 40—46 (hier is het de 4-quantsgroep).

In de meeste voorstellingen in den laatsten tijd van het periodiek systeem gegeven werd evenwel van de opvatting uitgegaan, dat het element 72 nog tot de groep der zeldzame aarden zou behooren. Deze opvatting scheen onlangs opnieuw een bevestiging te vinden in een röntgenspectroscopisch onderzoek van Dauvillier, die in een praeparaat van zeldzame aarden van Urbain twee lijnen van het element 72 meende gevonden te hebben. Door Urbain werd daarop dit element geïdentificeerd met een zeldzame aarde „celtium", waarvan hij — steunende op optische metingen en magnetische onderzoekingen — de ontdekking reeds in 1911 had aangekondigd. Wanneer men zich bij dit resultaat van Urbain en Dauvillier neerlegde, stuitte men op onoverkomelijke moeilijkheden voor de theorie van Bohr. Met de onderzoekingen van Urbain en Dauvillier was echter het probleem van het element 72 niet opgelost. In de eerste plaats waren de twee door Dauvillier gevonden röntgenlijnen buitengewoon zwak *(extrêmement faible)* en op de waarneming van twee uitermate zwakke lijnen in een praeparaat dat verschillende elementen bevat, kan men moeilijk de ontdekking van een nieuw element grondvesten. In de tweede plaats klopten Dauvilliers resultaten heelemaal niet met die van Urbain. Uit Dauvillier's werk moest men besluiten dat het element 72 indien het al aanwezig was toch in alle geval een buitengewoon klein percentage van het onderzochte praeparaat uitmaakte, terwijl Urbain op grond van zijn magnetische en optische metingen concludeerde, dat hij een tamelijk geconcentreerd „celtium"praeparaat bezat.

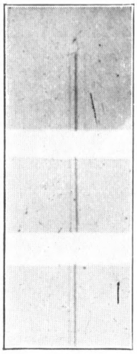
Uitgaande van de onderstelling dat de theorie van Bohr tot de juiste conclusies ten opzichte van het element 72 geleid had, hebben toen Hevesy en de schrijver getracht dit element op te sporen en het is reeds bekend dat onze onderzoekingen tot de ontdekking van het element hafnium gevoerd hebben. Daar in bijna alle niobiummineralen het element tantaal aangetroffen wordt, lag de gedachte voor de hand het element 72 in zirkoonmineralen te zoeken. Te dien einde werden praeparaten van deze mineralen röntgenspectroscopisch onderzocht. Ingesteld werd op de lijnen $L\alpha_1$ en $L\alpha_2$ van het element 72. In het algemeen is een element het eenvoudigst te herkennen aan zijn $L\alpha$-doublet of aan zijn $K\alpha$-doublet, daar de relatieve intensiteit en afstand der beide $L\alpha$- of der beide $K\alpha$-lijnen zoo typisch zijn dat ze moeilijk met andere lijnen verward kunnen worden; bovendien behooren ze tot de intensiefste lijnen van het spectrum. Voor het element 72 was men op de $L\alpha$-lijnen aangewezen, aangezien de $K\alpha$-lijnen wegens de kleine golflengte (kleine reflectiehoek en zeer hooge critische spanning) veel moeilijker te meten zijn. In het geval nu van het element 72 stuit men op de moeilijkheid dat het $K\alpha$-doublet van zirkoon[1]) in de 2de orde bijna precies op het $L\alpha$-doublet van 72 valt. Men kan deze complicatie evenwel vermijden door met een spanning aan de röntgenbuis te werken,

1) De golflengten dezer lijnen, zooals zij ingevolge oude metingen vóór 1917 door Siegbahn worden opgegeven, zijn 4 à 5 X-eenheden te groot.

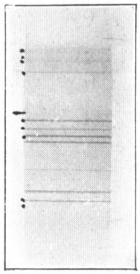
die kleiner is dan de kritische spanning voor de zirkoonlijnen (ongeveer 18000 volt), doch grooter dan die voor de lijnen van 72 (ongeveer 9500 volt). Daar we met wisselspanning werkten, regelden we de gemiddelde spanning op ongeveer 12500 volt. Uit eenige kontroleproeven bleek dat bij deze spanning de zirkoonlijnen niet voor den dag kunnen komen.

Ons vertrouwen in de theorie van Bohr werd niet beschaamd; in zoo goed als alle praeparaten (ook in zirkoonoxyde zooals het in den handel voorkomt) werden lijnen van het element 72 gevonden. Om tot een schatting te komen van het hafniumgehalte onzer verschillende praeparaten werd de volgende methode gebruikt: een bekende hoeveelheid tantaal werd aan het praeparaat toegevoegd en uit een vergelijking van de intensiteit der hafniumlijnen met die der correspondeerende tantaallijnen kan men het hafniumgehalte schatten. Daarbij is het wenschelijk dat de intensiteit der tantaallijnen niet veel van die der hafniumlijnen verschilt, nog mooier is het als men twee opnamen maakt, één waarop de tantaallijnen sterker zijn en één waarop zijn zwakker zijn dan de hafniumlijnen. Men weet dan dat het hafniumgehalte liggen moet tusschen de in de twee gevallen toegevoegde bedragen aan tantaal. De door ons onderzochte mineralen bleken een hafniumgehalte variëerend van 1 tot 20 $^0/_0$ te bezitten, in den regel was het gehalte ongeveer 5 $^0/_0$. Daar zirkoon een tamelijk algemeen voorkomend element is (voor het zirkoongehalte der aardschors geeft Clark 0,017 $^0/_0$ op), mag men hieruit besluiten dat ook het hafnium bij lange na geen zeldzaam element is en bijvoorbeeld veel algemeener voorkomt dan het in de lampenindustrie zoo onontbeerlijke wolfram.

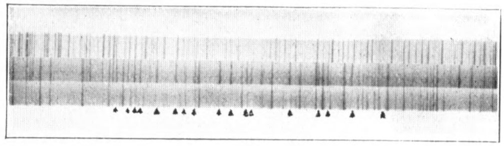
Het was nu wenschelijk de chemie van het hafnium nader te bestudeeren. Dat het hafnium zeer nauw met zirkoon verwant is, blijkt wel uit het veelvuldig samen voorkomen dezer elementen. De eenige eenvoudige qualitatieve reactie, die van zirkoon bekend was, berust op de onoplosbaarheid van zijn phosphaat in sterke zuren. Het bleek dat deze reactie niet meer beschouwd mag worden als een specifieke reactie voor zirkoon, aangezien ook hafniumphosphaat onoplosbaar is. Er kon zelfs nog een verschil in oplosbaarheid geconstateerd worden. Een oplossing van zirkoon, bevattende ongeveer 3—4 $^0/_0$ hafnium, werd met natriumphosphaat in elf gelijke porties neergeslagen. Het eerste, vierde en achtste neerslag werd röntgenspectroscopisch onderzocht. Een afbeelding



I



II



III

I. Oplosbaarheid van het phosphaat.
II. L-spectrum van hafnium.
III. Het optische spectrum van hafnium en zirkoon in het gebied van 2760-3030 $\AA$.

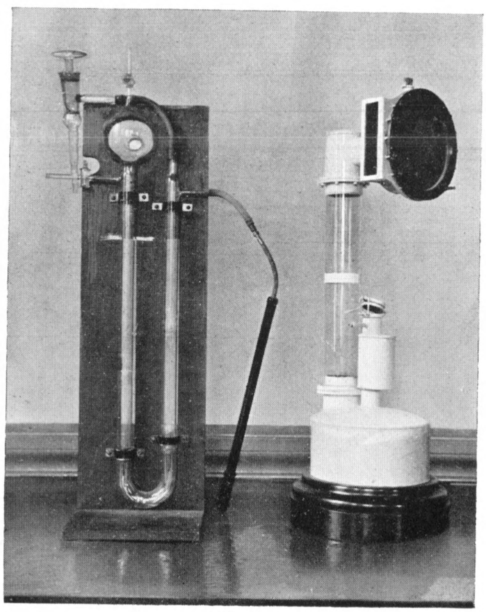


Fig. 1.

Demonstratietoestellen voor het aantoonen der nevelvorming in vochtige lucht (links) en van de banen der α-stralen (rechts).

geeft Plaat I; van boven naar beneden komt eerst het eerste, dan het vierde en dan het achtste neerslag. De intensieve lijn in het midden is onstaan door het samenvallen van de twee $K\,\alpha$-lijnen van koper. (Het praeparaat werd op een koperen antikathode aangebracht). Links daarvan is de $L\,\alpha_1$-lijn van tantaal, die op alle drie opnamen duidelijk te zien is, rechts ligt dezelfde lijn van hafnium. Deze is op de bovenste opname nog goed te zien, op de middelste slechts flauwtjes, op de onderste in het geheel niet meer. In alle gevallen werd 10 $^0/_0$ tantaal toegevoegd. Uit deze opnamen mogen we de conclusie trekken dat de oplosbaarheid van hafniumphosphaat nog iets geringer is dan die van zirkoon. Op analoge wijze zijn we bezig de chemie van hafnium en zirkoon verder te onderzoeken. Voorloopig ziet het er niet naar uit dat men spoedig een eenvoudige directe scheidingsmethode van hafnium en zirkoon zal vinden. Men is dus vooral aangewezen op die methoden welke berusten op een verschil in onoplosbaarheid of dampdruk hunner verbindingen. Met gebruikmaking van één dezer methoden is het ons eenerzijds gelukt zirkoonpraeparaten te bereiden, waarin noch optisch, noch röntgenspectroscopisch hafnium kon worden aangetoond en anderzijds geconcentreerde hafniumpraeparaten te bereiden die nog slechts bij wijze van verontreiniging zirconium bevatten. Met behulp van één dezer praeparaten, die ongeveer 80 $^0/_0$ hafnium en 20 $^0/_0$ zirkoon bevatten, zijn de spectra der platen II en III verkregen. Plaat II geeft een tamelijk volledig beeld van een deel van het röntgenspectrum, het z.g. L-spectrum van hafnium. De β-lijnen zijn in verhouding tot de α- en γ-lijnen te sterk geëxponeerd; (de lijn α_1 is bijv. de sterkste lijn in het L-spectrum, hetgeen op de plaat niet uitkomt.) Ook de sterkste absorptiekant L_{III}[1]) is verschenen. Deze is ontstaan door de selectieve absorptie der heterogene straling der koperen antikathode (het „witte" röntgenlicht) in het op de antikathode aangebrachte hafniumoxyde. De hafniumlijnen zijn door stippen aangegeven, de absorptiekant door een streep (deze kant is op de reproductie nauwelijks te zien). Van boven naar beneden geeft deze opname: $\gamma_4, \gamma_3, \gamma_2, \gamma_1$ — — L_{III} abs, $\beta_2, \beta_3, \beta_1$ — ($K\,\beta_1$ van koper), ($L\,\alpha_1$ van wolfram), ($K\,\alpha_1, \alpha_2$ van koper) — α_1, α_2. Plaat III geeft het optische hafniumspectrum in het gebied van 2760—3030 Å, opgenomen door de heeren H a n s e n en W e r n e r. Boven is een vergelijkingsspectrum van ijzer gereproduceerd, in het midden het spectrum van hafnium en

1) Vroeger L_1 genoemd. Vergelijk N. B o h r en D. C o s t e r. Z.S. f. Physik 12, 342, 1923.

zirkoon, onder een spectrum van hafniumvrij zirkoon. De hafniumlijnen zijn onderaan door pijltjes aangegeven. Deze afbeelding is een reproductie op zeer verkleinde schaal en daardoor schijnt het ten onrechte alsof eenige hafniumlijnen ook nog in het (onderste) spectrum van zuiver zirkoon voorkomen.

Met behulp van nog verder gereinigde praeparaten werd een voorloopige atoomgewichtsbepaling verricht; gevonden werd 174. Wanneer men voor het werkelijke atoomgewicht ongeveer 180 aanneemt, komt men tot de conclusie dat het gebruikte praeparaat nog ongeveer 6 % zirkoon bevatte, een schatting die ten naastenbij bevestigd werd door optische onderzoekingen.

Er rest ons nu nog de vraag te beantwoorden: hoe verhoudt zich het celtium tot het hafnium? Om te beginnen moeten we er dan op wijzen dat Urbain's „celtium" een scherp gedefinieerd element is, bepaald zoowel door zijn chemische als zijn optische eigenschappen. Terwijl Urbain nu in den loop van vele jaren er niet in slaagde „celtium" van de elementen cassiopeium (ook wel lutetium genoemd) en ytterbium te scheiden, bleek de scheiding van hafnium van deze elementen een zeer eenvoudig proces. Van de lijnen die Urbain voor het optische spectrum van „celtium" opgeeft, blijkt geen enkele bij hafnium te behooren. Zooals uit onderzoekingen van Hansen en Werner te Kopenhagen gebleken is blijken de „celtium"lijnen bijna alle tot het cassiopeiumspectrum te behooren. Ofschoon deze „celtium"lijnen intensief zijn, kunnen ze toch alleen in geconcentreerde cassiopeiumpraeparaten worden waargenomen, daar zij in tegenstelling tot de andere cassiopeiumlijnen zeer diffuus zijn. Terwijl dus Urbain geloofde een nieuw element gevonden te hebben, had hij slechts het cassiopeium in zijn praeparaten geconcentreerd. Deze onderstelling wordt bevestigd door een beschouwing van Urbain's magnetische metingen. Urbain vindt dat de magnetiseeringsconstante zijner „celtium"praeparaten 3 à 4 zoo klein is als die der vroeger door hem gemeten cassiopeiumpraeparaten. Volgens Bohr moet men evenwel aannemen dat het cassiopeium in zijn driewaardige verbindingen diamagnetisch is, aangezien zijn inwendige electronengroepen alle compleet zijn. Als dus Urbain in zijn aanvankelijke cassiopeiumpraeparaten een relatief zoo groote magnetiseeringsconstante vindt, is dit een bewijs, dat zijn praeparaten slechts voor een relatief klein gedeelte uit cassiopeium bestonden. Een andere vraag, hoewel van secundair belang, is of de twee zeer zwakke door Dauvillier waargenomen röntgenlijnen aan het element hafnium moeten worden toegeschreven. Uit chemische gronden is dit wel zeer onwaarschijnlijk aangezien het hafnium tegelijk met het zirconium (beide elementen komen veel in mineralen der zeldzame aarden voor) werd afgescheiden. De golflengten, die Dauvillier voor deze twee zwakke lijnen opgeeft liggen zoover van de door ons gevonden waarden, dat men moeilijk kan aannemen dat zij aan het element hafnium toegeschreven moeten worden, en nog minder als men bedenkt, dat de door Dauvillier gemeten lijnen van *Cp* en *Yb*, die hij op dezelfde plaat kreeg zeer goed met de door mij gevonden waarden overeenstemmen.

TWEE DEMONSTRATIE-TOESTELLEN VOOR HET AANTOONEN DER NEVELVORMING IN VOCHTIGE LUCHT EN VAN DE BANEN DER α-STRALEN

door C. LAKEMAN en R. SISSINGH.

De eerste toestel, die reeds eenige jaren bij de experimenteel-natuurkundige voordrachten in het Natuurkundig Laboratorium te Amsterdam gebruikt wordt, is in fig. 1 links (zie de plaat tegenover blz. 139) afgebeeld. Deze dient om de nevelvorming in vochtige lucht aan te toonen bij aanwezigheid van neerslag-kernen. Als zoodanig kunnen stofdeeltjes, ionen en electronen optreden. De adiabatische uitzetting moet daarvoor liggen tusschen 1,25 en 1,37, daar bij een grootere de neerslag ook zonder ionen plaats vindt.

De toestel bestaat uit een glazen bol van ongeveer 10 cm. middellijn boven een der beenen van *U*-vormige buis, die als water-manometer dient. De buizen zijn ongeveer 3 cm. wijd. Het rechterbeen der *U*-buis is verbonden met een zeer wijde kraan en door een horizontaal buisje met een ventiel van een rijwielband. De samenpersing geschiedt met een rijwielpomp. Boven aan den bol en onder dezen aan het linkerbeen van den manometer is een kraan aangesmolten. Er zijn twee merkteekens op den manometer, het eene om aan te wijzen tot hoever men dezen bij atmosferischen druk met water vult en het tweede ter bepaling van de grootte der samenpersing.

Het is duidelijk, hoe men met behulp der kranen den bol met stofvrije lucht kan vullen, nl. door de ingezogen lucht door een buis met watten te laten strijken. Stofkernen verkrijgt men in den bol, door voor het horizontale buisje met kraan bij het inzuigen der kamerlucht een stukje brandend papier of een sigaret te houden, ionen bij het doorstrijken der ingezogen lucht door een waschfleschje, bijv. met zoutzuur gevuld. Om electronen in den bol te brengen, laat men de lucht strijken over een radio-actief preparaat, dat in een metalen doosje is geplaatst of electrische vonken overspringen tusschen twee in den bol ingesmolten *Pt*-draden. Voor de verlichting van den bol laat men een kegelvormigen lichtbundel door den bol gaan. De as van den bundel ligt in het vlak van den manometer. In alle richtingen, die niet samenvallen met de as van den lichtbundel, is de nevelvorming op afstanden van 12 m. en meer waar te nemen.

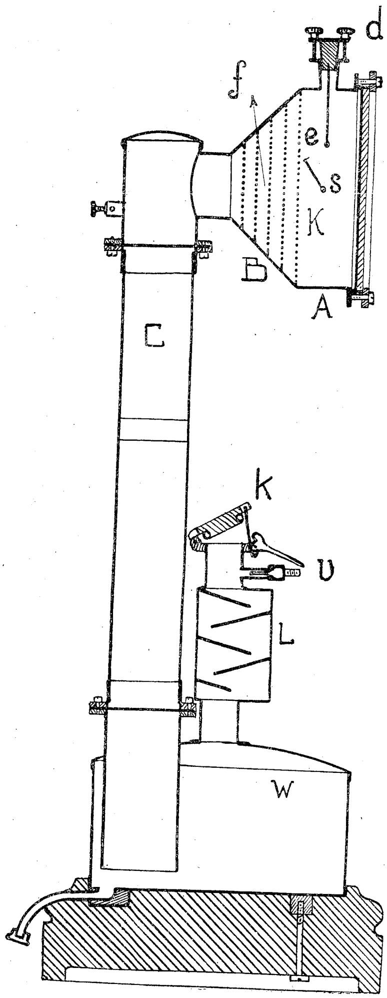


Fig. 2.

Ten einde de banen der α-stralen, op de wijze van Wilson door nevelvorming aan te toonen, werd Wilson's toestel gewijzigd, als in fig. 1 rechts (zie de plaat tegenover blz. 139) en in fig. 2 in doorsnee is aangegeven. De toestel van Wilson, die later door Shimizu werd veranderd, zoodat 50 tot 200 adiabatische uitzettingen per minuut elkaar opvolgen, laat niets te wenschen over, zoo men de banen wil fotografeeren. Echter kunnen slechts weinig personen het verschijnsel te gelijk waarnemen. Om de nevelvorming ook op grooten afstand voor velen zichtbaar te maken is de kamer vertikaal geplaatst en zoo groot gemaakt, dat de glazen dekplaat eene middellijn heeft van 15 cm. De kamer bestaat uit een voorste, cilindrisch gedeelte A en hierachter een kegelvormig stuk B met zwart gemaakte fijne koperen gazen F om de warreling der lucht bij de uitzetting te voorkomen. De verlichting geschiedt door een zijvenster met een hoogen smallen lichtbundel. Door het buisje d gaat de stift met het radio-actieve preparaat. De opening e dient om hieronder een dun plaatje van Al. of glimmer te brengen, dat de banen der α-stralen zeer verkort. In de wijde buis C wordt het water uit de bak W opgepompt. Hiervoor verbindt men een voetpomp met het ventiel V van een rijwielband. Men laat de samengeperste lucht zich ontspannen door de pal, die de klep k gesloten houdt, weg te trekken. De tusschenschotten in L voorkomen het opspatten van het water. Met een celluloïd-ring om de buis C geeft men de plaats aan, waartoe het water opgeperst moet worden. Deze vindt men gemakkelijk uit eenige voorafgaande proeven. Ten einde alle ionen uit de kamer te verwijderen, die niet onmiddellijk na de expansie ontstaan, brengt men, als Wilson deed, tusschen de glazen plaat en de metalen achterwand der kamer een electrostatisch veld aan van 200 V. De glazen plaat is hiervoor aan de binnenzijde geleidend gemaakt met gelatine, waaraan wat $CuSO_4$ is toegevoegd. Hiervoor wordt 12 gr. gelatine met 2 gr. $CuSO_4$ in 100 cm.^{3} gedestilleerd water opgelost. Een caoutchouc-ring isoleert de glazen plaat van de kamer en een strookje tinblad verbindt de geleidende gelatinelaag met een klemschroef aan de buitenzijde der kamer.

De toestel, 60 cm. hoog, is vervaardigd door P. Biermasz, den instrumentmaker van het Natuurkundig Laboratorium te Amsterdam en voor het eerst gebruikt op een drietal experimenteel-natuurkundige voordrachten in October en November 1922 te Amsterdam en door den eersten van ons op het XIXe Ned. Nat. en Geneesk. Congres te Maastricht in April van dit jaar.

OVER HET GEBRUIK DER BRAUN'SCHE BUIS

door G. J. ELIAS en J. G. W. MULDER.

In vele publicatie's[1]) omtrent het gebruik van de Braun'sche buis wordt gesproken van een klos, die een magnetisch veld geeft in de richting van den bundel kathodestralen ter „concentratie"

1) Zie o. a.:
Grix. E. T. Z. 1921. blz. 717.
Alberti & Zichner. Jahrb. der drahtl. Telegr. und Telef. Jan. 1922.
Glage & Edler. Arch. f. Electrot. 10. 1921. blz. 56.

van dezen bundel, daar een fijne en lichtsterke fluorescentievlek een voorwaarde is voor de toepasbaarheid van de buis als oscillograaf. Waar omtrent het effect, met behulp van bovengenoemde klos bereikt, zoo goed als niets wordt gezegd, komt het ons wenschelijk voor, hierop nader in te gaan.

We zullen aannemen, dat de bundel kathodestralen de gedaante heeft van een rechten, cirkelvormigen kegel, met den top in de kathode, terwijl zijn as loodrecht op het vlak der kathode staat en zijn tophoek $2\alpha_0$ bedraagt. Bevindt het scherm, dat door de kathodestralen gaat fluoresceeren, zich op een afstand l van de kathode, dan heeft — afgezien van de onderlinge electrostatische werking der electronen — de fluorescentievlek op dit scherm den vorm van een cirkel met straal $r_0 = l\,tg\,\alpha_0$. Loopt echter de weg der kathodestralen door een magnetisch veld in de richting van de as van den bundel, dan zal deze vlek gewijzigd worden.

Nemen we eerst aan, dat het magnetisch veld over den geheelen afstand l een constante intensiteit H heeft. De stralen, die zich onder een hoek α met de richting van dit veld bewegen, zullen dan een kracht ondervinden, gelijk aan $eHv \sin \alpha$, loodrecht op hun bewegingsrichting en loodrecht op het veld (waarbij e de lading en v de snelheid van een electron is) en wel in rechtsche cyclische orde met den draaiïngszin van $\bar{v}$ naar $\bar{H}$. Onder den invloed van deze (in absolute waarde constante) kracht, beschrijft ieder electron — zooals bekend is[2]) — een *schroeflijn*, gelegen op een rechten, cirkelvormigen cylinder, waarvan de as samenvalt met de richting van het veld en waarvan de straal

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{He}$$

bedraagt. (m is de massa van het electron). Deze cylinder raakt volgens eene lijn, gaande door het uitgangspunt van het electron evenwijdig aan de richting van het veld, aan het vlak, dat gelegd kan worden door deze lijn en de aanvangssnelheid van het electron. De spoed der schroeflijn bedraagt

$$\frac{2\pi mv \cos \alpha}{He}$$

De snelheid in het veld heeft eene componente $v \cos \alpha$ in de richting van het veld, terwijl de componente loodrecht hierop de constante waarde $v \sin \alpha$ heeft en steeds raakt aan den cylinder.

[2]) Vergelijk: J. J. Thomson. Conduction of electricity through gases; Müller-Pouillet Bd. III. (1).

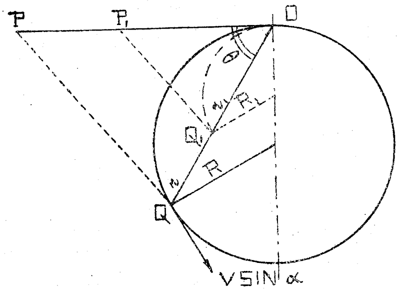


Fig. 1.

Stelt fig. 1 het opvangscherm der kathodestralen voor; zij daarin O het doorsnijdingspunt van de lijn, die in de veldrichting door het beginpunt der baan van het electron gaat, P het doorsnijdingspunt van deze baan, wanneer er geen veld is, dan zal het electron in het veld het scherm in Q treffen, waarbij in verband met het bovenstaande de cirkelboog $OQ = OP = l\,tg\,\alpha$ is.

Nu is $bg\,OQ = 2R\Theta$, derhalve

$$\Theta = \frac{Hel}{2mv\cos\alpha}, \text{ en}$$

$$r = 2R\sin\Theta = \frac{2mv\sin\alpha}{He}\sin\frac{Hel}{2mv\cos\alpha}$$

De kathodestralen, die zonder veld een op OP gelegen doorsnijdingspunt P_1 met het scherm hebben, zullen in het veld het scherm snijden in punten Q_1, die op de rechte lijn OQ liggen, welke lijn een hoek Θ met OP maakt. De afstand r_1 op deze lijn is evenredig met $tg\,\alpha$, dus met OP_1.

Door r en Θ is Q bepaald. De meetk. plaats van Q bij veranderlijke H is de spiraal van fig. 2.

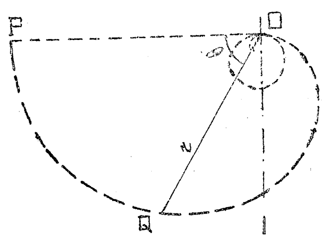


Fig. 2.

Bij een constant potentiaalverschil tusschen de electroden, zal bij benadering $v\cos\alpha = v_1$ constant gesteld kunnen worden voor den heelen bundel kathodestralen. We hebben dan:

$$\Theta = \frac{Hel}{2mv_1}; \qquad r = \frac{2mv_1\,tg\,\alpha}{He}\sin\frac{Hel}{2mv_1}$$

Is de bundel kathodestralen buiten het veld kegelvormig met een openingshoek α_0, dan zullen bij aanwezigheid van het veld de doorsnijdingspunten met het vlak van het scherm liggen binnen een cirkel met straal

$$r_0 = \frac{2mv_1\,tg\,\alpha_0}{He}\sin\frac{Hel}{2mv_1}$$

De cirkelvormige fluorescentievlek zal dus dezen straal hebben. Zonder veld is die straal $l\,tg\,\alpha_0$. De vlek is derhalve verkleind in de verhouding

$$\frac{2\,m\,v_1}{H\,e\,l}\sin\frac{H\,e\,l}{2\,m\,v_1} = \frac{\sin\,\Theta}{\Theta}$$

Aangezien steeds $\sin\Theta < \Theta$, zal dus de vlek in het veld verkleind worden. Voor $H\,e\,l\,/\,2\,m\,v_1 = k\,\pi$ wordt de grootte der lichtende vlek nul, alle electronen treffen het scherm in hetzelfde punt. Bij verandering van H zal dit verschijnsel periodiek optreden. Tengevolge van de onderlinge electrostatische afstooting, zullen de kathodestralen echter nooit precies in één punt vereenigd kunnen worden. Voor

$$\frac{H\,e\,l}{2\,m\,v_1} = (2\,k+1)\frac{\pi}{2}$$

bereikt de vlek een maximum. Bij toenemende H verhouden de maximale waarden van den straal zich als $1 : \frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \cdots\cdots$

Tengevolge van fluctuatie's van de gebezigde spanning kan de snelheidscomponente v_1 varieeren. Beweegt deze zich tusschen de grenzen v_1 en $v_1 + \triangle\,v_1$, terwijl $H\,e\,l\,/\,2\,m\,v_1 = k\,\pi$ is, dan wordt voor de absolute waarde der fluctuatie van den straal der fluorescentievlek gevonden:

$$\triangle\,r = \frac{m\,tg\,\alpha_0}{H\,e}\,2\,\pi\,k\,\triangle\,v_1 \quad , \text{ wanneer } \triangle\,v_1 \ll \frac{H\,e\,l}{2\,m}.$$

Zijn de spanningsvariaties zóó groot, dat hieraan niet meer voldaan is, dan kan de straal van de vlek maximaal bedragen

$$\frac{2\,l\,tg\,\alpha_0}{2\,k+1},$$

wanneer voldaan is aan

$$\frac{H\,e\,l}{2\,m\,v_1} = k\,\pi$$

Deze waarde voor den straal der vlek wordt bereikt, wanneer er tusschen v_1 en $v_1 + \triangle\,v_1$ eene snelheidswaarde voorkomt, die den sinus in de uitdrukking voor den straal één maakt.

Nemen we nu in de tweede plaats aan, dat de bundel kathodestralen een tophoek $2\,\alpha_0$ heeft, doch dat de as van den bundel een hoek β maakt met de as van het veld, zoodat voor den hoek γ tusschen de stralen en de as van het veld:

$$\beta - \alpha_0 < \gamma < \beta + \alpha_0 \quad , \text{ indien } \beta > \alpha_0$$

en als $\beta < \alpha_0$, is steeds $\gamma < \beta + \alpha_0$, waarbij γ de waarde nul kan bereiken.

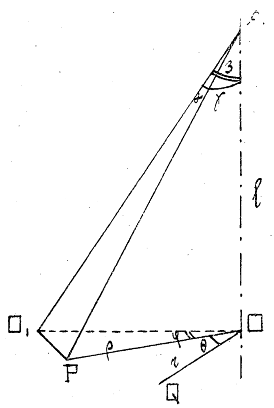


Fig. 3.

Zij in fig. 3 $A\,O$ de veldrichting, $A\,O_1$ de as van den bundel kathodestralen. Beschouwen we een straal, die een hoek α met deze as en een hoek γ met $A\,O$ maakt. Zonder veld zou deze straal het scherm in P, bepaald door ϱ en ψ, treffen. Is er een veld, dan zal, volgens het boven uiteengezette, deze straal het scherm treffen in een punt Q, gedefinieerd door een voerstraal r en een hoek Θ met de lijn $O\,P$, waarbij:

$$r = \frac{2\,m\,v\,\sin\gamma}{H\,e}\,\sin\frac{H\,e\,l}{2\,m\,v\,\cos\gamma} \quad \text{en} \quad \Theta = \frac{H\,e\,l}{2\,m\,v\,\cos\gamma}$$

Nu is $\varrho = l\,tg\,\gamma$, derhalve

$$r = \frac{2\,m\,v\,\varrho\,\cos\gamma}{H\,e\,l}\,\sin\frac{H\,e\,l}{2\,m\,v\,\cos\gamma}$$

Bij constante spanning kan de snelheidscomponente $v\cos\alpha$ in de richting $A\,O_1$ bij benadering als constant worden aangenomen. Is $\alpha \lll \beta$, dan zullen β en γ weinig van elkaar verschillen en kan $v\cos\gamma$ voor alle stralen van den bundel tennaastebij constant worden aangenomen. In dat geval zijn de voerstralen r evenredig met de voerstralen ϱ, terwijl Θ als een constante is te beschouwen. Derhalve zal de figuur op het scherm bij aanwezigheid van een veld gelijkvormig zijn met de figuur zonder veld en zich op een voerstraal door O bevinden, die met $O\,O_1$ een hoek Θ vormt. Zulks zoude ook voor grootere hoeken α het geval zijn, indien $v\cos\gamma$ constant was. Dit kan bij de Braun'sche buis voorkomen, indien n.l. H evenwijdig is aan het electrische veld tusschen kathode en diaphragma, doch de as der diaphragma's daarmee de hoek β maakt. Gewoonlijk zullen echter juist de snelheidscomponenten in de richting $A\,O_1$ gelijk zijn, voor alle electronen op een bepaald oogenblik uitgezonden, n.l. als het electrische veld in de richting van de as van de Braun'sche buis valt, en H ten opzichte hiervan „scheef" staat. In dit geval is de vorm der vlek bij grootere hoeken α eenigszins anders.

De verhouding der voerstralen bedraagt

$$\frac{r}{\varrho} = \frac{\sin\,\Theta}{\Theta}\,,\ \text{waarin}\ \Theta = \frac{H\,e\,l}{2\,m\,v_1}$$

Deze verhouding zal derhalve periodiek nul worden, (zie fig. 2) d. w. z. de vlek komt periodiek in O terecht, bij verandering van H, en wel als $\Theta = k\,\pi$. Is de bundel aanvankelijk kegelvormig, dan zou zonder veld de vlek de gedaante eener ellips hebben, wanneer het scherm loodrecht op $A\,O$ staat. In het veld zal bij constante spanning de vlek deze gedaante behouden, doch verkleind zijn in de reden $\sin\,\Theta\,/\,\Theta$. De groote as, gedraaid over een hoek Θ, blijft naar O gericht. (fig. 4a).

Nemen we nu evenwel aan, dat de spanning niet constant is en de snelheid der electronen zich beweegt tusschen v^{I} en v^{II}. In dat geval zal, aangezien met elke snelheid eene bepaalde plaats en grootte der vlek op het scherm overeenkomt, de vlek, die zich op het scherm vertoont, uitgerekt wezen. (fig. 4a). Is dan weer $\alpha \ll \beta$, dan zal Θ zich bewegen tusschen de waarden:

$$\Theta^{\mathrm{I}} = \frac{H\,e\,l}{2\,m\,v^{\mathrm{I}}\,\cos\,\beta}\ \text{en}\ \Theta^{\mathrm{II}} = \frac{H\,e\,l}{2\,m\,v^{\mathrm{II}}\,\cos\,\beta},$$

r tusschen de waarden $r^{\mathrm{I}} = \dfrac{2\,m\,v^{\mathrm{I}}\,\sin\,\beta}{H\,e}\,\sin\,\Theta^{\mathrm{I}}$ en

$$r^{\mathrm{II}} = \frac{2\,m\,v^{\mathrm{II}}\,\sin\,\beta}{H\,e}\,\sin\,\Theta^{\mathrm{II}}.$$

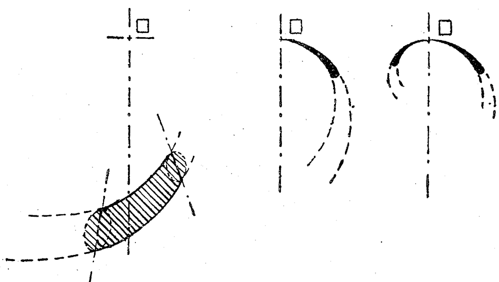


Fig. 4.

Het is zeer wel mogelijk, dat voor een waarde van de snelheid, tusschen deze grenzen gelegen, $\sin\,\Theta = 0$ wordt. Zoodoende zal de vlek een gedaante kunnen aannemen zooals afgebeeld in fig. 4(c).

Is het magnetisch veld niet te zwak en is het relatieve snelheidsverschil groot, dan zullen stralen van verschillende snelheden in O vereenigd kunnen worden, waardoor aldaar eene groote intensiteit ontstaat. Dientengevolge zal in dergelijke gevallen het beeld *(c)* vaak voorkomen, terwijl ook *(b)* kan ontstaan. Aangezien dergelijke „kometenstaarten" voor het gebruik der Braun'sche buis bijzonder hinderlijk zijn, is een goede centreering van het eventueele „concentratieveld", waardoor $\beta = o$ wordt, zeer noodzakelijk.

Ten slotte moeten we nog het geval beschouwen, dat de stralen slechts gedeeltelijk door een magnetisch veld loopen. Zij dit veld uniform ter hoogte a, terwijl voor den verderen weg b wordt aangenomen, dat daar het veld nul bedraagt. Één enkel electron, dat voor $H = o$ in P zou komen $[OP = l \, tg \, \alpha = (a + b) \, tg \, \alpha]$, beschrijft nu een baan, waarvan de projectie op een vlak $\perp H$ bestaat uit een cirkelboog OS $(= s = a \, tg \, \alpha)$, die in O aan OP raakt, en waarvan de straal $R = \dfrac{m v \sin \alpha}{H e}$ is, en

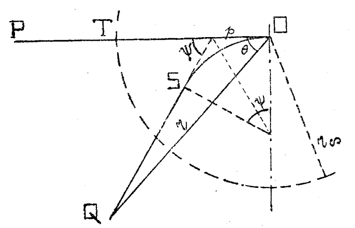


Fig. 5.

vervolgens uit een raaklijn SQ $(= w = b \, tg \, \alpha)$ aan dien cirkelboog, zoodat het ontmoetingspunt Q met het scherm zich dan op een afstand r van O bevindt, waarvoor:

$$r^2 = p^2 + (p + w)^2 - 2(p^2 + p\,w) \cos \psi.$$

Hierin is: $\quad \psi = \dfrac{s}{R}$ en $p = R \, tg \, {}^1\!/_2 \, \psi = \dfrac{s}{\psi} \, tg \, {}^1\!/_2 \, \psi.$

De straal van de geconcentreerde vlek is bij $\beta = o$ en radiale symmetrie gelijk OQ, berekend voor α_0. De middelpuntshoek ψ van den boog OS is dus evenredig met H; het verloop van r als functie van ψ (resp. H) is weer een spiraal, die nu asymptotisch nadert tot den cirkel, met O als middelpunt en w als straal. Hij gaat periodiek door het punt T op OP, waarvoor $OT = w$. r slingert dus om de waarde w, welk bedrag als grens voor $H = \infty$ zal worden benaderd. Daarbij blijkt de kleinste waarde, die r kan aannemen, het *eerste* minimum van r te zijn, als de spiraal aan de binnenzijde van den cirkel verloopt en nog zooveel mogelijk van dien cirkel verschilt. De hoek ψ ligt voor dit minimum tusschen 180^0 en 360^0. De bepaling van dit minimum geschiedt het gemakkelijkst langs graphischen weg, na door differentiatie de vergelijking, waaraan ψ voor dit minimum moet voldoen, te hebben bepaald. Deze neemt de volgende gedaante aan:

$$b\left(tg\tfrac{1}{2}\psi - \frac{2\sin^2\frac{1}{2}\psi}{\psi} + \sin\psi\right) + a\frac{tg\frac{1}{2}\psi}{\psi}\left(2\,tg\tfrac{1}{2}\psi - \right.$$

$$\left. - \frac{4\sin^2\frac{1}{2}\psi}{\psi} + \sin\psi\right) = 0.$$

Het blijkt dan, dat b.v. voor $b = a$ $\underset{\min}{r} = 0{,}4\,r_0$, terwijl bij zeer sterk veld $r_\infty = b\,tg\,\alpha = 0{,}5\,r_0$ is.

Is daarentegen $b = 6\,a$, dan is

$$\underset{\min}{r} = 0{,}853\,r_0, \text{ terwijl } r_\infty = 0{,}857\,r_0 \text{ is.}$$

Het verschil is derhalve voor een betrekkelijk korte klos onbelangrijk, terwijl bij een klos van grootere lengte, door juiste instelling van het veld eene aanmerkelijk kleinere vlek op het scherm kan worden verkregen, waarmee dan een grooter lichtintensiteit is bereikt dan wanneer een even kleine vlek bij $H = O$ door een nauwer diaphragma werd verkregen.

De gevoeligheid van de Braun'sche buis eischt echter een zoo groot mogelijk veldloos gedeelte b, daar op dien weg de beïnvloeding der kathodestralen door daarop loodrecht geplaatste electrische — of magnetische velden moet geschieden, en de verplaatsing der lichtvlek op het scherm grooter is, naarmate dit verder van het scherm af gebeurt. Zouden echter deze velden hun uitwijking β aan den bundel reeds geven op den weg a, dan is uit het voorgaande te zien, dat de verplaatsing der vlek op het scherm voor die β weer minder wordt, tenminste als H is ingesteld op minimum vlekdoorsnede. Daar nu $a + b$ voor een bepaalde buis constant is, zal a altijd klein genomen worden, en dan blijkt het dus onmogelijk een wijd geopende bundel op een aanmerkefijk kleiner oppervlakte te concentreeren dan de verhouding b/l aangeeft. De bundels, waarmee gewerkt wordt, hebben dan ook oorspronkelijk al een kleine tophoek. Dan is ook af te zien van de vormverandering der lichtvlek, als de bundel bovengenoemde loodrecht geplaatste velden doorloopt.

DE NEDERLANDSCHE LENGTE-EENHEID.

MEDEDEELING VAN DE COMMISSIE VAN TOEZICHT OP DE STANDAARDEN VAN DEN METER EN HET KILOGRAM.

De Staat der Nederlanden is in het bezit van twee standaardmeters, vervaardigd van èen legeering van platina en iridium, gewoonlijk aangeduid als No. 19 en No. 27, waarvan de eerste dient tot vastlegging van onze wettelijke lengte-eenheid, terwijl de tweede voor andere doeleinden bestemd is. Het feit, dat deze meters kort geleden te Sèvres bij Parijs in het daar gevestigde Bureau International des Poids et Mesures zijn vergeleken met een internationalen standaard van dit Bureau, is een gewichtige gebeurtenis in de geschiedenis van onze lengte-eenheid, welke nadere aandacht verdient.

Omtrent onze wettelijke lengte-eenheid is in art. 1 van de wet betreffende de maten, gewichten en weegwerktuigen van 7 April 1869 het volgende bepaald:

„De voorwerpen in het jaar 1799 onder de namen van Mètre en Kilogramme in de Staatsarchieven van Frankrijk neergelegd, zijn de grondslagen der maten en gewichten.

De eenheid van maat is de afstand tusschen de middelpunten der eindvlakten van voornoemden Mètre bij de temperatuur van smeltend ijs".

Een Kon. Besluit van 3 Oct. 1887 (Stbl. No. 168) bepaalt in art. 1:

„De standaard van den Meter of de El is de platina-iridium-meter No. 19, welke door de Fransche afdeeling van de Internationale Metercommissie te Parijs is vervaardigd en aldaar door de Nederlandsche Commissie, benoemd bij Ons besluit van 15 Mei 1876 No. 26 met den Mètre der Staatsarchieven van Frankrijk is vergeleken.

De lengte van den Nederlandschen standaard van den Meter is de afstand der beide middelste eindstrepen, gemeten uit haar midden bij een temperatuur van zeven tienden van een graad der honderddeelige schaal beneden het vriespunt.

Dezelfde afstand, gemeten bij eene temperatuur van vijftien *graden der honderddeelige schaal boven het vriespunt is 134 millioenste deelen van zijn bedrag langer dan de lengte van den Nederlandschen standaard".*

Door deze bepalingen is de Nederlandsche lengte-eenheid vastgelegd. De in het Besluit bedoelde platina-iridiummeter is de bovengenoemde meter No. 19, welke met den standaard No. 27 door een Commissie bestaande uit Bosscha, Oudemans en Stamkart naar Nederland overgebracht is. Beide meters waren door de Commissie toenmaals vergeleken met den Mètre des Archives. De opgaven in het Kon. Besluit berusten op deze metingen.

Deze wijze van vaststellen van de Nederlandsche lengte-eenheid moet als verouderd worden beschouwd en vereischt herziening. Want vooreerst is de Mètre des Archives, een platinastaaf met rechthoekige doorsnede van 25×4 mm^2, een voorwerp, dat in het geheel niet aan de tegenwoordige eischen voor een meterstandaard voldoet, en dan is het niet gelukkig, dat de uitkomsten der Commissie Bosscha c.s. in het Kon. Besluit zijn opgenomen. Immers met alle waardeering voor het uitstekende werk van deze Commissie, waarbij de moeilijke vergelijking van een streepmeter met een eindmeter en wel een zoo primitieven standaard als de Mètre des Archives nog zoo goede uitkomsten heeft opgeleverd, behoorde de mogelijkheid in het oog te zijn gehouden, dat later met betere toestellen en methoden een andere nauwkeuriger uitkomst bij de vergelijking der meters voor den dag zou kunnen komen, en dan steeds weer wijziging in het Kon. Besluit noodig zou maken.

Bijna alle beschaafde landen behalve het onze zijn toegetreden tot de Convention du Mètre, een internationale overeenkomst, die op de standaarden vóor lengte en gewicht betrekking heeft en de meeste daarvan hebben een platina-iridiummeter $\mathfrak{M}$, die tengevolge van deze overeenkomst is vervaardigd, als wettelijke lengte-eenheid ingevoerd. Deze standaard $\mathfrak{M}$ bevindt zich te Sèvres bij Parijs in het bovengenoemde Bureau International des Poids et Mesures.

Het verschil van de Nederlandsche standaarden No. 19 en 27 met den internationalen meter $\mathfrak{M}$ was alleen door indirecte metingen bekend, namelijk doordat andere meters met deze drie zijn vergeleken. De uitkomsten waren niet geheel overeenstemmend, zoodat er een onzekerheid van de orde van een mikron (1/1000 mm) over bleef.

Toen de Rijkscommissie voor graadmeting en waterpassing in 1914 den meter No. 27 gebruikte bij basismetingen, bleken uit deze onzekerheid zoodanige bezwaren voort te vloeien, dat een meer directe vergelijking met den internationalen standaard noodig werd.

Deze vergelijking is in 1921 uitgevoerd voor de beide meters No. 19 en 27. Zij zijn daarvoor naar Sèvres vervoerd en aldaar in het Bureau International des Poids et Mesures vergeleken met een meter No. 26 van dit Bureau, waarvan het lengte-verschil met den internationalen meter $\mathfrak{M}$ met groote zekerheid bekend is. Het rapport door Ch. Ed. Guillaume, directeur van dit Bureau, op 20 November 1922 uitgebracht, vermeldt als uitkomst van een reeks metingen:

$$[19] = [26] + 7^{\mu},91,$$
$$[27] = [26] + 8^{\mu},17.$$

Een tweede reeks leverde op:

$$[19] = [26] + 7^{\mu},95,$$
$$[27] = [26[+ 8^{\mu},23.$$

Vereenigt men deze vergelijkingen met die voor den meter No. 26:

$$[26] = \mathfrak{M} + 1^{\mu},16,$$

dan vindt men volgens de eerste reeks;

$$[19] = \mathfrak{M} + 9^{\mu},07,$$
$$[27] = \mathfrak{M} + 9^{\mu},33;$$

en volgens de tweede:

$$[19] = \mathfrak{M} + 9^{\mu},11,$$
$$[27] = \mathfrak{M} + 9^{\mu},39.$$

De laatste uitkomsten worden de beste geoordeeld.

Al deze uitkomsten zijn opgegeven voor een temperatuur van 0° C. Bij de herleiding zijn gebruikt de formules:
voor de Nederlandsche meters

$$l_t = l_0\,(1 + 8{,}631.\,10^{-6}\,T + 1{,}00.\,10^{-9}\,T^2),$$

en voor No. 26

$$l_t = l_o\,(1 + 8{,}611.\,10^{-6}\,T + 1{,}00.\,10^{-9}\,T^2).$$

waarbij T de temperatuur volgens den waterstofthermometer voorstelt.

In het Bureau International worden nog onderzoekingen uitgevoerd, welke wellicht zullen leiden tot kleine wijzigingen van de getallen in de hier gegeven formules voor de uitzetting.

Door deze vergelijkingen is de bovenbedoelde onzekerheid opgeheven, en is het mogelijk geworden, metingen waarbij van de Nederlandsche standaardmeters No. 19 en 27 is gebruik gemaakt, aan te sluiten aan die, waarbij de internationale meter 𝔐 als eenheid is genomen.

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 28 April 1923, in het Natuurkundig Laboratorium der Universiteit te Amsterdam.

Prof. G. J. Elias, houdt een voordracht:

Over de reflectie van electromagnetische golven aan de zoogenaamde „Heaviside-laag".

De bedoeling der voordracht is te trachten op grond van experimenteel vastgestelde feiten eenig inzicht te verkrijgen omtrent het geleidingsvermogen der hoogere lagen van de atmospheer en de daarmede gepaard gaande reflectie van electromagnetische golven, die in de radio-telegrafie worden gebruikt.

De voortplanting dezer golven op groote afstanden heeft o. m. aanleiding gegeven tot de onderstelling, dat de hoogere atmospherische lagen een betrekkelijk groot geleidingsvermogen moeten bezitten. Watson[1]) heeft aangetoond, dat buiging der golven alleen niet in staat is de waargenomen intensiteit der radiotelegrafische seinen op groote afstanden van het zendstation te verklaren. Door aan te nemen, dat op eene hoogte van 100 km. ongeveer eene laag is met een geleidingsvermogen van 1.9×10^{-14} electromagnetische eenheden vindt hij[2]) overeenstemming met de empirische formule van Austin.[3])

Als oorzaak van de ionisatie der atmospheer bij dag wordt in de eerste plaats het door de zon uitgezonden ultraviolette licht aangenomen, in de tweede plaats de invloed van corpusculaire stralingen, eveneens afkomstig van de zon, welke stralen tevens de verschijnselen van het Noorderlicht zouden veroorzaken. Het

---

1) Watson. Proc. Roy. Soc. *A*. **95**. 1919.
2) Watson *l. c.* p. 546.
3) Austin. Bull. Bur. of stand **7**. 1911, p. 315.

is waarschijnlijk te achten, dat de van het ultraviolette licht afkomstige ionisatie zich tot dichter bij de aarde uitstrekt dan die, welke door de corpusculaire stralingen wordt veroorzaakt. Bij dag zou alsdan het ultraviolette licht de oorzaak zijn van het optreden der „Heaviside-laag". Aangezien het in de hoogere lagen voor een groot deel aanwezige waterstofgas het ultraviolette licht veel gemakkelijker doorlaat en in veel mindere mate lichtelectrisch is dan het stikstofgas, kan worden aangenomen, dat in hoofdzaak moleculen van dit laatste gas zullen worden geïoniseerd.

Is de lichtintensiteit op zekere hoogte I_ν voor de frequentie ν, de met de dichtheid evenredige absorptiecoëfficiënt $n\,\beta_\nu$, waarin n het aantal stikstofmoleculen per c.m.³ voorstelt, dan is de verandering der intensiteit met de hoogte bij loodrechten inval der stralen $d\,I_\nu = n.\,\beta_\nu .\, I_\nu .\, d\,z$. Door invoering van $n = n_0\, e^{-\alpha z}$, waarin α de constante is, die de afneming der dichtheid met de hoogte voor stikstof bepaalt, wordt verkregen

$$I_\nu = I_{\nu\,\infty}\, e^{-\frac{n_0 \beta_\nu}{\alpha} e^{-\alpha z}}$$

als $I_{\nu\,\infty}$ de intensiteit op zeer groote hoogte voorstelt. Voor laatstgenoemde intensiteit wordt de stralingsformule van Planck als geldig aangenomen bij eene temperatuur der zon van 6000°. Van de in de atmospheer geabsorbeerde energie wordt ondersteld, dat ieder lichtquant aanleiding geeft tot ionisatie van één molecule, zoodra de frequentie grooter is dan eene waarde ν_0. Deze grensfrequentie zou feitelijk uit de ionisatiespanning van stikstof moeten worden bepaald. De op deze wijze bepaalde frequentie is echter lager dan die, waarbij reeds lichtelectrische werking is waargenomen bij stikstof. Om deze reden is voor de frequentie ν_0 genomen de waarde 120 $\mu\mu$, waarbij de lichtelectrische werking van stikstof nog zeer sterk is. Misschien moet de grens nog aanmerkelijk hooger worden gelegd; anderzijds is de onderstelling, dat er voor de vorming van één paar ionen slechts één lichtquant van de geabsorbeerde lichtenergie noodig is, aan bedenking onderhevig. Op grond van de gemaakte onderstellingen wordt voor het aantal ionenparen, dat per c.m.³ en per tijdseenheid wordt gevormd, verkregen

$$\frac{n}{h}\int_{\nu_0}^{\infty} \beta_\nu \frac{I_\nu\, d\nu}{\nu}$$

Om hieruit het aantal ionenparen n_1 per c.m.[3] te bepalen, moet de recombinatiecoëfficiënt bekend zijn. Volgens Langevin[1]) is deze evenredig met de dichtheid, zoodat gesteld kan worden

$$n\, n_1{}^2 \gamma = \frac{n}{h} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{I_{\nu\,\infty}\, e^{-\frac{n}{\alpha}\beta_\nu}\, \beta_\nu}{\nu}\, d\nu$$

Het geleidingsvermogen van lucht en waterstofgas is volgens waarnemingen van Townsend en zijn medewerkers[2]) voor een stroom electronen, wat hier wel in hoofdzaak zal kunnen worden aangenomen, afhankelijk van n_1 / n, welke afhankelijkheid bij kleine waarde van den druk zeer tennaastenbij een lineair verband wordt. De waarde van β_ν is voor het hier in aanmerking komende spectraalgebied constant aangenomen en berust op eene schatting, gemaakt op grond van waarnemingen omtrent absorptie van ultraviolet licht door Hopfield.[3])

Met behulp van de genoemde waarnemingen werd berekend, dat het geleidingsvermogen der atmospheer van eene waarde 3×10^{-23} electromagnetische eenheden op 60 km. hoogte zou toenemen tot 10^{-12} *e. m. e.* op 100 km. (het feit, dat op die hoogte de stikstof waarschijnlijk nog slechts een bijmengsel is van de waterstof, is daarbij in rekening gebracht). Indien ultraviolet zonlicht van grootere golflengte eene geringere absorptie heeft en ook nog ioniseerend werkt, kan het geleidingsvermogen ook nog op geringere hoogte eene waarde hebben, grooter dan de met de hier gebezigde gegevens berekende.

Wordt nu de terugkaatsing van electromagnetische golven aan een laag met een geleidingsvermogen, zooals hier berekend, bij benadering nagegaan, dan blijkt deze in goede overeenstemming te zijn met het door Watson (zie boven) daarvoor berekende bedrag.[4])

---

1) P. Langevin. Ann. d. Chim. et d. Phys. (7) 28 p. 443. 1903.
2) J. S. Townsend en H. T. Tizard. Proc. Roy. Soc. *A* **88** p. 336, 1913. Zie ook Townsend en Bailey. Phil. Mag. Nov. 1922.
3) Hopfield. Phys. Rev. Dec. 1922.
4) Binnenkort hoop ik in het Tijdschrift van het Nederlandsch Radiogenootschap een en ander uitvoeriger uiteen te zetten.

BIBLIOGRAPHIE EN REFERAATWEZEN.*

De commissie voor de intellectueele samenwerking van den Volkenbond heeft een subcommissie voor bibliographie ingesteld, welke in haar jongstleden vergadering van 17 Maart te Brussel verschillende wenschen en besluiten heeft geformuleerd. Alvorens tot een definitieve formuleering harer conclusies over te gaan, heeft de commissie zich tot verschillende nationale organisaties gewend, om het oordeel van deze te vernemen. Voor Nederland heeft zij zich gericht tot het Nederlandsch Instituut voor Documentatie en Registratuur (gevestigd te 's-Gravenhage, Carel van Bylandtlaan 30), welke instelling op haar beurt het oordeel van belanghebbenden en belangstellenden zou willen vernemen over de volgende punten, die betrekking hebben op het referaatwezen:

1e. Referaten van wetenschappelijke publicaties dienen, met het oog op latere centralisatie in referaten-tijdschriften, te worden vervaardigd in elk land door nationale organisaties, welke een onderdeel uitmaken van internationale vereenigingen of instellingen voor iedere bijzondere groep van wetenschappen;

2e. Elk land dient de referaten te verschaffen in een der talen, welke in het internationale verkeer gebruikelijk zijn, zulks zonder te prejudicieeren op eventueele referaten, welke in de nationale taal verschijnen;

3e. Alle referaten, welke op eenzelfde wetenschap betrekking hebben, dienen zooveel mogelijk te worden samengebracht in éénzelfde publicatie voor éénzelfde land of groep van landen, waarbij in het oog dient te worden gehouden, dat het wenschelijk is, op den duur tot een centraal internationaal referaten-orgaan voor elken tak van wetenschap te geraken;

4e. Behalve in deze publicaties dienen de referaten op kaarten gedrukt of zoodanig gedrukt te worden, dat zij op kaarten kunnen worden geplakt, ten einde de centralisatie, het raadplegen en de uitwisseling te vergemakkelijken;

5e. Ten einde het referaatwezen te vergemakkelijken, is een internationaal accoord wenschelijk, volgens hetwelk de schrijvers der artikelen, de redacteuren en uitgevers der tijdschriften zich bereid verklaren de artikelen door een korte samenvatting te laten voorafgaan (synopsis) en door een kort overzicht van de verkregen uitkomsten te laten volgen (conclusie), zooals reeds door verscheidene tijdschriften in toepassing is gebracht (hier te lande door het „Recueil des travaux chimiques des Pays Bas" en door „Physica"); *

6e. Een verzoek dient te worden gericht tot de leiders van belangrijke wetenschappelijke publicaties, om hun uitgaven zooveel mogelijk in afzonderlijk gebonden speciale deelen te doen verschijnen, ten einde een zoo practisch en zoo groot mogelijke verspreiding van de publicaties voor elk speciaal onderdeel van wetenschap te verkrijgen.

De bibliographische sub-commissie van de Volkenbonds-commissie voor de intellectueele samenwerking is van oordeel, dat, om de genoemde beginselen te verwezenlijken, conferenties noodzakelijk zijn van de betrokken organisaties, in het bijzonder van vertegenwoordigers der wetenschappelijke tijdschriften, die referaten publiceeren.

De sub-commissie stelt voor, reeds thans maatregelen te treffen voor het beleggen van twee van dergelijke conferenties: een op het gebied der natuurkunde en der physische chemie en een andere op het gebied der klassieke philologie.

* Gaarne voldoen wij aan het tot ons gerichte verzoek om dit bericht in Physica op te nemen. Naar aanleiding van het sub 5 vermelde, mogen wij misschien ons leedwezen er over uitspreken, dat van de in ons tijdschrift geboden gelegenheid om aan ieder artikel een korte samenvatting toe te voegen, lie.st in een der meest gangbare vreemde talen, door de auteurs betrekkelijk zoo weinig gebruik wordt gemaakt. Red.

BOEKBESPREKING.

Het Natuurkundig Laboratorium der Rijks-Universiteit te Leiden in de jaren 1904—1922. Gedenkboek aangeboden aan H. Kamerlingh Onnes, directeur van het Laboratorium bij gelegenheid van zijn veertigjarig professoraat op 11 November 1922. Leiden—E. IJdo—1922. 458 blz. Prijs f 10,—.

Belangwekkend is dit werk in hooge mate. Toen ik het voor de eerste maal begon te lezen, was het 10 uur 's avonds; een oogenblik later bleek het twee uur te zijn en noopte de burgerlijke welstand mij, zeer tegen mijn zin, de lezing af te breken. Zoodra het mij mogelijk was heb ik den volgenden dag de lezing ten einde gebracht.

Dit aan Kamerlingh Onnes opgedragen werk is zeer sober in woorden van lof voor den jubilaris. De bewerkers der artikelen hebben wel zeer juist ingezien, dat men Onnes geen grooteren lof kan geven dan door de simpele opsomming van zijn werk, daaronder begrepen zijn aandeel in het werk zijner medewerkers.

De knapheid van alle bijdragen, bewijst, dat hij, die nu eens niet dit Leidsche werk leidde, school gemaakt heeft. Dit boek heeft iets van een encyclopedie. Door de veel omvattendheid van het werk in Leiden moest het Gedenkboek wel worden een verzameling van monografieën over bijna elk tegenwoordig in gisting verkeerend onderdeel der natuurkunde.

H. A. Lorentz wijst in de „Opdracht" erop, dat het aan Onnes in 1904 aangeboden Gedenkboek „slechts het voorspel bleek te zijn geweest tot hooger vlucht, waardoor uitkomsten en gezichtspunten werden bereikt, van welke aanvankelijk de stoutste verbeelding niet had kunnen droomen". En iets verder: „Met waarlijk prophetischen blik had Onnes van het begin af het groote belang van het werken bij lage temperaturen ingezien" daarbij doelend op het eerst later begrepen feit, dat juist bij lage temperaturen de invloed der quanta het meest merkbaar gaat worden. In het artikel van den betreurden J. P. Kuenen over het cryogeen laboratorium als internationale instelling voor het onderzoek bij lage temperaturen wordt nog eens verhaald, hoe men in Leiden het helium bedwong. Het verhaal doet steeds weer denken aan de beschrijving van een veldslag, waarin een veldheer glansrijk overwon. De drie volgende artikelen van C. A. Crommelin besluiten het eerste hoofdstuk. Zij zijn getiteld: Methodes en hulpmiddelen in het cryogene laboratorium, Verbouwing en uitbreiding en De instrumentmakers- en glasblazersopleiding. Deze laatste vertegenwoordigd misschien wel de geniaalste organisatievondst van den organisator Kamerlingh Onnes. Uit het eerste artikel stippen wij aan, dat tegenover 1904 (het vorige Gedenkboek) de vorderingen bestaan in het inrichten der waterstof- en heliumcycli en het mogelijk maken van onderzoekingen bij „waterstof-" en „helium-temperaturen". Wij vernemen, dat men binnenkort in het laboratorium 30 L. vloeibare lucht zal kunnen maken per uur en nu reeds in staat is, 13 L. vloeibare waterstof en 1,7 L. vloeibaar helium per uur te leveren. Men bereikt zoo noodig zonder veel moeite 1 $^0 K$. (Deze laatste temperatuur-notatie, ingevoerd door Onnes en Keesom begint langzamerhand burgerrecht te krijgen.)

Werden in dit eerste hoofdstuk de middelen beschreven, waarmede resultaten zouden kunnen worden bereikt, de resultaten zelf, zooals zij door Onnes en zijn medewerkers neergelegd zijn in een 160-tal „Communications", komen in het overige deel van het werk ter sprake. Hoofdstuk II, handelend over thermodynamische onderzoekingen opent met een artikel van W. H. Keesom, dat men bijkans zou kunnen beschouwen als een wel zeer noodig geworden aanvulling van Comm. Suppl. 23. het deel, dat ook in de Encyclopädie der Math. Wiss. is gepubliceerd. De typisch Leidsche neiging tot strenge systematiseering, de vrucht zonder twijfel van een bewust streven in die richting bij de langdurige nauwe samenwerking van den schrijver met Onnes, treedt hier sterk aan den dag. Verdere artikelen in dit hoofdstuk leverden E. Mathias, C. A. Crommelin en J. E. Verschaffelt. Steeds is voor een onderdeel de schrijver gekozen, die in het onderwerp het meeste thuis is. Wij kunnen hier niet aan elk artikel van het boek recht doen, zooals het verdient; daartegen verzetten zich overwegingen, die zelfs niet voor deze buitengewoon belangrijke verschijning mogen worden opzijgezet. Het volsta dus, dat wij verder nog alleen vermelden, dat in Hoofdstuk III de magnetische onderzoekingen besproken worden door P. Weiss en H. R. Woltjer, dat in Hoofdstuk IV over optische, magnetooptische en radioactieve onderzoekingen P. Zeeman, Jean Becquerel, P. Ehrenfest en Mevrouw P. Curie aan het woord zijn en dat Hoofdstuk V over electrische onderzoekingen gevormd wordt door bijdragen van C. A. Crommelin, A. Einstein en Bengt en Anna Beckman.

De door Lorentz in de Opdracht uitgedrukte hoop, dat het werk een passenden indruk zal geven van „het vernuft, de vindingrijkheid, de geestdrift en de toewijding, waardoor dit alles bereikt is" is wel volkomen in vervulling gegaan. Dit is de zeer groote verdienste van de uitgevende Commissie, die zich bescheidenlijk geheel ongenoemd laat en daarom hier vermeld worde: P. Zeeman, H. A. Lorentz, L. H. Siertsema, W. H. Keesom, W. J. de Haas, C. A. Crommelin (die de redactie van het geheel voerde) en H. R. Woltjer. Mooie platen ten deele naar teekeningen van H. H. Kamerlingh Onnes (o.a. een portret van den jubilaris) versieren het werk. De uitvoering door E. IJdo te Leiden is onberispelijk, zooals men van hem gewend is.

K.

Dr. H. J. Oosting. **31 fotografiën van proeven met lichtstralen, terugkaatsing op spiegels, breking door lenzen, enz.** Uitgave J. B. Wolters. Prijs f 2,40.

Een keur-collectie foto's! De lichtstralen, waarvan de banen door middel van sigarenrook zichtbaar werden gemaakt, zijn duidelijk en scherp begrensd afgedrukt. De gebruikte toestellen, als spiegels, lenzen, schermen, bakjes met vloeistof enz., staan er al even precies en goed belicht op. Eerst is een korte opname gemaakt bij daglicht van de apparaten, daarna zijn de lichtstralen gefotografeerd gedurende een veel langeren duur, terwijl het vertrek donker was. Een volledige beschrijving van de gevolgde methode vindt men bij de collectie toegevoegd. Het staat er alles zoo eenvoudig, maar degene, die de foto's tracht na te maken. zal gauw tot de conclusie komen dat het zeer moeilijk is, ze zoo goed te krijgen.

Nog beter uit de aard der zaak, voldoen de lantaarnplaatjes, die van dezelfde proeven zijn vervaardigd en te verkrijgen zijn bij de firma Newton & Co. Ltd., 37 Kingstreet, Covent Garden, Londen W. C. 2. Terecht, zegt Dr. Oosting hiervan, dat zij een nieuw hulpmiddel vormen voor het onderwijs in de Natuurkunde aan Hoogere Burgerscholen, Gymnasia, Kweekscholen, enz.

„Er zullen natuurlijk wel leeraren zijn, die de voorkeur er aan geven zelf in de les de proeven te doen. Dit is echter zeer tijdroovend en vereischt oefening. Nu kan worden volstaan met de uitvoering van enkele proeven en kan voor de overige de projectie der lantaarnplaatjes in de plaats treden." De beeldvorming bij spiegels en lenzen met het voorwerp op verschillende afstanden, de evenwijdige bundels met hun bijassen, breking, totale terugkaatsing, de stralenloop bij lenzenstelsels, sferische abberatie, al deze zaken zijn er werkelijk zeer goed mee te demonstreeren. Ja, zelfs de intensiteitsverschillen der lichtbundels na breking of terugkaatsing zijn op de diapositieven te zien.

M.i. zullen deze opnamen spoedig in vele Natuurkundelessen hun groote diensten bewijzen. Mocht men om de een of andere reden de lantaarnplaatjes niet kunnen aanschaffen, dan kan toch zeker het stel afdrukken worden aangekocht. De leeraar zal er veel profijt van hebben. Eigenlijk is het de bedoeling van Dr. Oosting, dat elke leerling een volledig stel foto's in eigendom zal hebben, „om daaraan het in de les behandelde later voor zichzelf nog weer na te gaan of nog later voor een repetitie te gebruiken". Maar ik moet bekennen, dat ik daarvan toch de noodzakelijkheid niet inzie. Al deze proeven zijn in de leerboeken beschreven en staan er schematisch voorgesteld. En alleen, omdat zij volgens de methode Oosting zoo veel mooier zijn in beeld gebracht, mag men toch van de leerlingen niet vergen, dat zij zich de foto's zullen aanschaffen. Waar zou dat naar toe moeten, als op andere gebieden der Natuurkunde even interessante opnamen zijn of worden gemaakt? Daarbij: de strikt noodzakelijke leermiddelen zijn, dunkt mij, al duur genoeg.

H.

N. Bohr. **Drei Aufsätze über Spektren und Atombau.** Sammlung Vieweg, Heft 56, 148 blz., 7 fig. - Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1922. Prijs f 3,60.

Reeds eenmaal is in ons tijdschrift een werk van denzelfden schrijver bij denzelfden uitgever verschenen, besproken. (Zie Physica I p. 149). De onderwerpen zijn nauw verwant maar toch, welk een groot verschil: Daar, Duitsche vertalingen van verhandelingen in Phil. Mag. of Nature verschenen, hier een drietal „Aufsätze" (beter had men ze „Vorträge" kunnen noemen) ontstaan uit voordrachten door den schrijver over deze onderwerpen gehouden. Toen moest de bespreker o.m. verklaren: „maar niettemin acht ik ze nu, na zoovele jaren na hun eerste verschijnen, niet gesehikt om zonder commentaar gelezen te worden door iemand, die als buitenstaander meer van de zaak wil leeren kennen".

Hoe geheel anders kan nu het oordeel van den bespreker luiden. Als Bohr het voorwoord voor deze „Aufsätze" eindigt met de hoop uit te spreken: „Möge die Darstellung genügend klar sein, um dem Leser einen Eindruck von dem besonderen Reiz zu geben. den eben dieser Tatbestand dem Studium der Atomphysik verleiht", dan kunnen wij ten volle verzekeren, dat de schrijver (beter wellicht nog de *spreker*) daarin volkomen geslaagd is.

Want daarin zie ik een groot voordeel, dat het *„voordrachten"* zijn, die hier geboden worden. Het gesproken woord is voor hen, die zich in deze zaak willen oriënteeren om er daarna verder in te kunnen doordringen, van grootere waarde dan het strenge geschreven woord van eene wetenschappelijke verhandeling.

Daar komt nog iets bij:

De drie voordrachten, die hier gegeven worden, vormen in zekeren zin een geheel.

De eerste „Über das Wasserstoffspektrum", werd 20 December 1913 in Kopenhagen gehouden. Zij geeft een overzicht van het eerste stadium, en biedt aan hen, die in deze materie nog niet thuis zijn, de gelegenheid om zich daarin gemakkelijk te oriënteeren.

De tweede voordracht „Über die Serienspektren der Elemente" werd 27 April 1920 in de Deutsche Physikalische Gesellschaft in Berlijn gehouden en is o.a. ook in Zeitschrift für Physik (Band 2, p. 423, 1920) afgedrukt. Ruim 6 jaar zijn sinds de vorige verloopen, in welke tijdsruimte op dit gebied groote vorderingen zijn gemaakt. Deze voordracht nu sluit in haar eerste gedeelte zeer goed bij de eerste aan, maar dan gaat het verder. Een tweede deel geeft een overzicht van de ontwikkeling der quantumtheorie in die laatste 6 jaren, doch uitsluitend met betrekking tot het waterstofspectrum. Daar vindt men ook het eerste optreden van het z.g. Korrespondentieprincipe, dat een formeele samenhang toont tusschen de in den grond verschillende begrippen, waarmede de klassieke electrodynamica en de quantumtheorie werken. Een laatste deel dezer voordracht behandelt uit hetzelfde gezichtspunt de spectia van atomen met een grooter aantal electronen.

In de derde voordracht, die 18 October 1921 in Kopenhagen werd gehouden, ontwerpt Bohr in hoofdtrekken een beeld van een atoom, op grond van quantumtheoretische onderzoekingen over de stabiliteitsvoorwaarden van het atoom in verband met het bovengenoemde korrespendentieprincipe. Dit sluit weer mooi aan op gedeelten uit de tweede voordracht en kan als een uitbreiding daarvan beschouwd worden. Wel vindt men hier en daar herhalingen van hetgeen men in de tweede voordracht heeft gehad, maar dit is eerder als winst te beschouwen, daar dan de derde voordracht beter begrepen wordt. In het voornaamste deel van deze voordracht dringt Bohr geleidelijk door naar de elementen met hooger atoomnummer en weet de eigenschappen van boog- en vonkspectra en het chemisch gedrag door zijn theorieën in groote trekken te verklaren. Ten slotte geeft hij in eenige trekken een verklaring van de Röntgenspectra, waarover later een uitvoerige verhandeling zal volgen.

Het is deze laatste voordracht, waarvan door Kramers in ons tijdschrift (Physica II p. 269) een uitvoerig samenvattend overzicht wordt gegeven, zoodat ik niet nader op eene bespreking daarvan behoef in te gaan.

Uit het bovenstaande zal duidelijk zijn geworden, dat ik ieder, die zich op het gebied van atoombouw en seriespectra wil oriënteeren ten zeerste deze „Aufsätze" kan aanbevelen. De druk is zooals we dat in „Sammlung Vieweg" gewoon zijn: de figuren, die vooral de laatste voordracht verduidelijken, zijn netjes uitgevoerd.

v. L,

J. Chadwick. **Radioactivity and Radioactive Substances.** 111 blz. 32 fig. 9 tab. Sir Isaac Pitman & Sons, London, 1921.

Dat een werkje over radioaktieve verschijnselen door niemand minder dan Rutherford met een kort inleidend woord zoo warm wordt aanbevolen, zegt op zichzelf reeds veel. Dc schrijver tracht, uitgaande van de kerntheorie van het atoom, en zonder juist de historische lijn in de verschijnselen te volgen, den lezer reeds van den beginne af vertrouwd te maken met het eigenlijke karakter der radioaktieve omzettingen en daarmee tevens een helderen blik te doen slaan in den aard van vele verschijnselen, die zich dikwijls zoo samengesteld aan ons schijnen voor te doen.

Het boekje is buitengewoon frisch en pittig in zijn betoog, en hoewel het uit den aard der zaak op vele, zélfs belangrijke verschijnselen slechts even licht kan doen vallen, is de schrijver ondanks dat, er toch in geslaagd, juist telkens het essentieele op den voorgrond te brengen, waardoor dit werkje, in al zijn beknoptheid, toch eigenlijk zoo heel veel bevat.

Verschillende hoofdstukken vinden achtereenvolgens hun korte behandeling, terwijl, waar het de α-, β- en γ-stralingen betreft, vooral ten opzichte der absorptieverschijnselen, de schrijver iets dieper in zijn onderwerp doordringt, hetgeen wellicht hierdoor te verklaren is, dat Chadwick zelf op dit gebied zooveel heeft gewerkt, en hetgeen m. i. de behandeling ten goede komt. Ook doet het aangenaam aan, waar het geldt een korte beschouwing der radioaktieve stoffen zelve, nu eens niet een dorre opsomming van feiten en eigenschappen van alle ongeveer 40 radioaktieve elementen te vinden, maar slechts van enkele iets belangrijks te zien vermeld. Op volledigheid wil dit boekje dan ook in het minst niet aanspraak maken; wie dieper de verschijnselen wenscht te leeren kennen raadplege de werken van Rutherford, Mme Curie, Meyer en v. Schweidler e. a. Maar aan elkeen, die, belangstellende in het hier behandelde onderwerp en zonder er te diep op in te willen gaan, zich toch daarin een zeker en juist inzicht wenscht, zou ik dit werkje als een zeer betrouwbaren gids willen aanbevelen. H. F.

Robert Andrews Millikan. **Das Elektron.** Übersetzt von Prof. Dr. Stöckl. Sammlung „Die Wissenschaft" No. 69. 263 blz. 32 Fig. Fr. Vieweg & Sohn Akt. Ges. Braunschweig 1922. Prijs ingen. f 6,75, geb. f 8,25.

Het is een verblijdend teeken, dat de man, die zooveel heeft bijgedragen tot de afzondering en de meting van het electron eens een boek schrijft over dat electriciteitsdeeltje dat hem zoo goed bekend is geworden. De ondertitel van het werk: „Seine. Isolierung und Messung, Bestimmung einiger seiner Eigenschaften" geeft reeds duidelijk aan waar de kern van het boek ligt: Millikan's proeven en de strijd tegen het „subelectron" van Ehrenhaft. Daaromheen is de andere stof gegroepeerd zooals uit de titels der achtereenvolgende hoofdstukken moge blijken:

Hoofdstuk I geeft de vroegere beschouwingen over het wezen der electriciteit. In het volgende komt de uitbreiding van de wetten van de electrolyse op de gassen. Hier blijkt duidelijk dat Millikan onder „electron" steeds verstaat het elementair quantum electriciteit in den zin zooals dat begrip eens door Stoney is ingevoerd. Dan wordt een hoofdstuk gewijd aan de vroegere bepalingen van e van Townsend, J. J. Thomson en Wilson. In hoofdstuk IV en V volgen dan, nadat in het eind van het vorige hoofdstuk nog de methode der zwevende druppels is uiteengezet, het algemeene bewijs voor de atomistische natuur der electriciteit en de nauwkeurige bepaling van e, en de afwijkingen van de wet van Stokes. Nu volgen weer een paar hoofdstukken over de ionisatie en de Brown'sche beweging in gassen, waarop dan in hoofdstuk VIII de strijd met Ehrenhaft volgt onder den titel; „Gibt es Subelectronen?" De beide laatste hoofdstukken die atoombouw en de quantentheorie der straling behandelen, leveren niets nieuws.

Doordat de meeste mathematische afleidingen naar een „Anhang" zijn verschoven, is het boek ook voor een niet-mathematisch ontwikkelde goed te lezen. Millikan heeft het zich dan ook gedacht, zoowel voor den vakman als voor den leek. Een reeks van 18 tabellen verduidelijken de verkregen uitkomsten. Twee alphabetische registers op schrijvers naam en onderwerp, maken het opzoeken zeer gemakkelijk. De figuren zijn op enkele uitzonderingen na, duikelijk.

Voor ieder, die zich op het gebied van het electron wil oriënteeren, en vooral ook in de experimenteele zijde van het vraagstuk belang stelt, kan ik dit boek zeer aanbevelen.

T. v. L.

A. Kneser. **Die Integralgleichungen und ihre Anwendungen in der mathemetischen Physik.** (F. Vieweg und Sohn A. G. 1922).

De schrijver van dit boek over integraalvergelijkingen, waarvan de eerste druk in 1911 is verschenen heeft physische toepassingen als uitgangspunt van zijn beschouwingen gekozen en licht ook, al voortgaande, de verkregen uitkomsten herhaaldelijk met voorbeelden uit natuurkunde en mechanica toe. Op deze wijze wordt de belangstelling van den physicus bij het doorwerken levendig gehouden en de indruk gevestigd, dat de inspanning die het indringen in dit onderwerp van hen eischt — al zal die wegens de wiskundige moeilijkheden wellicht niet gering zijn — goed besteed is. Aan den anderen kant zal de wiskundige, die bij een vluchtige lezing der eerste hoofdstukken, wellicht de meening zou kunnen opvatten, dat dit boek eenigszins buiten zijn spheer ligt, als hij met ernst verder gaat, weldra het gevoel krijgen, te worden geleid door een betrouwbaren gids, die zich terdege er van bewust is, wat hij doet en hoever hij gaan kan, als hij bij een eerste oriënteeren de wiskundige strengheid een oogenblik ter zijde laat en op grond van vermoedens in plaats van bewezen waarheden een weg tracht aan te wijzen, die tot het doel zal voeren.

Het volgende overzicht zal een idee geven van den inhoud. Aan de hand van het vraagstuk der temperatuurverdeeling in een rechte warmtegeleidende staaf wordt getoond, hoe men tot een integraalvergelijking komt en worden de eenvoudigste eigenschappen van den kern toegelicht en de beteekenis der karakteristieke functies en karakteristieke getallen (Eigenfunktione en Eigenwerte). Voorloopig worden alleen symmetrische kernen beschouwd. Reeds dadelijk wordt de aandacht gevestigd op de ontwikkeling van verschillende functies in reeksen van karakteristieke functies en in het bijzonder op de ontwikkeling van den kern (biliniare Reihe). In het derde hoofdstuk komt de theorie voor het eerst aan het woord, voor doorloopende svmmetrische kernen wordt het bestaan van karakteristieke functies aangetoond en de eigenschappen, dier functies, in het bijzonder die, welke met orthogonaliteit in verband staan onderzocht, ten slotte voeren deze beschouwingen tot de stelling van Mercer over de ontwikkeling van den kern. Onderweg wordt opgemerkt, dat men een aantal der resultaten algemeener kan maken door de definitie van „bruikbaar ondoorloopende kernen". Dan volgen weer toepassingen, waarbij o. a. reeksontwikkelingen naar functies van Bessel en veeltermen van Legendre. Daarbij wordt telkens de theorie uitgebreid, zoo worden een aantal gevallen, die niet niet onder de stelling van Mercer vallen behandeld met behulp van een onderzoek naar het asymptotisch gedrag der karakteristieke functies. In het zesde hoofdstuk worden eenige gevallen behandeld, waarbij de geldigheid der ontwikkelingen met behulp van een beschouwing in het complexe vlak (en de residuenstelling van Cauchy) wordt bewezen. In het volgende hoofdstuk wordt het vraagstuk van Dirichlet besproken. Waarschijnlijk overtuigd, dat de waarde der methode tot den wiskundige voor zich zelf zal spreken, versmaadt schrijver het, die nog eens in het licht te stellen, door te vermelden, dat het hier betreft, het onderwerp van een beroemd geworden vergissing van Riemann. In het laatste hoofdstuk wordt zeer in het kort de theorie van Fredholm behandeld. Integraalvergelijkingen van het type van Volterra komen in dit boek niet ter sprake.

Wij veroorloven ons de opmerking, dat het boek zou winnen door eenige meerdere zorgvuldigheid in kleinigheden. De volgende voorbeelden mogen onze bedoeling duidelijk maken. In § 2 wordt gesproken over een functie $f(x)$ die in een punt ξ ondoorloopend is, terwijl $f^1(x)$ in ξ doorloopend blijft, deze spreekwijze wordt verder herhaaldelijk gebruikt en eerst in § 35 komt de opmerking (in een analoog geval) dat in ξ de afgeleide niet bestaat. In § 32 wordt gezegd, dat de reeksontwikkeling (met Besselsche functies) nu heel anders dan bij de functies van Sturm-Liouville moet worden afgeleid, omdat nu de stelling van Mercer niet kan worden toegepast, dit is in het andere geval echter ook niet gebeurd. De lezer zal echter vermoedelijk hiervan geen last ondervinden. De theorie van § 44 wordt in het vervolg toegepast in allerlei andere gevallen, dan waarvoor ze is afgeleid, wel wordt daar steeds op gewezen, maar het zal allicht den lezer het voortgaan bemoeilijken, zich telkens weer opnieuw van de geldigheid der beschouwingen te moeten overtuigen. Eenigszins in dezelfde lijn gaat de opmerking dat een lezer, die zelf b.v. de vrij ingewikkelde herleidingen, die op blz. 93 of blz. 200 slechts zijn aangeduid, kan terugvinden of die op blz. 245 zonder toelichting (die hij echter kan vinden in de beschouwing op blz. 266) de eindigheid en doorloopendheid van den daar beschouwden kern inziet, ook niet b.v. de uitvoerige behandeling van de eenvoudige stelling onderaan blz. 94 noodig heeft. Bovenaan blz. 77 en onderaan blz. 91 komen een paar vergissingen met teekens voor, die voor een lezer, die voor het eerst met de stof kennis maakt misschien eenigszins hinderlijk kunnen zijn. In § 38 ontbreekt een convergentiebewijs. H. B,

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

B. Wigersma, Natuurkunde en Relativiteitstheorie, 2e verm. druk, 86 blz. — J. W. Boissevain & Co., Haarlem 1923.

A. H. Borgesius, De Relativiteitsleer, 166 blz., 17 fig. — W. P. van Stockum en Zn., Den Haag, 1923

W. Guertler, Metallographie, Bd. II. Teil 2, Heft 6 (1): Die elektrische und Wärme-Leitfähigkeit, bewerkt door A Schulze. 185 blz. 36 fig. — Gebr. Borntraeger. Berlin. 1923. Prijs f 5,60.

MEDEDEELINGEN.

In het begin van Augustus a.s. zal het Vlaamsche Wis-, Natuur- en Geneeskundig Congres gehouden worden te Antwerpen. De Nederlandsche vakgenooten worden dringend uitgenoodigd, daaraan mede te werken. Wie zich als lid of deelnemer wenscht op te geven, of eene mededeeling wenscht te doen, wende zich tot Dr. C. De Jans (28, L. De Winnestraat, Gent) en zende zoo spoedig mogelijk een kort verslag van die mededeeling.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

3e JAARGANG | JUNI 1923 | NUMMER 6.

BEWEGINGEN IN SPIRAALNEVELS

door A. VAN MAANEN.

In het Augustus-nummer van den eersten jaargang van Physica schreef ik over de bewegingen, die zich in den Spiraalnevel Messier 33 Trianguli afspeelden. Daartoe waren een vijftigtal punten, die hoogstwaarschijnlijk tot den nevel behoorden, uitgemeten op platen, voor een deel na een tijdsverloop van tien, voor een deel met vijf jaar tusschenpoos genomen. De resultaten toonden aan, dat men te doen had hetzij met een rotatie, hetzij met eene buitenwaartsche beweging langs de stroomlijnen van den nevel. De gevonden bewegingen waren gelijksoortig aan die, welke in 1916 door mij waren verkregen voor Messier 101 [1]).

Het werk is sedert dien voortgezet met de volgende Spiraalnevels: Messier 51 [2]), 81 [3]), N. G. C. 2403 [4]), Messier 94 [5]), 63 [6]) en 33 [7]). Alle vertoonen rotatie of stroombeweging. In den laatsten nevel, voor welken in 1921 slechts een vijftigtal punten waren uitgemeten, is dit aantal onlangs tot 400 uitgebreid op een paar platen, met een tijdsverloop van ruim twaalf jaar opgenomen met den 60-inch reflector (focaallengte = 25 voet). De resultaten zijn weergegeven in Plaat I. De bewegingen zijn aangeduid door pijltjes; de schaal voor de jaarlijksche bewegingen is aangegeven in den rechter-benedenhoek. De vergelijkingssterren zijn omgeven door cirkels. Voor één punt, dat wegens zijn buitengewoon groote beweging ($\mu = 0''.136$) waarschijnlijk niet tot den nevel behoort, is deze beweging door eene gearceerde lijn aangeduid.

1) Contr. from the Mount Wilson Observatory, No. 118; Astroph. J. 44, 1916.
2) „ „ „ „ „ „ „ 213; „ „ 54, 1921.
3) „ „ „ „ „ „ „ 214; „ „ 54, 1921.
4) „ „ „ „ „ „ „ 242; „ „ 56, 1922.
5) „ „ „ „ „ „ „ 243; „ „ 56, 1922.
6) „ „ „ „ „ „ „ 255; „ „ 57, 1923.
7) Ter perse.

Het gedurende de laatste jaren verkregen materiaal toont, naarmate het tijdsverloop tusschen de oude en de nieuwe platen groeit, met steeds grooter zekerheid aan, dat in alle gevallen de gevonden verplaatsingen de volgende eigenaardigheden bezitten: *a.* na aftrek van de bewegingen van den nevel als een geheel, blijven verplaatsingen over, die geinterpreteerd kunnen worden hetzij als eene rotatie, hetzij als eene beweging langs de stroomlijnen naar buiten toe; *b.* de lineaire bewegingen zijn grooter voor de punten die verder van het middelpunt zijn gelegen, de hoeksnelheden daarentegen kleiner; *c.* als eene rotatie opgevat duiden de gevonden bewegingen perioden aan van 40.000 tot 240.000 jaren.

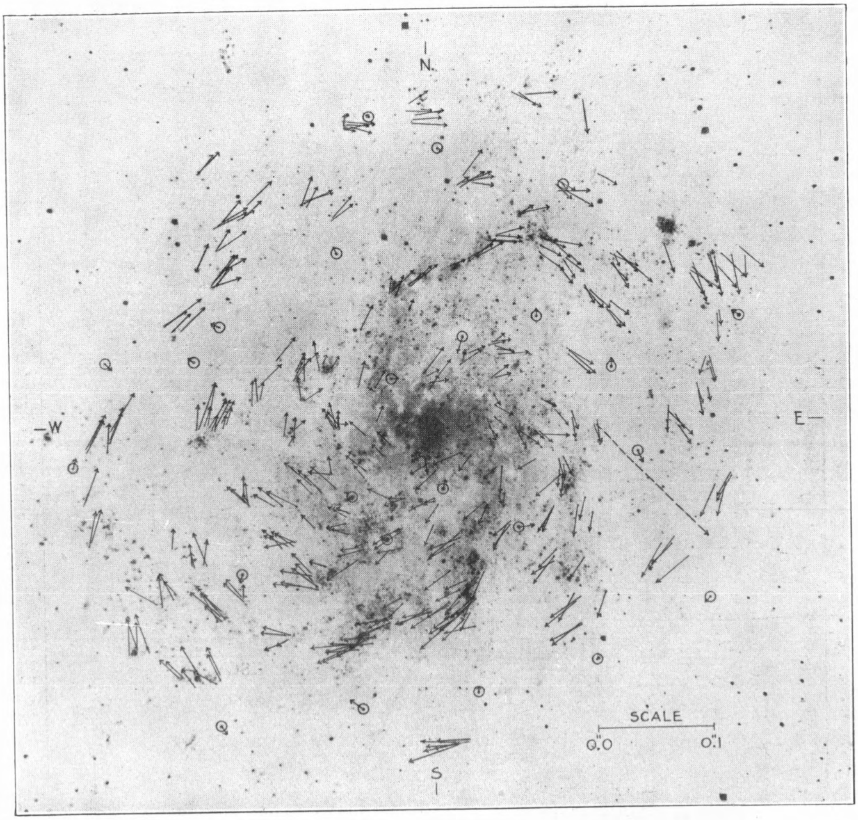
Voor de interpretatie van de spiraalnevels zijn deze resultaten van zooveel belang, dat het noodig is de realiteit der verkregen bewegingen zoo goed mogelijk vast te stellen en aan te toonen, dat zij niet aan oorzaken van instrumenteelen aard kunnen worden toegeschreven.

a. De teleskoop.

De meeste der platen werden in het Newtonian-focus van den 60-duims Mount Wilson reflektor genomen; een paar opnamen van Messier 33 echter werden gemaakt in het Cassegrain-focus en drie platen van Messier 101 met den Crossley reflektor van de Lick-sterrewacht. Dat deze instrumenten gelijksoortige verplaatsingen zouden geven, te wijten aan instrumenteele oorzaken, is zeer onwaarschijnlijk. Dat de teleskoop verder voor rechtsche spiralen (Messier 51, 81 en 101) eene rechtsche, voor linksche spiralen (Messier 33, 63, 94 en N. G. C. 2403) een linksche draaiing zou veroorzaken, is vrij wel onmogelijk. Ten slotte verkregen ook Kostinsky, Lampland en Schouten inwendige bewegingen voor Messier 51 van denzelfden aard.

b. De kwaliteit der platen.

Men kan denken, dat, indien de oude en nieuwe platen systematisch verschilden hetzij in kwaliteit, hetzij in densiteit, eene relatieve verschuiving kon worden gevonden tusschen de ronde beelden der vergelijkingssterren en de asymmetrische beelden der nevelpunten. Maar de kwaliteit was in sommige gevallen beter bij de oude, in andere bij de nieuwe photo's, terwijl de densiteit vrijwel in alle gevallen volkomen dezelfde was. Deze mogelijkheid kan dus uitgesloten worden als oorzaak van de gevonden uitkomsten.

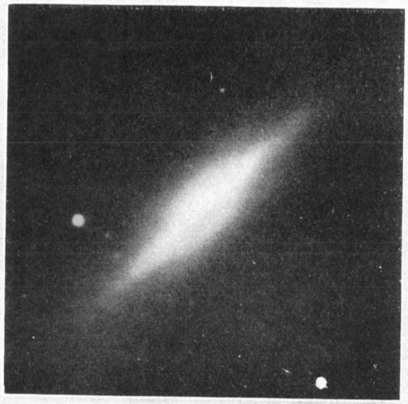


Beweging in Messier 33 Trianguli.

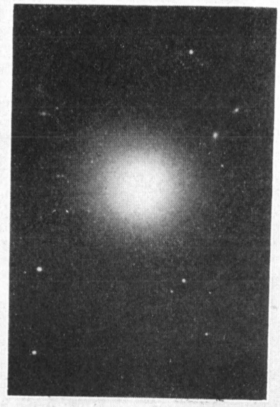
De pijltjes duiden de richting en grootte aan der bewegingen in ongeveer 2500 jaren. De vergelijkingssterren zijn omgeven door cirkels.

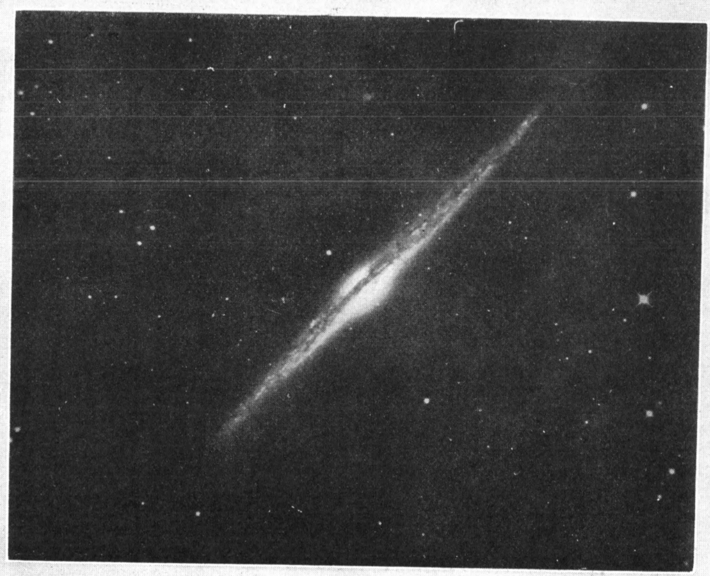
PLAAT I.

N. G. C. 3115



N. G. C. 4486





N. G. C. 4565

PLAAT II.

c. Het meetinstrument.

Voor het uitmeten der platen werden drie instrumenten gebruikt, een Stereocomparator van Zeiss, een dergelijk instrument in de werkplaats van de Mount Wilson Sterrewacht vervaardigd en een hulpinstrument, waarin twee microscopen boven de twee te meten platen waren bevestigd. Dat de optische systemen in alle drie instrumenten dezelfde foutieve opstelling zouden hebben die een draaiïng der nevelpunten zou veroorzaken, zonder ook de vergelijkingssterren te beïnvloeden is vrijwel uitgesloten. Zoowel een dergelijke fout als ook eene fout, welke kon voortvloeien uit eene mogelijke kromming in de rails, waarover de platen en het oculair bewogen worden, werd verder nog uitgesloten in de vier nevels, voor welke meer dan twee platen voorhanden waren, door dan van het eene paar de oude plaat in den linker, van het andere paar in den rechter plaathouder te meten.

d. De waarnemer.

De meeste platen werden door den schrijver gemeten. Maar Dr. Nicholson maakte in het geval van Messier 101 voldoende metingen om mijne resultaten te bevestigen. Onlangs heeft nu Dr. Lundmark Messier 33 uitgemeten en ook zijn resultaten schijnen de werkelijkheid der verplaatsingen aan te toonen; ten slotte hebben wij de metingen van Kostinsky, Lampland en Schouten, welke reeds onder *a* werden genoemd.

Indien dan de gevonden resultaten als reëele verplaatsingen moeten worden opgevat, zijn hiervoor slechts twee verklaringen mogelijk: òf de vergelijkingssterren vertoonen een draaiing om de nevels, hetgeen op zijn minst hoogst onwaarschijnlijk is; òf de Spiraalnevels vertoonen eene rotatie of beweging langs de stroomlijnen. Het theoretische werk, de laatste jaren door Jeans [1]) gepubliceerd, geeft ons redenen om eene dergelijke beweging in de spiraalnevels bij voorbaat te verwachten. Hij toonde aan, dat men in eene samendrukbare, roteerende gasmassa, zooals de meeste nevels moeten zijn, tengevolge van de straling eene inkrimping moet krijgen; daardoor wordt de wentelingssnelheid grooter en grooter, totdat de nevelmassa eerst den vorm van spheroïde, daarna van een lensvormige figuur aanneemt. Met de steeds aangroeiende rotatiesnelheid worden de deelen, die den

1) Problems of Cosmogony and Stellar Dynamics, Cambridge, 1919; The Nebular Hypothesis and Modern Cosmogony, Oxford, 1923.

scherpen rand vormen, afgeworpen. Bij afwezigheid van storende lichamen zal men een ring van nevelmaterie krijgen; in het meest voorkomende geval dat er storende lichamen zijn, zullen de deeltjes worden afgeworpen aan twee tegenovergestelde punten van den aequator. Echter zijn noch de ringen, noch de stroomen van gasmassa stabiel; zij vormen de condensaties welke de nuclei in de spiraalnevels zijn.

Aan den hemel vindt men nu voorbeelden van elk stadium, die eene nevelmassa gedurende dit ontwikkelingsproces doorloopt. In plaat II zijn drie ervan afgebeeld; N. G. C.: 4486 eene nog bijna ronde nevelmassa, N. G. C. 3115, welke het lensvormige type vertegenwoordigt en N. G. C. 4565, waar reeds een groot deel der materie in nuclei is gecondenseerd. Dat N. G. C. 4565 een spiraalnevel is, welks vlak door de gezichtslijn gaat is wel aan geen twijfel onderhevig; men vindt aan den hemel eene zoo continue reeks van objecten van het type van N. G. C. 4565 af tot Messier 33 toe, dat men wel moet aannemen dat hunne verschillende gedaante slechts een gevolg is van perspektief.

Nu is verder in een zestal spiraalnevels door spektroskopische onderzoekingen aangetoond, dat zij eene rotatie vertoonen om hun korte as; het is derhalve slechts logisch de door mij gevonden bewegingen als analoog te verklaren aan de spectroskopisch gevondene. Daar echter voor de metingen van directe photographieën juist die nevels in aanmerking komen, welker vlak ongeveer loodrecht staat op de gezichtslijn, terwijl voor de spectroskopische onderzoekingen juist die nevels de voorkeur verdienen, welker vlak door de gezichtslijn heengaat, is het slechts in één geval (Messier 33) gelukt, voor dezelfde punten de beide soorten van beweging te meten; uit eene vergelijking van de metingen der jaarlijksche eigenbeweging in een boog van een grooten cirkel met die van de snelheid in kilometers per secunde, laat zich voor de parallax van Messier 33 afleiden: $\pi = 0''.0005$.

Gelukkig zijn er nog andere middelen om de parallaxen van de spiraalnevels te bepalen. Zoo toonde Jeans niet alleen aan, dat condensaties in de armen gevormd moesten worden, maar ook, hoever deze condensaties van elkaar verwijderd moesten zijn; een vergelijking van de berekende afstanden in kilometers met die, welke men op de photographische platen in secundenboogs vindt, geeft dan eene bepaling voor den afstand. Op deze manier vond Jeans voor den Andromeda-nevel, $\pi = 0''.0006$, voor Messier

101, $\pi = 0''.0011$, voor Messier 51, $\pi = 0''.0065$.

Men kent verder de radieele snelheden van een dertigtal, de eigenbewegingen van een tachtigtal der grootere spiraalnevels. Uit eene vergelijking dezer beide grootheden kan men de gemiddelde parallax der groote spiraalnevels afleiden; men vindt $\bar{\pi} = 0''.0026$.

Al deze methoden wijzen dus op parallaxen van enkele tienduizendsten tot enkele duizendsten eener boogsecunde; met dergelijke waarden moeten de diameters der spiraalnevels varieeren van enkele tot enkele honderden lichtjaren. Daar nu volgens de verschillende onderzoekingen der laatste jaren ons melkwegstelsel een diameter van 20.000 tot 300.000 lichtjaren bezit, is het duidelijk, dat de spiraalnevels, ofschoon reusachtig in vergelijking met ons zonnestelsel, toch niet vergelijkbaar kunnen zijn met het systeem van den Melkweg.

Mt. Wilson Observatory, Pasadema.
April 1923.

WELKE MEETKUNDE GELDT OP EEN ROTEERENDE VLAKKE SCHIJF?

door H. GROOT.

Als overgang van het beperkt relativiteitsprincipe tot het algemeene heeft Einstein in verschillende publicaties [1]) een voorbeeld gegeven, waaruit op eenvoudige wijze moet blijken, dat een gravitatieveld invloed kan hebben op de metriek der ruimte.

Zijn redeneering komt ongeveer op het volgende neer: Men denke zich een vlakke schijf, die t. o. van zeker coördinatensysteem K met eenparige hoeksnelheid roteert om een as, die loodrecht op het vlak van de schijf door het middelpunt gaat. Wanneer dan in systeem K de Euclidische meetkunde geldig is, zal dit op de schijf niet het geval zijn. Zij n.l. de straal van de draaiende schijf r, dan zal men langs den omtrek van de schijf $2\pi r\,(1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ meedraaiende eenheidsstaven kunnen leggen

1) „Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie", Ann. d. Phys. 46, (1916).
„Ueber die specielle und die allgemeine Relativitätstheorie", Vieweg, (1916).
„Vier Vorlesungen über Relativitätstheorie", Vieweg, (1922).

(in de richting van den omtrek gelegd ondergaan deze n.l. een Lorentzcontractie). Beschrijft men vervolgens in K een cirkel met straal r, dan kan men hierin $2\pi r$ stilliggende eenheidsstaven leggen. Twee waarnemers, de een stilstaand in K, de ander meebewegend met de schijf, komen dus tot de conclusie, dat in K een cirkel met straal r een omtrek $2\pi r$ heeft, op de draaiende schijf echter $2\pi r(1-v^2/c^2)^{-1/2}$.

Tegen deze uitkomst heeft J. Becquerel bezwaar. In zijn werk „Le Principe de la Relativité et la Théorie de la Gravitation" reproduceert hij wel het betoog van Einstein, maar voegt er een „remarque" aan toe, waarin hij zegt, dat de volgende redeneering hem beter voorkomt: Laten op den omtrek N paaltjes op onderling gelijke afstanden staan. Dit aantal verandert niet of de schijf draait of stilstaat, evenmin kan er verandering door ontstaan in hun aequidistantie; maar wanneer de schijf draait, zullen zij zich wegens de Lorentzcontractie voor een waarnemer in K op onderling kleinere afstanden bevinden, dan wanneer de schijf in rust verkeert. Beoordeeld vanuit K is de omtrek kleiner geworden en geldt in tegenstelling met het vorige: omtrek/straal $< 2\pi$.

Wie van beiden heeft gelijk?

Ongetwijfeld Becquerel niet. Zijn fout bestaat hierin, dat hij er geen rekening mee houdt, dat de draaiende schijf geen spanningsloos ding is. Door de Lorentz-contractie trekken de omtrekvezels zich samen, maar de radiale vezels niet en er zullen dientengevolge elastische spanningen ontstaan, waardoor het niet waar behoeft te zijn, dat de straal van de draaiende schijf even groot is als van de stilstaande.

Teneinde de elastische spanningen bij deze beschouwingen buiten te sluiten, kunnen wij ons een zeer smallen, op de schijf liggenden en met deze meedraaienden hoepel voorstellen. Door een kleine wijziging, die ieder zonder moeite kan aanbrengen in de afleiding, die door Fokker is gegeven over den vorm van een rollenden hoepel [1]), kan men gemakkelijk aantoonen dat de straal van dezen hoepel op de volgende wijze afhangt van de snelheid:

$$r = r_1\left(1-\frac{v^2}{r^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

[1]) Physica, 1ste Jaargang, p. 35, 1921.

als r de straal van den draaienden, r_1 die van den stilliggenden hoepel voorstelt.

De straal wordt dus evenzoo verkort als de omtrek en de verhouding blijft 2π in het systeem K.

Gaat men nu, zooals de bedoeling van Einstein is, meedraaiende eenheidsmeetstaven langs den omtrek en langs den straal leggen, dan zullen *deze* langs den omtrek wel Lorentz-contractie ondergaan, maar langs den straal niet — want in de losse, zeer smalle staven langs den straal ontstaan geen spanningen — zoodat de op deze wijze *gemeten* verhouding van omtrek tot straal werkelijk $> 2\pi$ wordt.

Wanneer men zich tevreden stelt met deze uitspraak, heeft Einstein dus volkomen correct geredeneerd. Door Dr. Fokker werd mijn aandacht echter op nog een andere vraag gevestigd: mag men op grond van bovenstaande uitkomst zeggen, dat de meetkunde op de draaiende schijf niet-Euclidisch is? Daar het mij voorkomt, dat deze kwestie ook anderen zal interesseeren, wil ik haar hier nog in het kort bespreken.

Wat bedoelen wij onder „ruimte" en „meetkunde"? Dit moet vooraf worden nagegaan, omdat hier licht verwarring mogelijk is tusschen twee geheel verschillende begrippen: de *gelijktijdigheidsruimte* en de *bestendigheidsruimte*. Om duidelijk te maken, wat wij hieronder verstaan, moet men het volgende bedenken. Onze ervaringswereld, het geheel van al wat wij kunnen waarnemen en ervaren, is een vierdimensionaal continuum. Men behoeft niet te schrikken voor dit woordje „vierdimensionaal", wij bedoelen er eigenlijk niet anders mee, dan dat alle dingen, die wij waarnemen, behalve lichamelijke uitgebreidheid een zekeren *duur* moeten hebben. Wij kunnen nu echter in gedachte den waarnemingstijd korter en korter laten worden en zoo door een limietproces geraken tot het denkbeeld van een tijdloos oogenblik. In de wereld van zulk een tijdloos oogenblik, bestaat tijd, noch duur, noch beweging; het is een zuivere abstractie, een „Gedankending", waarvan nooit ervaring voor ons mogelijk kan zijn, omdat elke ervaring een duur eischt, zij 't ook nog zoo kort. Het geheel der dingen in een tijdloos oogenblik vormt de *oogenbliks-* of *gelijktijdigheidsruimte*.

Geheel iets anders bedoelen wij, als wij spreken over de *bestendigheidsruimte*: dit is de ruimte der dingen, die duren. Ik wijs zeker stoffelijk punt aan op een gegeven tijdstip: dit punt op dit oogenblik — even later wijs ik „hetzelfde" punt aan. Wat bedoel ik er mee, als ik dit punt „hetzelfde" noem als dat van eenigen tijd geleden? Dat er een zekere herkenbaarheid bestaat tusschen de — atomistische of subatomistische — voorvallen, die in beide gevallen het begrip „dit punt" uitmaakten. Of, om de symbolentaal der wiskunde te spreken: dat de beide vierdimensionale *gebeurtenissen*: „dit punt nu" en „dit punt later" op dezelfde wereldlijn gelegen zijn. De aangewezen plaats, het stoffelijk punt heeft *duur*; het is, wat Fokker in een lezing voor Diligentia genoemd heeft: een *blijfplaats* in de *bestendigheidsruimte* — iets geheel anders dan het wiskundige *punt* der *gelijktijdigheidsruimte*.

Het is hier de plaats niet dieper op dit onderwerp in te gaan, het gezegde moge volstaan om de zin der uitdrukkingen eenigszins begrijpelijk te maken.

Welk der beide ruimten bedoelen wij, wanneer wij het hebben over de metriek der ruimte op de draaiende schijf?

Zonder twijfel de bestendigheidsruimte.

Maar men zij voorzichtig de begrippen der gewone meetkunde d. i. de meetkunde der gelijktijdigheidsruimte, toe te passen op deze ruimte! Laat b.v. een met de schijf meebewegend waarnemer een aantal eenheidsmeetstaven leggen tusschen twee blijfplaatsen A en A' op den omtrek. Men is geneigd te zeggen, dat hij op deze wijze den „natuurlijken" afstand tusschen A en A' heeft gemeten. Het woord „afstand" impliceert in een ruimte, waarin de elementen punten zonder duur zijn, de *gelijktijdigheid* van deze punten — immers men kan de gelijktijdigheidsruimte beschouwen als een gelijktijdigheidsdoorsnede door de vierdimensionale wereld van het gebeuren. In een Euclidische bestendigheidsruimte blijft deze gelijktijdigheid van twee blijfplaatsen, waartusschen men den „natuurlijken" afstand meet, bestaan — niet aldus in de bestendigheidsruimte der draaiende schijf! Ten einde dit in te zien, vergelijke men de beide nevenstaande figuren. Zij stellen beide de wereldlijnen a en a' der plaatsen A en A' voor, de eerste bij stilstand, de tweede bij draaiing van de schijf.

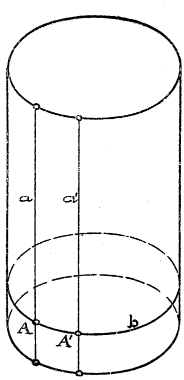


Fig. 2a

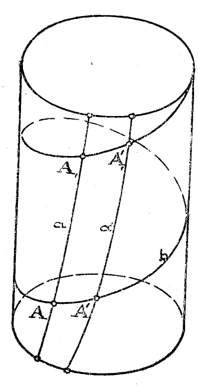


Fig. 2b

De lijn b is een gelijktijdigheidsruimtelijn: zij verbindt die „plaatsen" A, A', ..., welke bij natuurlijke meting volgens het voorbeeld der meting in de gelijktijdigheidsruimte onwillekeurig als „gelijktijdig" worden geïnterpreteerd. Het groote verschil tusschen beide figuren ligt nu hierin, dat de lijn b de lijnen a, a', ... in het stilstaande geval — gewone Euclidische ruimte — slechts éénmaal snijdt in de punten A, A'..., terwijl zij bij de draaiende schijf een schroeflijn is geworden, die elke lijn a in meerdere punten $A, A_{/}$ ... snijdt. Wanneer men in het tweede geval de vooropgestelde gelijktijdigheid der punten A, A' ... langs den omtrek van de schijf voortzet, komt men in het punt $A_{/}$ weer op de blijfplaats van A terug. De plaatsen A en $A_{/}$ zouden dan zoowel gelijktijdig zijn, (want gelegen op dezelfde gelijktijdigheidslijn b) als niet gelijktijdig (want gelegen op dezelfde wereldlijn a) — hetgeen blijkbaar absurd is. Dit beteekent, dat de geïmpliceerde gelijktijdigheid der plaatsen A, A' ... niet juist kan zijn en dat dus ook het begrip „afstand" van A tot A' niet zonder nadere bepaling bruikbaar blijft.

De conclusie is duidelijk: wanneer wij spreken over de „meetkunde" en de „ruimte" op de draaiende schijf, bedoelen wij niet langer de betrekkingen, die bestaan tusschen de punten eener gelijktijdigheidsruimte, maar tusschen de blijfplaatsen der bestendigheidsruimte. Natuurlijk is het geoorloofd deze termen te blijven gebruiken, mits men in het oog houdt, dat men de eigenschappen der gewone meetkunde niet zonder nader onderzoek op die der blijfplaatsen mag overdragen.

Slechts onder dit voorbehoud mag men uit het voorbeeld van Einstein de consequentie trekken, dat de meetkunde op de draaiende schijf niet-Euclidisch is en dat een gravitatieveld de metriek der ruimte beïnvloedt.

Bussum, April '23.

EEN PAAR DEMONSTRATIEPROEVEN MET ZEEPVLIEZEN

door C. LAKEMAN.

Een groot aantal belangwekkende proeven met zeepvliezen, bijzonder geschikt voor demonstratie, zijn voor eenige jaren door

Dewar beschreven [1]). Dewar maakte bellen van ongeveer vier voet middellijn en vlakke vliezen van 25 dM^2 grootte. Sommige bellen hadden een levensduur van meer dan een jaar. De daartoe gebezigde oplossing bestond in den regel uit kaliumoleaat (5 %), glycerine (50 %) opgelost in water. Eenigen tijd na de vorming van zulk een bel had de vloeistof zich op regelmatige wijze over den bol verdeeld. Men verkreeg horizontale bolringen van gelijke dikte, te herkennen aan de kleuren der verschillende orden.

Bleef de bel een langen tijd bestaan, dan was de vloeistof in die mate naar beneden gevloeid, dat het zeer dunne bovenste deel van den bol in teruggekaatst licht volkomen zwart was. Deze zwarte zone heeft de geringe dikte van 15 $\mu\mu$ en wordt naar onderen, volgens een parallel-cirkel, scherp begrensd door een zilvergrijze zone.

Met de oplossing, welke Dewar gebruikte, duurt het eenige dagen voor het bovenste deel van de bel zwart is. Gebruikt men echter een oplossing van colophonium, dan ontstaan de verschillende gekleurde gordels en het zwarte bovenste deel in enkele minuten. De proef leent zich dan zeer goed voor demonstratie. Eene hiervoor zeer geschikte oplossing verkrijgt men aldus: 25 gram zuivere, poedervormige, colophonium worden gemengd met 25 gram kaliumcarbonaat en op een waterbad in 250 $cm.^3$ water opgelost. Deze oplossing blijft men in voorraad houden. Zij blijft steeds goed. Voor het gebruik vermengt men deze vloeistof met drie tot vijf maal het volume aan water. De sterkere oplossing heeft voor het uitvloeien langeren tijd noodig. Bij het blazen van de bel, dat zelf nog al eenigen tijd in beslag neemt, gebruikt men daarom met voordeel eene drie-malige verdunning.

Opdat zulk eene bel houdbaar is, moet zij geblazen worden in eene volkomen stofvrije ruimte en slechts aan zeer geringe temperatuur-wisselingen blootgesteld. Men blaast daartoe de bel met een inrichting, die in Fig. 1 is aangegeven. Het trechtertje, 12 mM. wijd, waaraan de bel komt te hangen, bevindt zich in een groote flesch. Te voren wordt *E* met een waterstraal-zuigpomp verbonden, waarbij men voor *A* en *D* nog een paar buizen met watten en een waschfleschje met water schakelt. De flesch wordt dan ongeveer 15 minuten lang met stofvrije lucht doorgezogen.

Men kan, om de mogelijk nog overgebleven stofdeeltjes te ver-

[1]) Proc. Royal Instit. Vol. XXI. blz. 786; Vol. XXII, blz. 179 en 359; Journal Franklin Inst., Vol. 188, blz. 713 en Vol. 193, blz. 145.

wijderen, de flesch eenige dagen laten staan, waarbij de bodem met een laagje vloeistof bedekt moet zijn. In *C* bevindt zich de colophonium-oplossing.

Door de flesch schuin te houden, laat men wat vloeistof in de vertikale buis loopen, welke zich boven de trechtervormige opening, waar de buis iets vernauwd is, verzamelt. De insnoering is ongeveer $2^1/_2$ mM. wijd. Indien zij nauwer is, loopt men gevaar eene reeks kleinere zeepbellen te verkrijgen. Men verbindt *D* onder tusschenvoeging eener capillaire buis met de waterstraalzuigpomp en laat de bel langzaam tot de gewenschte grootte opblazen. Indien men een beeld der bel projecteert, moet de stralenbundel door een water-koelbak gaan, daar anders de bel spoedig springt.

Een zeer houdbaar vlies maakt men gemakkelijk in een buis van den vorm van Fig. 2. Hierin is een raampje van dun glasdraad (0.75 mM.) ingesmolten. De maten

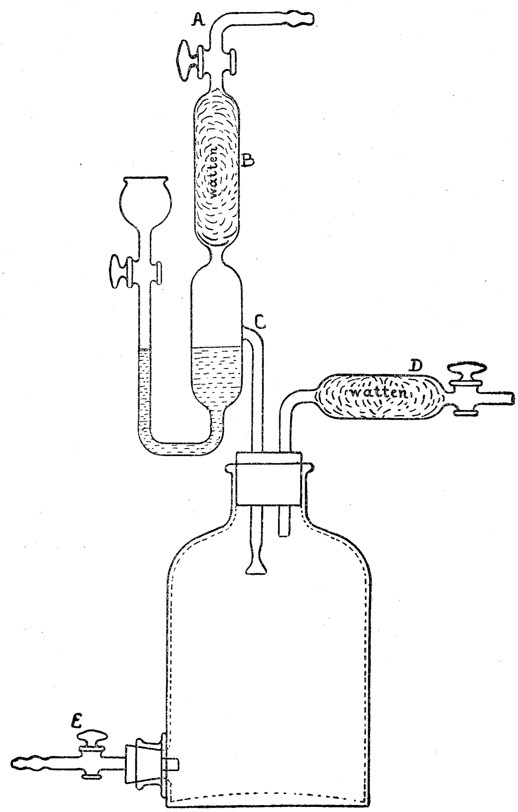


Fig. 1.

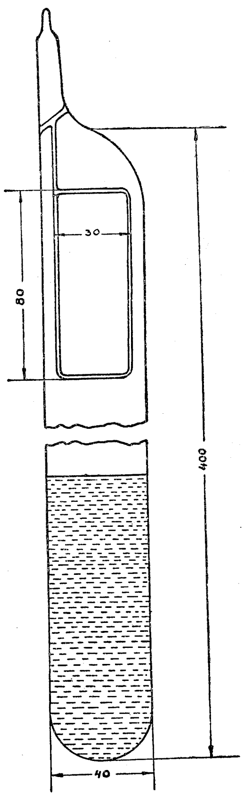


Fig. 2.

zijn in de Fig. aangegeven. De buis wordt met een voldoende hoeveelheid der oplossing (5-malige verdunning) in een koudmakend mengsel geplaatst, leeggepompt en dichtgesmolten. Keer daarna de buis om, zoodat het geheele raam zich in de vloeistof bevindt en laat vervolgens de vloeistof terugvloeien, waarbij het raamvlak loodrecht op het vloeistof-oppervlak staat. Zulk een vlies is zeer geschikt voor projectie in teruggekaatst licht, liefst met eene sterke booglamp. Hoe sterk zulk een vlies is, blijkt uit het volgende: Is het bovenste deel van het vlies zwart geworden, dan kan men door hevig te schudden de vloeistof opnieuw gelijkelijk over het oppervlak verdeelen, zoodat na eenige afvloeiïng de kleuren der verschillende orden wederom optreden.

Bovenstaande proeven werden voor een groot auditorium vertoond ter gelegenheid eener reeks Aula-voordrachten door Prof. Sissingh te Amsterdam en op het Natuur- en Geneeskundig Congres te Maastricht, waar men mij verzocht in „Physica" er de aandacht op te vestigen.

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 28 April 1923, in het Natuurkundig Laboratorium der Universiteit te Amsterdam.

(Vervolg).

Demonstratie door W. Hondius Boldingh over:

Verbeterde Vacuummeter volgens MacLeod.

Het meten van hooge vacua volgens Mc. Leod geschiedt zooals bekend is, op de volgende wijze:

Het kwikvat *A* (fig. 1), dat door middel van een rubberslang met het overige glazen deel van het apparaat verbonden is en vóór de meting zoo laag geplaatst is, dat het kwik onder het punt *B* staat, wordt opgesteld; het kwik stijgt boven *B* uit, sluit in den bol C een bekend volumen af van het gas, welks dichtheid in het vacuum gemeten moet worden en perst dit samen in de, van boven gesloten, gecalibreerde capillair *D*. Tevens stijgt het kwik in de capillair *F*, die dezelfde diameter heeft als *D*.

Het vacuum is nu evenredig met het product van het in D afgesloten volumen en het hoogteverschil van het kwik in D en F. De invloed van de aflezingsfout is het kleinst, wanneer men het kwik in F zoover laat opstijgen, dat het juist even hoog staat, als de bovenzijde van de afgesloten gaskolom in D.

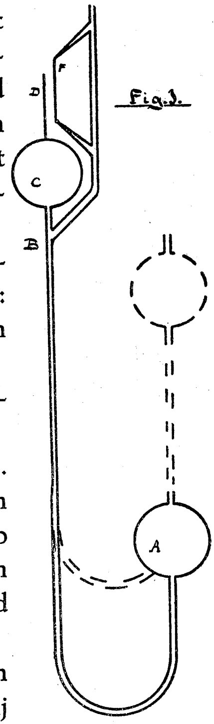


Fig. 1.

De ongemakken verbonden aan deze oorspronkelijke meetwijze zijn in hoofdzaak de volgende [1]:

1. Het opheffen van het kwikvat A is een omslachtige bewerking.
2. Het kwik wordt verontreinigd door de rubberslang.
3. Het toestel moet een aanzienlijke lengte hebben.
4. De nauwkeurige instelling van het kwik, in de capillair F, op dezelfde hoogte als de kop van de gesloten capillair, is tijdroovend en moet bij elke meting opnieuw gecontrôleerd worden.

Terwijl de twee laatste punten verbeterd zijn door Gaede*) (uitvoering Leybold), waarbij evenwel de moeilijkheden met de rubberslang toenemen, is aan de drie eerste bezwaren tegemoet gekomen *) door het apparaat geheel van glas te maken (fig. 2) en het kwik in c te doen opstijgen en wegvloeien door het vat A via een driewegkraan g met de buitenlucht, resp. met een vacuumpomp in verbinding te stellen. De instelling van het kwik in F moet dan verkregen worden door op het juiste oogenblik de luchttoevoer naar B weer af te sluiten. Een *snelle en tevens nauwkeurige* meting is hierbij niet mogelijk.

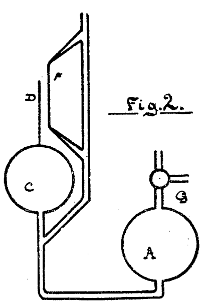


Fig. 2.

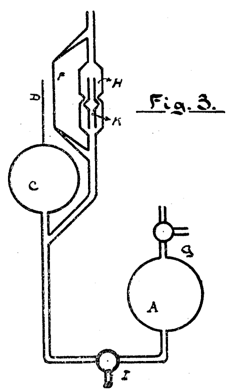


Fig. 3.

Deze twee kwaliteiten kunnen vereenigd en tevens alle vier genoemde bezwaren geëlimineerd worden door het aanbrengen van een hol klepje K, zooals in fig. 3 is aangegeven.

1) Uitgebreider beschreven in: Zeitschr. für Instr.kunde 34, 97 (1914) en Dushman, High Vacuum Schenectady 1922, waarin ook vroegere verbeteringen zijn aangegeven.
*) T. a. p.

Wanneer door vrije toelating van de buitenlucht boven het kwik in *A*, het kwik stijgt, gaat het klepje drijven en sluit de doortocht gedeeltelijk af. De hoeveelheid kwik en de afmetingen van het apparaat moeten nu zoodanig zijn, dat het kwik, alvorens tot staan te komen, binnen door het klepje verder stijgt en een kleine hoeveelheid ervan (afhankelijk van den barometerstand) overloopt in de ruimte *H*, die van onderen door het klepje is afgesloten. Het kwik stijgt daarbij in *F* steeds automatisch tot dezelfde hoogte, correspondeerend met de overloop-meniscus van het klepje, onafhankelijk van den barometerstand. Het vacuum kan derhalve op een vaste schaalverdeeling worden afgelezen, door aanwijzing van de kwikkolom in de gesloten capillair D.

Onderaan bij *I* kan nog een — door kwik tegen luchtlek beveiligde — driewegkraan worden aangebracht, die, behalve voor het smoren of blokkeeren van den kwikstroom, kan dienen om op geschikte wijze het apparaat met kwik te vullen, nadat het onder vacuum gedroogd is.

Wil men voor de beweging van het kwik het voorvacuum van de hoogvacuumpomp gebruiken, dan moet de verbinding daarmede tijdelijk afgesloten worden. De kraan *G* kan daartoe als vierwegkraan zoodanig worden uitgevoerd, dat door achtereenvolgende draaïng over 90° de gewensche verbindingen tusschen voorvacuumpomp, hoogvacuumpomp, luchtinlaat en het vat *A* van de Mc. Leod in de juiste volgorde tot stand komen en verkeerde verbindingen uitgesloten zijn.

De foto geeft den hier beschreven vacuummeter weer. De kwikbollen zijn zoo laag mogelijk aangebracht, waardoor een zeer lange capillair *D* kon worden toegepast. De voornaamste gegevens ervan zijn de volgende:

Volume van de bol *C* 500 cm^3. Doorsnede van de capillair *D* 2,5 mm^2, lengte 45 cm. [1]) Meetgrenzen; 1 mm tot $\pm 10^{-5}$ mm kwikhoogte. Totale hoogte v. h. toestel 100 cm.

Aflezing van het vacuum is mogelijk binnen 38 sec. na het omdraaien van den vierwegkraan.

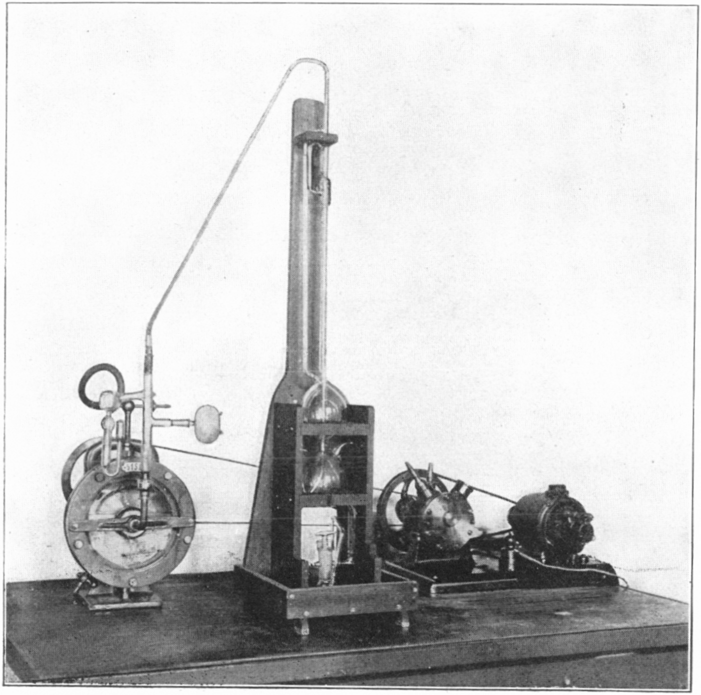
1) De vraag kan rijzen of bij een capillair van deze lengte, bij snel op elkaar volgende metingen (het is mogelijk elke $1^1/_2$ minuut een aflezing te doen) geen foute aanwijzing ontstaat doordat het gas te langzaam uit de capillair wegstroomt.

Zoowel practisch als theoretisch blijkt dit niet het geval te zijn.

Het drukverloop van een verdund gas in een nauwe buis voldoet aan de diff. verg. $\frac{\delta p^2}{\delta x^2} = C \frac{\delta p}{\delta t}$, analoog aan lineaire temp. strooming.

De grensvoorwaarden zijn gegeven als men een aan eene zijde gesloten capillair beschouwt, gevuld me een gas bij een druk p_0 en veronderstelt dat (door het wegvloeien van het kwik) vanaf het tijdstip $t = o$ aan het open einde plotseling een druk nul onderhouden wordt.

Kirchhoff (Theorie der Wärme IV, p. 28 1914) geeft voor dt geval de oplossing in een sterk



Een belangrijke beperking van de hoogte-afmeting kan worden verkregen, wanneer niet de buitenlucht vrij wordt toegelaten in A, doch slechts een bepaalde, vooraf in een ruimte L afgesloten hoeveelheid ervan. Fig. 4 geeft dit schematisch weer, fig. 5 is een soliede uitvoeringsvorm.

De werking is als volgt:

Het toestel wordt bij G aan een voorvacuum aangesloten. Bevindt zich de kraan G in den stand als in fig. 5 aangegeven, dan staat het kwik onder vacuum in A, terwijl de buitenlucht tot L toegang heeft. Wordt de kraan 180°

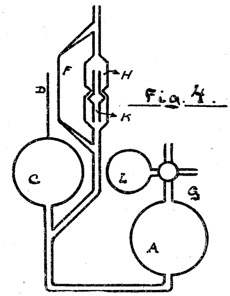


Fig. 4.

gedraaid, dan wordt de lucht uit L in A gelaten, het kwik stijgt, het klepje gaat drijven en sluit af. De afmetingen en de hoeveelheid kwik zijn zoodanig dat bij de laagste barometerstand nog juist een weinig kwik in H overloopt, nadat het kwikniveau in A tot even in het nauwe gedeelte gedaald is. Bij de hoogste barometerstand daalt het tot bijna onder in deze vernauwing; de grootte van de ruimte H wordt bepaald door de onder deze omstandigheid (maximaal) overloopende hoeveelheid kwik.

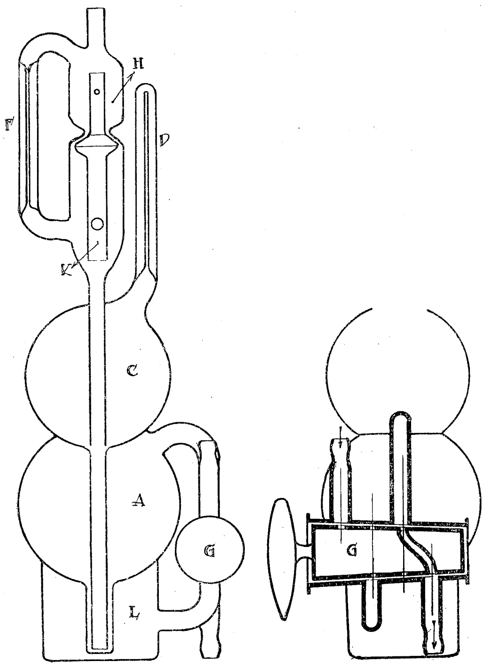


Fig. 5.

Achter de capillair D kan weer een vaste schaalverdeeling worden aangebracht voor aflezing van het vacuum. Bij de door

vergeerende reeks, waaruit blijkt dat met zeer groote benadering het drukverloop in het gesloten einde van de capillair zal zijn:

$$p = p_0^{\,-b\frac{a}{l^2}t},$$

waarin $a =$ inwendige diameter v. d. capillair, l de lengte, b een constante die bepaald wordt door de formule van Knudsen voor de strooming van verdunde gassen.

In het onderhavige geval ($l = 45$ cm, $\pi a^2 = 2{,}5$ mm) wordt reeds na $1/3$ sec. $p/p_0 < 1/2$, na 3 sec. $p/p_0 < 1/8000$.

Is het kwik aanvankelijk gedeeltelijk in de capillair opgestegen dan wordt de toestand nog gunstiger.

fig. 5 weergegeven vacuummeter kon afgelezen worden binnen 10 sec. na het omdraaien van de kraan. De gegevens van dit apparaat zijn:

Volumen van den bol 125 cm^3.
Doorsnede van de capillair 2,5 mm^2, lengte 7 cm.
Meetgrenzen 0,1 mm tot 10^{-4} mm kwikdruk.
Hoogte 25 cm.

Het spreekt vanzelf dat volkomen droog glas en zuiver kwik noodzakelijk zijn voor betrouwbare aanwijzing. Zijn deze voorwaarden evenwel vervuld dan is de instelling van het kwik in f met kathetometrische nauwkeurigheid steeds dezelfde. *)

Delft. LABORATORIUM VOOR NATUURKUNDE EN ELECTROTECHNIEK.

*) Op de hier beschreven verbeteringen is Nederlandsch Octrooi aangevraagd, dato 26-4-'23, no.24251.

Summary.

A *vacuum gauge* is described, of an *improved Mac Leod type*. The apparatus is wholly made of glass, of *strongly reduced dimensions*, indicating the vacuum attained by means of *a rigid scale, independent of the barometric pressure*. This achievement depends on the use of a pierced valve H (see fig. 5) and an additional air vessel L which, by means of a multiple stopcock G, can be connected in turn to the open air (A being connected to pump), and to the mercury vessel A successively. Reliable *readings are taken within a few seconds* after turning the stopcock G.

Vergadering op Zaterdag 2 Juni 1923 in het Physisch Laboratoium der Rijksuniversiteit te Utrecht.

Op deze vergadering werden de opstellingen gedemonstreerd van toestellen voor verschillende onderzoekingen, en over de uitkomsten in het kort iets medegedeeld.

Professor Julius gaf eene toelichting bij het

Toestel voor het bijregelen van hoeksnelheden, volgens de Firma Zeiss.

Bij het maken van spectroheliogrammen, of het photographeeren der spectra van bepaalde gebieden op de zonneschijf, worden hooge eischen gesteld aan de onbewegelijkheid van het zonnebeeld. Deze nu kan gestoord zijn zelfs indien men door regeling van het coelostaat-uurwerk erin geslaagd is, de *gemiddelde* beweging van de zon volkomen te compenseeren voor den duur van een waarnemingsreeks of een opname. Immers bij hoogteverandering van de zon zal de aardsche straalbreking zich wijzigen, en bovendien zijn kleine onregelmatigheden in de beweging, als gevolg van fouten in het raderwerk, altijd aanwezig.

Om nu de daaruit voortvloeiende kleine verplaatsingen van het zonnebeeld te kunnen tegenwerken zoodra men ze ziet, moet men in de gelegenheid zijn, de rotatie van den spiegel willekeurig nu eens iets sneller, dan weer iets langzamer dan die van de laatste uurwerk-as te doen geschieden.

De firma Zeiss levert voor dat doel een klein toestel dat tusschengeschakeld wordt in een onderbreking van de as, die de beweging van het uurwerk overbrengt op de wormas van den coelostaatspiegel.

De bedoelde overbrenging kan daardoor namelijk plaats hebben op drie wijzen:

1°. met onveranderde hoeksnelheid,

2°. met een hoeksnelheid kleiner dan die van de uurwerkas in de verhouding 6 : 7, en

3°. met een snelheid, grooter in de verhouding 7 : 6.

Deze veranderingen bewerkt men langs electrischen weg. Men heeft een stroomsleutel met twee drukknopjes in de hand; gebruikt men geen van beide dan heeft de spiegel den gang van 't uurwerk: zoolang men op 't eene knopje drukt heeft de tragere, zoolang men op 't andere drukt, de snellere beweging van den spiegel plaats.

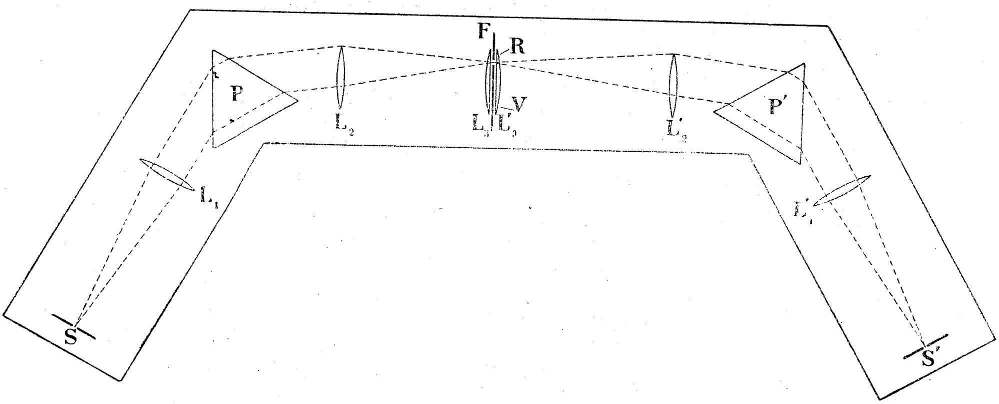
De vernuftige inrichting van het toestelletje werd aan de hand van teekeningen toegelicht, en de werking met behulp van kunstlicht gedemonstreerd, daar de zon (natuurlijk!?) niet scheen.

Een monochromator met groote lichtsterkte en weinig valsch licht
door P. H. van Cittert.

Een groot bezwaar bij het gebruik van een monochromator levert het feit, dat deze behalve de gewenschte lichtsoort ook valsch licht van een andere golflengte doorlaat. Bij metingen van de energie of van de photographische werking van een monochromatischen lichtbundel kan onzuiverheid van dien bundel tot geheel tot verkeerde resultaten leiden.

Om de zuiverheid van het doorgelaten licht te verhoogen is door Leiss voorgesteld, de spleet van den monochromator niet met wit licht te beschijnen, maar voor die spleet een anderen monochromator te plaatsen, die zóó gesteld is, dat hij in hoofdzaak alleen het licht van de gewenschte soort doorlaat. Wil men op een andere kleur instellen, dan moeten de beide prisma's over een aequivalenten hoek gedraaid worden. Een bezwaar tegen deze methode is echter, dat wanneer het prisma van den eenen monochromator over een hoek gedraaid wordt. die niet volkomen past bij de draaiïng van het andere prisma, het stelsel slechts een gedeelte of niets van het gewenschte monochromatische licht doorlaat.

Het denkbeeld van den dubbelen monochromotor is echter door te voeren op een andere wijze, die het genoemde bezwaar ontzeilt, en bovendien nog een aantal voordeelen geeft boven de zooeven aangeduide methode. Men gaat daartoe als volgt te werk:



1. Men combineert twee volkomen gelijke monochromatoren $S\,L_1\,P\,L_2$ en $S'\,L'_1\,P'\,L'_2$ (fig. 1) [1]) zoodanig, dat de brandvlakken der beide lenzen L_2 en L'_2 in het vlak T samenvallen, en de prisma's voor het midden van het spectrum in dat brandvlak ontworpen, op minimum van deviatie staan. Laat men nu door de spleet S wit licht vallen, dan ontstaat in het brandvlak T een scherp spectrum $R\,V$; het licht passeert echter het vlak T en wordt wegens den volkomen symmetrischen bouw door den tweeden monochromator weer tot een *wit* spleetbeeld, juist tusschen de bekken van S' samengeknepen. Hoewel dus uit den dubbelen monochromator weer wit licht treedt, is binnen het apparaat het licht uitgespreid tot een scherp spectrum.

2. Plaatst men nu in het vlak T een verschuifbare spleet, zoodat deze bijv. alleen het roode licht bij R doorlaat, dan zal

1) Het cliché voor deze figuur is welwillend afgestaan door de redactie van de „Revue d'Optique" waarin het toestel voor de eerste maal beschreven is (Februari 1923).

dit roode licht door de lenzen L'_2 en L'_1 en door het prisma P' juist zoo gebroken worden, dat het uit de spleet S' naar buiten treedt. Indien nu de eerste monochrometer valsch licht geeft, d. w. z. indien op de plaats R behalve rood licht ook nog licht van een andere golflengte door de spleet T treedt, dan zal dat licht door het prisma P' over een andere hoek gebroken worden en zal het dus *niet* door S' naar buiten kunnen treden. Staat de spleet T in een bepaald golflengte-gebied dan valt in S' alleen licht van dat golflengtegebied; het overige (valsche) licht valt rechts of links van S'. Geeft elke monochomator voor zich a $^0/_0$ valsch licht, dan geven ze samen slechts a^2 $^0/_{000}$.

3. Om te voorkomen, dat door de divergentie der verschillende lichtsoorten tusschen L_2 en L'_2 een deel van het uit L_2 tredende licht niet door L'_2 zou worden opgevangen, is aan weerszijden van de spleet T een plaanconvexe lens L_3 resp. L'_3 aangebracht, zoodanig gekozen, dat het lenzenstelsel $L_3 L'_3$ de lens L_2 op de lens L'_2 afbeeldt. Uit den aard der zaak behoeven de lenzen L_3 en L'_3 niet chromatisch gecorrigeerd te zijn.

De voordeelen van deze wijze van opstellen zijn de volgende:

1. De monochromator geeft zelfs bij sterk diffundeerende oppervlaktelagen *zeer weinig valsch licht*.

2. *De opening der bundels* kan *zeer groot* gekozen worden, daar eventueel valsch licht, veroorzaakt door spherische aberratie in den eersten monochromator, onschadelijk gemaakt wordt door de werking van den tweeden.

3. Men kan de spleet T eventueel krom maken, en zoodoende aanpassen aan de kromme beelden, die een prismaspectroscoop altijd geeft. Ondanks dit, zal het beeld in S' toch *volkomen recht* zijn.

4. Men kan de golflengte van het uittredende licht varieeren door de *eenvoudige verplaatsing* van de spleet T.

5. Men kan de energie van den uittredenden monochromatischen lichtbundel voor de verschillende golflengtegebieden met een thermozuil meten. Na wegneming van de spleet T treedt dan uit den monochromator een witte lichtbundel van *geheel bekende energetische samenstelling*.

6. Men kan in T twee of meer spleten naast elkaar aanbrengen en zoo uit S' een lichtbundel, bestaande uit twee of meer monochromatische lichtsoorten doen treden.

7. De uittredende bundel heeft altijd *dezelfde opening en richting*. Immers deze worden bepaald door de breedte en de hoogte van de spleet S' en de opening van de lens L'_1.

De invloed der stroomdichtheid op de intensiteit van uitgezonden spectraallijnen

door H. P. Bouwman.

Gedemonstreerd wordt een opstelling voor het onderzoeken van den invloed der stroomdichtheid op de intensiteiten van spectraallijnen, speciaal bij Waterstof en Helium.

Blijven in een ontlaadkring de capaciteit en de zelfinductie constant, en verandert men alleen de ontladingspotentiaal, dan zal bij benadering de stroomdichtheid evenredig met die potentiaal veranderen.

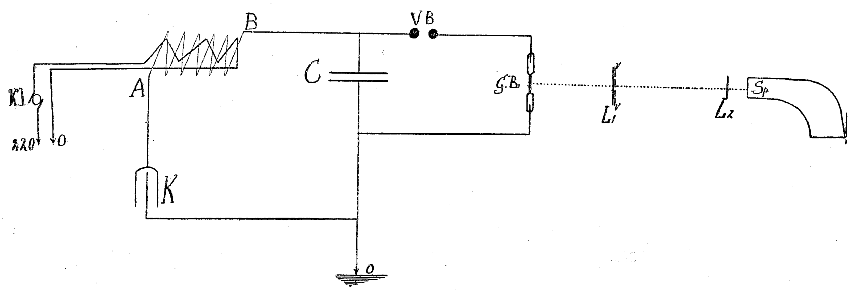


Fig. 1.

Een condensator C (zie fig. 1) wordt ontladen door een verstelbare vonkenbaan (V.B.) en een Geislerbuis (G.B.)

De condensator wordt geladen door den secundairen stroom van een groote inductieklos (A.B.), die aan het andere uiteinde van den secundairen draad gaat door een „Philips"-gelijkrichter.

Op deze wijze was met een lucht-vonk bij een maximale ontladingspotentiaal van $\pm$ 15000 Volt een maximale stroomdichtheid te bereiken die geschat wordt op 30000 Ampère/cm^2.

Bij de gedemonstreerde opstelling is de vonk in olie geplaatst, waardoor de stroomdichtheid nog zeer aanmerkelijk is vergroot.

De capillair der Geislerbuis wordt, via rookglas-verzwakkers, afgebeeld op de spleet aan een Fueszspectrograaf, zooals in deze aflevering door Dorgelo [1]) is beschreven.

De verhouding der intensiteiten werd bepaald uit de verkregen

1) H. Dorgelo: Die Intensität der Mehrfach linien. Ztschr. f. Physik 13, p. 206, 1923.

zwartingskrommen zooals door Burger en Van Cittert [1]) is aangegeven.

De voorloopige, in hoofdzaak qualitatieve, resultaten zijn de volgende:

Voor *waterstof*:

Bij 0 en 0,5 mm. vonklengte treedt het veellijnig spectrum helder, dat der Balmerlijnen zwak op.

Bij 1 mm vonklengte wordt de Balmerserie sterker, het veellijnig spektrum wordt zwakker; bij 1,5 à 2 mm. verdwijnt dit laatste bijna geheel, de Balmerlijnen worden intens. (Hetzelfde vond Wood [2]), die erop wijst dat het veellijnig spectrum afkomstig is van 't molecuul, de Balmerserie van het atoom).

Bij verdere vergrooting der vonklengte treedt een sterke verbreeding der Balmerlijnen op, misschien als gevolg van een Starkeffect in de inter-atomistische velden of van een Dopplereffect.

Deze verbreeding is bij buisjes met anderen vullingsdruk geheel anders en overeenkomstig de uitkomsten van Hulbert [3]). Ook bijmengsels veranderden de verschijnselen zeer, wat volgens Newman [4]) te verwachten is.

De verschillende lijnen bleken ook bij toenemende vonklengte verschillend beïnvloed te worden. De intensiteit van de lijnen met de kleinste golflengte nam relatief het sterkst toe.

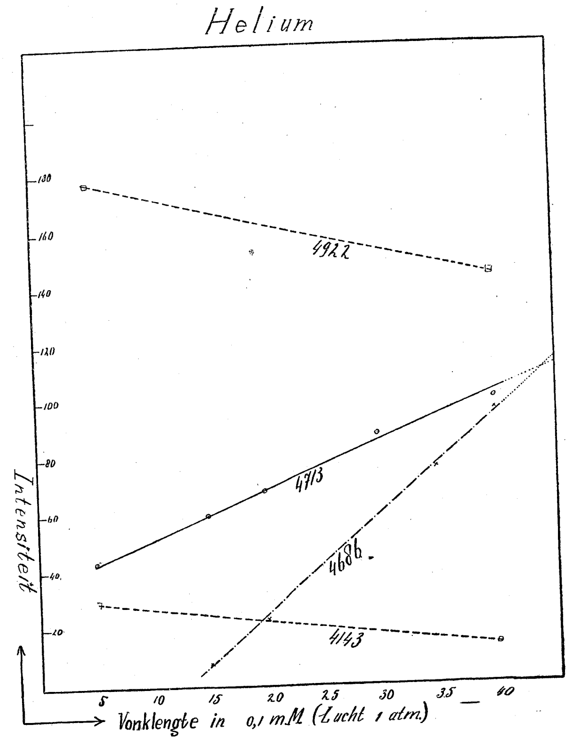


Fig 2.

1) Burger en v. Cittert: Intensiteitsbepalingen van spectraallijnen. Kon. Acad. v. Wetenschappen XXIX, 25 Sept. 1920.
2) R. W. Wood, Atomic Hydrogen and the Balmerseries-pectrum. Phil. Mag. **44**, 1922.
3) Hulburt; The broadening of the Balmerseries lines with pressure Astr. Phys. J. 55-5 Juni 1922.
4) Newman: The visibility of Individual de Spectra. Fhil. Mag. 45, Febr. 1923.

Voor *Helium:*

Ook hier worden de lijnen zeer verschillend beïnvloed; in het algemeen nemen de lijnen een weinig af, met uitzondering van een tweetal gewone booglijnen. Een verbreeding treedt eveneens op, hoewel in mindere mate dan bij waterstof.

In fig. 2 is het gedrag van enkele heliumlijnen wat hun intensiteit betreft te volgen.

Merkwaardig is de lijn 4686 Å, die bij 0, $^1/_2$ en 1 mm. vonklengte geheel ontbreekt, bij $1^1/_2$ mm, te voorschijn komt en dan zeer snel stijgt om bij 4 mm. vrijwel gelijke sterkte te hebben als 4713 Å, en deze laatste bij grootere stroomdichtheid nog sterk overtreft. Het is de He^+-ion lijn, door Paschen [1]) ontdekt en, zoover bekend, nooit eerder in een Geislerbuis waargenomen.

Vergelijking van lichtintensiteiten van verschillende golflengte

door P. Doornenbal.

Bij het onderzoek naar de energetische samenstelling van licht in verband met de golflengte, stuit men meestal op de moeilijkheid hoe de, voor de diverse golflengtegebieden verschillende, verliezen te elimineeren, teweeggebracht in het gebezigde spectraalapparaat.

Dit bezwaar vermijdt de hieronder beschreven methode, terwijl zij bovendien nog het voordeel heeft van ook bruikbaar te zijn voor zeer zwakke intensiteiten.

Nemen we als voorbeeld het geval, dat we de intensiteiten willen vergelijken van een geel en een blauw golflengtegebied, uitgestraald door een of andere lichtbron. Wij kunnen nu wel de *zwartingen* meten, die beide op een photografische plaat teweegbrengen, doch de verhouding der intensiteiten kunnen we uit die zwartingen niet zonder meer bepalen. Daarvoor is noodig lichtindrukken, op dezelfde plaat, met dezelfde belichtingstijd, en van dezelfde golflengtegebieden als de bovengenoemde, vast te leggen, waarvan de intensiteitsverhouding bekend is.

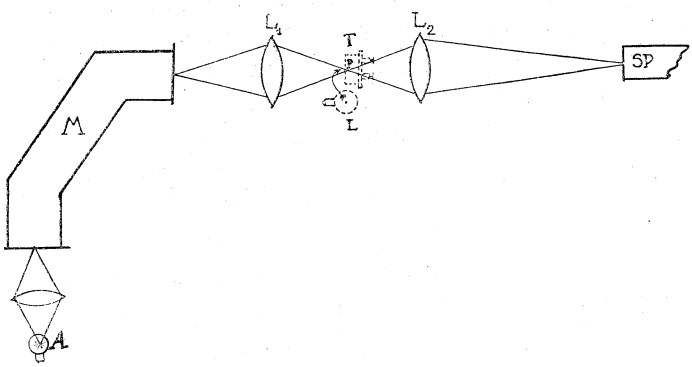
Dat we uit de zwartingen alléén, de intensiteitsverhouding niet vinden kunnen, is een gevolg van het feit, dat de zwarting niet alleen van de intensiteit van het bestralende licht afhangt, maar ook van de golflengte.

Gebruik wordt gemaakt van de volgende opstelling:

De gloeilamp *A* brandt onder constante spanning en geeft met

[1]) Paschen: De „4686"-serie. Ann. der Physik **50**, 1916.

behulp van den monochromator volgens Van Cittert een nagenoeg monochromatisch spleetbeeld in P. (Zie fig.) Dit gebruiken we verder als vergelijkingslichtbron.



De energie $E_\lambda \, d\lambda$ meten we met een thermozuil T in combinatie met een galvanometer volgens Moll. De uitslagen worden geregisteerd. Het is zonder meer duidelijk dat we op deze manier alleen energieverhoudingen vinden. De $d\lambda$ is bekend, omdat we eens vooral bepalen, welk golflengte-gebied uittreedt bij een bepaalden stand van de middelste spleet van den monochromator.

De volgende overweging geeft ons de oplossing van het probleem. Bekend is de energieverhouding $g:b$ van onze vergelijkingslamp (de lamp A) van b.v. een geel en een blauw golflengtegebied. Gevraagd wordt $g':b'$ voor dezelfde golflengte-gebieden vnn onze te ijken lichtbron (de lamp L) met onbekende intensiteitsverdeeling. Kunnen wij $g:g'$ en $b:b'$ bepalen, dan is hieruit $g':b'$ bekend. Het bepalen nu van $g:g'$ en $b:b'$, dat is het bepalen van intensiteitsverhoudingen bij dezelfde golflengte, geschiedt langs fotografischen weg. Van de lichtbron in P wordt een beeld gevormd met behulp van lens L_2 en spectrograaf Sp op een fotografische plaat. De zwarting wordt gemeten.

Licht van verschillende golflengte wordt op zijn weg van P naar de fotografische plaat verschillend geabsorbeerd, gebroken enz. Dit wordt volledig geëlimineerd, immers een zekere energieverhouding van licht van verschillende kleur, dat de fotografische plaat bereikt, komt overeen met een bepaalde energie-verhouding in P, gemeten met den thermozuil. Hiermee is dus het geheele optische instrument, bestaande uit lens L_2, spectrograaf Sp en fot. plaat, geijkt.

Fotografeeren we ook het op dezelfde plaat ontworpen spectrum van de te ijken lamp L, die eveneens in P wordt gezet (dit is essentieel voor de methode!) met hetzelfde geijkte instrument, met denzelfden belichtingstijd en meten we de zwarting, dan is hieruit direct de energie-verhouding voor dezelfde $d\lambda$ gebieden, waarvan de energie in P met de thermozuil gemeten is, te bepalen.

Deeling door $d\lambda$ geeft voor de te ijken lamp E_λ als functie als functie van de golflengte.

Intensiteitsmetingen van meervoudige spectraallijnen

door H. B. Dorgelo.

Het doel van het onderzoek is: te meten de intensiteitsverhouding der componenten van doubletten en tripletten der verschillende seriën bij alkaliën en aardalkaliën. Van belang zijn vooral die doubletten en tripletten, die volgens Bohr's opvatting ontstaan door den overgang van het valentie-electron uit één bepaalden begintoestand naar verschillende eindtoestanden, daar de intensiteitsverhouding hier zonder meer de verhouding der springkansen van het electron naar de verschillende eindniveaus geeft. Deze gevallen doen zich voor bij de IIe Nevenserie en bij de doubletten der Ie Nevenserie van Na, K en Rb, daar hierbij het d-niveau nog niet gesplitst is.

De gevolgde methode berust in principe op het volgende: Twee lichtintensiteiten van gelijke (of nagenoeg gelijke) golflengte zijn gelijk, als zij in gelijke tijden op dezelfde fotografische plaat dezelfde zwarting teweegbrengen.

Een booglamp, Li, waarvan de uitgeholde kolen met zouten gevuld worden van het metaal, dat men onderzoeken wil, verlicht gelijkmatig een lens Le_1, welke de lichtbron afbeeldt op een diaphragma D, dat voor een lens Le_2 staat.

Deze Lens Le_2 beeldt een reeks verzwakkers, welke het door Le_1 gegane licht in bekende mate verzwakken, scherp af op de spleet Sp van den spectrograaf (den roosterspectrograaf van het het physisch laboratorium te Utrecht [1])). Zoo wordt de spleet

[1]) v. Cittert, Zs. f. Instrkde **41**, 116-118, 1921.

van den spectrograaf als het ware verdeeld in 5 deelen, welke met verschillende intensiteiten belicht worden.

Een spectrum van een lichtbron wordt op deze wijze tegelijkertijd, op verschillende wijze verzwakt, op de plaat verkregen, zoodat het *niet constant* zijn van de lichtbron of het intermitteeren daarvan geen bezwaar oplevert (in de onderstelling namelijk, dat de intensiteitsverhouding van de lijnen van het doublet of triplet niet afhankelijk is van de intensiteit der lichtbron, hetgeen door de metingen bevestigd wordt).

Opdat nu volgens deze methode zonder meer de intensiteiten van lijnen vergeleken zullen kunnen worden, mogen de golflengten van beide lijnen niet zooveel verschillen, dat gelijke energieën van deze verschillende golflengten meetbaar verschillende zwarting teweegbrengen. De door ons gemeten lijnen ligggen zoo dicht bij elkaar, dat ook dit geen bezwaar oplevert.

De verkregen fotografische opnamen werden gephotometreerd met den zelfregistreerenden microphotometer van Moll [1])

De intensiteits-zwartingskrommen werden op de gebruikelijke wijze gevormd. Met vrucht kon ook hier gebruik gemaakt worden van de „opschuivingsmethode" der zwartingskrommen gevolgd door Burger en Van Cittert bij hunne intensiteitsmetingen [2]).

De volgende tabel geeft de tot dusver verkregen resultaten.

Plaat	Metaal	i	λ	Int. verh. ongecorrig.	contr. gr.	Int.verh. gecorrig.	Serie
63^1	Mg	5,5 A	5183-5172-5167	100 ; 63 : 23	0 %		$1\,p - 1\,s$
63^2	„	10	„	100 : 63 : 23	0 %		„
63^6	„	5,5	„	100 : 63 : 23^5	0 %		„
63^8	„	5,5	„	100 : 62 : 23	0 %		„
63^9	„	2,2	„	100 : 62 : 23	0 %		„
69^1	Na	6,8	5153-5149	100 : 53	± 6 %	100 : 50	$1\,\pi - 4\,\sigma$
69^3	„	4	„	100 : 52	± 3 %	100 : 50	„
70^5	„	4,5	„	100 : 54	± 8 %	100 : 50	„
64^8	Na	4	5688-5682	100 : 50	0 %		$1\,\pi - 3\,\delta$
66^1	„	6,4	„	100 : 50	0 %		„
66^5	„	2,5	„	100 : 50	0 %		„
69^5	Na	4,4	4982-4978	100 : 53	± 3 %	100 : 50	$1\,\pi - 4\,\delta$
69^7	„	2,6	„	100 : 52	± 3 %	100 : 50	„
70^7	„	4,1	„	100 : 53	± 3 %	100 : 50	„

1) Kon. Akademie van Wetenschappen Amst. 28 Nov. 1919.
2) „ „ „ „ „ 29 Sept. 1920.

Zooals uit deze tabel blijkt werden de opnamen gemaakt onder verschillende condities, wat de stroomsterkte van den boog betreft. Dit werd gedaan om eene mogelijke beïnvloeding der overgangskansen van het electron door de aanslagcondities na te gaan. Een dergelijk effect werd echter niet waargenomen.

De vijfde kolom geeft de intensiteitsverhouding, wanneer niet gecorrigeerd is voor den continuen ondergrond van het spectrum, de zesde kolom geeft de sterkte van den continuen ondergrond in procenten van de sterkste lijn van het betrokken lijnenbeeld en de zevende kolom voor zooveel noodig de gecorrigeerde waarden voor de intensiteitsverhouding.

UITREIKING VAN DE BUYS-BALLOT-MEDAILLE AAN SIR NAPIER SHAW OP 26 MEI 1923.

In een buitengewone vergadering van de Afdeeling Wis- en Natuurkunde der Kon. Akad. van Wetenschappen te Amsterdam, mede bijgewoond door een aantal genoodigden, riep de Voorzitter, Prof. Dr. F. A. F. C. Went het welkom toe aan Sir Napier Shaw, waarna hij de geschiedenis van de Buys-Ballot-medaille in herinnering bracht. Daarop gaf hij het woord aan Prof. Van Everdingen voor de volgende toespraak:

Dear Sir Napier,

Since it is my duty to explain why our Academy is going to link together by a golden chain your name and that of our famous compatriot, whose memory we are honouring at the same time, it is only natural that I should begin with a single remark about the character of Buys Ballot's work. All over the world his name is associated with the law connecting gradient of pressure and direction of wind — yet, in our mind, it is not so much this law, but the method of synoptic representation of meteorological data by which it was detected, which earned Buys Ballot the gratitude of coming generations. Even before international cooperation in meteorology was born at the Vienna conference of 1873, followed bij the first meeting of the International Meteor. Committee at Utrecht in 1874, Buys Ballot was incessantly and succesfully striving to collect, criticize and coordinate observations from all parts of the world, and so he may justly be called the father of the meteorology of the globe.

With Buys Ballot, we recollect to day the series of names associated with the medal:

Hann, the unrivalled climatologist, but scarcely less famous for the profound knowledge of meteorological facts and theories displayed in his manual of meteorology and other contributions to our science;

Assmann and Berson, afterwards Hergesell, who extended the experimental field towards the third dimension and over the oceans by devising new methods of attack and organizing scientific research, with the ultimate result of the discovery of the stratosphere and all the anomalies of temperature in the troposphere.

Buys Ballot, in the discussion of his own work, says that he left too much to others the care of developing his law into a mathematical form.

Also the famous meteorologists I mentioned are rather more renowned for an enormous increase of our knowledge of facts than for framing theories.

Is that so, to quote your own words: „because meteorology has not arrived at the stage suitable for the attention of a professor ?"

No — since this was written, your country got its professor of meteorology, and there and elsewhere since the days of Ferrel and even of Hadley and Halley several of the ablest among scientists have given their attention to the physical problems suggested by the study of meteorology — I only mention by way of example the more recent investigations by Margules and Bjerknes on the energy and the formation of cyclones, those of Humpreys, Gold and Emden on radiation equilibrium.

What then is the reason, that no communis opinio exists at this moment about vital points, f. i.: whether the gradient causes the wind, or the wind the gradient; whether temperature differences are the causes or the result of the formation of cyclones? Is it not, because the physical problems discussed by these scientists are not quite meteorological problems? Indeed, in order to secure a solution, it has often been necessary to simplify or to modify the problem in such a way, that the practical meteorologist is at a loss what to do with the result, or is inclined to think that the more important sources of energy have been shut out at the boundary.

I quote another of your words:

„The dynamics of an elastic fluid moving on a rotating spheroid, however interesting, is beset with an extraordinary number of temptations to error, and the more humble ambition of trying to find out what the motion really is, although painfully laborious, has advantages which may be compared with the advantages which walking has as compared with the use of a flying machine."

This was written in 1904. Since then, flying has become safer, and walking less safe — but still there remains truth enough in the comparison, and it is to these investigations on the firm ground of facts that you have devoted yourself since the leadership of the Meteorological Office in England was entrusted to you in 1900.

In order to approach the aim, the walker must know his ground, and you recognised from the beginning, thanks certainly also to your membership of the Meteorological Council, what obstructions and pitfalls were lying about. You came to the office with something like 20 years practice as a teacher of experimental physics, and so one of your first occupations has been to advocate the use of the metric system in meteorology. For scientific aerological research this system was adopted internationally at Vienna in 1912: if, on our weather maps and in our messages the battle between millimeter and millibar in still raging, and Fahrenheit degrees have not been abandoned for absolute temperatures, it is not *your* fault — but at all events, the inches have been got rid of.

In the same line were your efforts in favour of uniform projection and scale of meteorological charts; these led you to the construction of the „octogonal globe", giving a nearly equal area projection of the whole surface on plane polar caps, conical temperate and cylindrical tropical belts, capable of being reproduced by printing on a plane sheet.

A more direct attack of the problem what the motion really is was undertaken in your various researches on the trajectories of air, the life history of surface air currents, published in cooperation with your assistant Mr. Lempfert. Here direct evidence is given of air escaping from the surface or supplied to it from above — and the causes were shown of the the many variations in intensity or duration of rainfall associated with slow or fast travelling storms, V. shaped depressions and squall-lines.

The problem of the great circulation and its connexion with the energy of cyclones has been the subject of many of your investigations. You have shown, that the normal condition of the atmosphere is one in which the gradient is exactly balanced by the velocity, so that as a first approximation isobars become identical with streamlines. After extending Teisserenc de Bort's isobars at 4 kilometers to 8 kilometers, you have pointed out that at 8 kilometers te density is the same all over the globe in all seasons of the year, and that the isobars at 8 kilometers very much resemble the curves representing the weight of the lower 8 kilometers, but with a reversal of sign as to high and low. This shows that neither the knowledge of conditions near the surface, nor of the upper currents alone is sufficient, though important correlations exist.

During the last years, the life-history in three dimensions has been considered. The study of a tropical revolving storm has made you follow up an idea of the late Lord Rayleigh, and consider the vertical convection largely as eviction, a new meteorological term meaning that air is carried off by a frictional effect originating from other rising air. The high Westerly motion is considered as the flywheel of the whole circulation, sometimes driving the engine, sometimes driven by it.

Time does not permit to go on in this way and to describe your models and experiments, I therefore only quote the words by which you have indicated your object: „to suggest lines along which, partly by experiment and partly by observation, some quantitative estimates might be formed of the operation of various physical processes, which have hitherto been used in a qualitative manner only in meteorological theory."

Another most important contribution to the meteorology of the globe is represented by the 5 volumes of the „Réseau mondial" published by the Meteor. Office, giving monthly values of pressure, temperature and rainfall with normal values for chosen stations on the basis of 2 stations for each 10 degree square. As a single example of the usefullness of such publications I mention the fact, revealed by the first volume, 1911, that this year, believed by many to have heen abnormally warm all over the globe, shows about as many and as big negative as positive deviations from the normal.

Indeed, after these empirical and theoretical investigations, you had a right to say: „The time is coming, when it has not already come, that students of meteorology will deal with the earth as a wohle on the basis of observation, and will recognize that anything short of that is inadequate for the solution of the more general problems of climate and weather." It is also with this object in view that you are writing your Manual of Meteorology, which we hope soon to see completed.

With a few words I must mention your contributions to the study of the relations between weather and crops. At one of our committee meetings, I remember your telling us about a farmer, who denied the value of ordinary forecasts for 24 hours and added: if you had told us beforehand that this summer was going to be a dry one, *that* would have meant something! This is the man, you said, whom I have been seeking for a long time; and you asked him what he would have done on such an occasion. There came no reply. That is because, as a rule, agriculturists did not know in which way exactly weather influences the corps and what varieties of plants are most resistant to special weather influences — your researches have shown them the way.

In the mean time, your office grew in size and importance. If we only look at the weather maps of 1900 and 1923, the first consisting of 4, the latter of 10 pages, showing, beside an important increase of surface observations of the British Isles, Atlantic observations, free air winds, and soundings by aeroplanes and other means at various places in Europe, we understand what amount of national and international cooperation has been necessary to allow of such an extension.

In mentioning this part of your work, I have already entered upon the subject of your role as President of the International Meteor. Committee. It is largely due to your wise policy, that our organisation has survived the war in its old, world embracing form; and that, though not all difficulties have been overcome, the scheme of wireless synoptic reports, drawn up in Londen in 1921, has come into operation all over Europe in 1922. Your work for the Réseau Mondial I have already mentioned; only a few months ago you have taken from younger shoulders the task of reconstructing the cooperation in aerology and resuming the compilation and publication of the enormously increased observations. Hence, while I have given this audience a very imcomplete birds-eye view of your past work, it is evident that another important task is awaiting you. I end in expressing the earnest wish, that it may be given to you, Dear Sir Napier, to fulfil that task in the way in which you have earned this medal.

Nadat Sir Napier Shaw onder applaus der vergadering de medaille in ontvangst genomen had, verzocht hij het woord voor het volgende antwoord:

Mr. President,

This is an occasion for very few words from me. It would be equally unseemly on my part to spend words in endeavouring to convince you that the very generous address of my friend and colleague Professor Van Everdingen ought really to be regarded as flattery, or to waste words in commenting upon the action of this august Academy, in the award of the Buys-Ballot-medal. It is quite equal to its duty — it is indeed famous throughout the world.

But one duty I can discharge not only with becoming modesty but also with unfeigned pleasure and that is to thank you most warmly for the reception which you have given to me this afternoon and to acknowledge the great honour, which the Academy has bestowed upon me by the award of the medal.

And I ask your permission to add that I am particularly pleased to have my name associated with the commemoration of Buys Ballot. The name Buys Ballot is held in high esteem by meteorologists all over te world and first for the expression of the relation between wind and the distribution of pressure in the form of the Buys Ballot law, which is now one of the axioms of dynamical meteorology. And here let me salute in him, that peculiar faculty of expression which constitutes genius. He might easily have worded his law that if you stand with your back in the wind low pressure wil be in front of you and high pressure behind you. In that form it might have found universal acceptance: in a sense it would have been true, but the statement would have made no effective addition to the science of meteorology. He chose instead the expression that with your back to the wind the low pressure is on your left, the high pressure is on your right; it did not find immediate acceptance but it was a vital addition to the science: So delicate is the distinction between genius and the commonplace.

Secondly let me recall the leading part, that Buys Ballot took in the advocacy of international cooperation in meteorology and his share in the initial organisation. There again is an expression of genius which even now is not so fully recognized as it must be. Meteorology is preeminently a science in which each worker is dependent upon observations made by others in other parts of the world. No meteorologist can live to himself, he must have fellow workers upon whom he is dependent as they are dependent upon him.

And this leads me to point out that although meteorologists must have all things in common, yet different countries may play different parts in the study of the atmosphere. Some survey the sea and others the land, mountains and high lands contribute their share, but the low lands are not by any means to be neglected. It is an instructive thought, that if Buys Ballot had not lived in Holland he could hardly have found out his law because the pressure and the wind in hilly countries belong to different levels. It could never have occurred to a dweller in Switzerland or even in Austria. So, when we think of what mountain peaks and even what aeroplanes may tell us in the future, let us not forget what we have learned from the flat lands in the past.

And finally let me once more lay stress upon the association of the sciences of physics and meteorology. Meteorology can provide the physicist with many problems. The progress of the science depends first of all upon the formation of ideas of the physical processes involved: working hypotheses we call them in English. The meteorologist wants the training of a physicist in the identification of the processes and the working out of the details, but the physical training in itself does not convey the power of forming correct ideas about the scheme of working; that must come from experience and from experience alone.

Therefore in recognition of the great honour, which you have done me in associating my name with the commemoration of Buys Ballot, I pay a tribute to the combined scientific force of the Physical Laboratory and the Meteorological Observatory.

BOEKBESPREKING.

Zeitschrift für angewandte Geophysik, herausgegeben von Dr. Richard Ambronn, Band I — Gebr. Borntraeger, Berlin 1922, f 12.—.

Het is een verblijdend teeken te kunnen constateeren, dat, al zijn de omstandigheden voor een volk nog zoo treurig, er toch zoo krachtig gewerkt wordt, dat het zelfs noodig is, in deze tijden een nieuw tijdschrift op te richten. De groei en ontwikkeling van een onderdeel van een wetenschap bespeurt men het beste als het blijkt, dat er zooveel publicaties komen op dat terrein, dat eigenlijk als grensgebied tusschen twee gebieden in ligt, dat zij eigenlijk in geen der beide gebieden geheel op hun plaats zijn. Hier is dit het geval met de toegepaste geophysica, die zich heeft ontwikkeld als grensgebied tusschen de zuivere physica, de theoretische geophysica en de practische geologie.

Bovengenoemd tijdschrift waarvan de eerste aflevering voor mij ligt heeft de bedoeling, behalve oorspronkelijke mededeelingen uit het gebied der toegepaste geophysica en de naburige deelen der zuivere geophysica, ook, in de vorm van referaten, te geven een samenstelling van de nieuwe litteratuur op geophysisch, physisch en geologisch gebied, voor zoover deze van uit het standpunt der toegepaste geophysica van beteekenis kan zijn.

De eerste aflevering geeft behalve de inleiding een groot artikel van den redacteur: „Die Aufgaben der angewandte Geophysik" waarin duidelijk uiteengezet, welke vraagstukken aan de orde zijn en in welke richting men tot oplossing zal kunnen komen.

Een tiental referaten benevens een litteratuurlijst van niet gerefereerde artikelen vult de aflevering verder op.

Voorloopig verschijnt het tijdschrift in „zwangloser Hefte", die telkens wanneer zij samen ± 30 vel druks vormen. tot een band vereenigd worden, voorzien van inhoud, personen- en onderwerpregister.

Wij mogen het tijdschrift zeker een goede toekomst toewenschen.

T. v. L.

Wilh. R. Eckardt: **Grundzüge einer Physioklimatologie der Festländer,** 123 blz., 17 fig. — Gebr. Borntraeger, Berlin 1922, Prijs f 2.70.

Wanneer we meteorologie opvatten als de verklaring der atmospherische verschijnselen volgens de wetten der physica, en voorts klimatologie beschouwen als regionale meteorologie, dan verwachten we in een boek met een titel als boven de verklaring (in grondtrekken) van de atmospherische verschijnselen, die het klimaat der continenten bepalen, en zulks op physischen grondslag.

In die verwachting worden we slechts gedeeltelijk bevredigd, want die physische grondslagen blijken zich te bepalen tot het elementaire verband tusschen luchtdrukking, luchtbeweging en regenval.

Vrij duidelijk zet de schrijver in de eerste zinnen van het voorwoord uiteen, wat zijn werk wil geven, n.l.: hoe het klimaat van een land in de eerste plaats ontstaat als gevolg van de verandering in de verdeeling der luchtdrukking; hoe daarvan afhankelijk zijn wind en neerslag, terwijl de temperaturen tegelijkertijd gevolg en oorzaak der luchtdruk-verdeeling zijn; dat hoofddoel moet zijn navorsching en verklaring van den neerslag, die voor den mensch van critische beteekenis is.

En zoo gaat ook telkens bij het in behandeling nemen van een gebied de schrijver in hoofdzaak uit van het isobaren-stelsel. Met inachtneming der orographische gesteldheid, wordt het windstelsel verklaard en door middel daarvan de temperaturen en vooral de neerslag.

Nieuwe beginselen worden niet toegepast, dieper wordt op het physische verband in die atmospherische stelsels niet ingegaan, maar de waarde van het boek ligt däärin, dat deze methode voor alle continenten op gelijke wijze wordt toegepast en een overzichtelijk geheel is verkregen; juist omdat de schrijver zich tot haar bepaald heeft en niet de groote rest van een physioklimatologie geeft.

Ondanks die beperking is toch, door de sterke verscheidenheid der behandelde landstreken, menige beschrijving en verklaring tamelijk oppervlakkig gebleven; wel sterk komt dat uit voor den Maleischen Archipel, die met enkele regels wordt afgedaan, wat begrijpelijkerwijs aan referent bijzonder opviel.

De beschrijving van luchtdrukking-verdeeling en luchtstroomingen zou buitengemeen in duidelijkheid gewonnen hebben, indien telkens de desbetreffende kaarten van isobaren- en windstelsels bijgevoegd waren, en niet, zooals thans, in slechts enkele gevallen. Oorspronkelijk was dat de bedoeling van den auteur, maar ten slotte (vermoedelijk ook om technische redenen) meende hij den lezer naar hand- en schoolatlassen te kunnen verwijzen. Die zijn echter onvoldoende voor het doel.

Het werk zal van nut voor het onderwijs kunnen zijn, zoowel voor den leerarende, die een kort overzicht vindt van de hoofdoorzaken. welke het klimaat van een grootere of kleinere landstreek bepalen, als voor den leerende, die uit het werk kan verkrijgen een klaar overzicht van deze oorzaken, zooals zij over onze aardoppervlakte de verschillende klimaten opbouwen.

W. v. B.

MEDEDEELINGEN.

LABORATORIUM-UREN VOOR LEERAREN IN NATUURKUNDE.

Van de Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging is het volgende adres uitgegaan:

Aan Zijne Excellentie
den Minister van Onderwijs, Kunsten
en Wetenschappen,

geven met verschuldigden eerbied te kennen,

Dr. J. M. Burgers,	Hoogleeraar aan de Technische Hoogeschool te Delft, Voorzitter.
Dr. P. H. v. Cittert,	Conservator aan het Physisch Laboratorium der Rijksuniversiteit en leeraar aan de Bijzondere Hoogere Burgerschool te Utrecht, Secretaris,
Dr. H. G. Cannegieter,	Adjunct-Directeur van het Koninklijk Nederlandsch Meteorologisch Instituut te De Bilt, penningmeester,
Dr. G. Holst,	Directeur van het Natuurkundig Laboratorium der N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken te Eindhoven,
Dr. F. Zernike,	Hoogleeraar aan de Rijksuniversiteit te Groningen,
Dr. H. C. Burger,	Lector aan de Rijksuniversiteit te Utrecht,

Dr. A. D. Fokker, Hoogleeraar aan de Technische Hoogeschool te Delft,

te zamen vormende het Bestuur der Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging, handelende in opdracht van de algemeene vergadering dier vereeniging van 2 Juni 1923, en domicilie kiezende ten huize van den Secretaris voornoemd, *Maliebaan 72bis, Utrecht,*

dat zij voor de vormende kracht van het Natuurkundig Onderwijs aan Hoogere Burgerscholen en Gymnasia onmisbaar achten de toelichting der Natuurkunde en hare theorieën door het experiment eenerzijds en de toetsing van hare conclusiën door proefnemingen anderzijds,

dat zij van een verwaarloozing van het experiment bij het voorbereidend onderwijs een hoogst nadeeligen terugslag vreezen op het peil van dat onderwijs en op de latere studie der leerlingen, welke het hooger onderwijs aan Universiteiten en Hoogescholen zullen volgen,

dat zij, enkelen hunner uit eigen ervaring, bekend zijn met de tijdroovende moeite en zorg, die buiten de lesuren vereischt worden om het experiment in de les tot zijn recht te doen komen en dat met name het opsporen van de oorzaak van haperingen moeilijk kan zijn en langdurige, geduldige toewijding vereischt,

dat het hun dus wil voorkomen, dat de afzonderlijke honoreering van laboratorium-uren voor de leeraren bij de instellingen van Middelbaar en Voorbereidend Hooger Onderwijs beantwoordt aan een billijke waardeering van de aan het experiment ten koste gelegde moeite,

dat zij van oordeel zijn, dat de tijd aan de voorbereidingen der proefnemingen besteed, geacht moet worden op eene lijn te staan met de gegeven lesuren,

redenen waarom zij de vrijheid nemen zich tot Uwe Excellentie te wenden met het eerbiedig verzoek te willen bevorderen dat evenals tot dusver ook in den vervolge aan de leeraren der Natuurkunde worde toegekend eene belooning voor laboratorium-uren en dat deze laboratorium-uren in alle opzichten als gewone lesuren in aanmerking genomen zullen worden.

Hetwelk doende, enz.

namens het Bestuur voornoemd,
(w.g.) J. M. Burgers, Voorzitter.
(w.g.) P. H. v. Cittert, Secretaris.

Utrecht, den 4en Juni 1923.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Op voorstel van het Bestuur besloot de vergadering van 28 April 1923, dat de leden, die ter vergadering eene mededeeling wenschen te doen, uit de kas der vereeniging eene tegemoetkoming in de reiskosten zullen genieten, indien zij verder dan 90 km. van de plaats der bijeenkomst wonen. De kosten van een derde-klas-biljet heen en terug zullen vergoed kunnen worden.

LABORATORIUM VOOR SPEKTROSKOPIE TE AMSTERDAM.

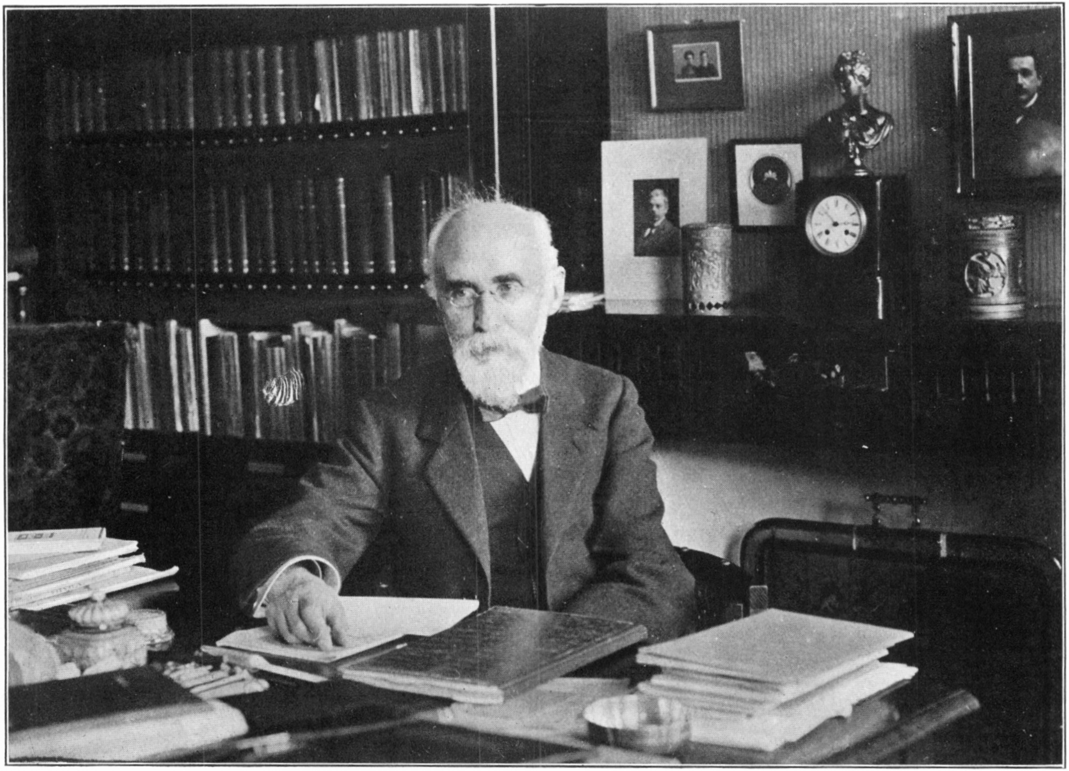
Maandag 18 Juni werd door den president-curator der Gemeentelijke Universiteit van Amsterdam geopend en door Professor Zeeman in gebruik genomen het nieuwe keurige laboratorium, dat voor de spektroskopische onderzoekingen is ontworpen en ingericht. Alle Nederlandsche physici verheugen zich daarover hartelijk en hopen dat Professor Zeeman en zijne medewerkers groote voldoening zullen mogen smaken van het werk waaraan zij zich gaan wijden.

STRIKVRAGEN.

Vraag VIII: **Een kaarslantaren is aan alle kanten zoo tegen tocht ingericht, dat men van boven noch van onderen of van terzij de vlam kan uitblazen. Men laat de lantaren uit de opgeheven hand zonder kantelen vallen en vangt ze op even voor dat ze tegen den vloer valt. Gedurende den val gaat de vlam uit. Waarom?**

Antwoorden inzenden aan het gewone adres der Redactie.

Op vraag VII in No. 4, luidende: „Hoe kan iemand, hangende aan een verticaal volkomen buigzaam koord, zichzelf in slingering brengen?" is geen goed antwoord ingekomen, hoewel de vraag eenvoudig is, en ieder wel eens in zijn leven geschommeld zal hebben. Zoolang het koord recht naar beneden hangt, kan de hanger geen kracht in horizontale richting uitoefenen, die hem in slingering kan brengen. Ook kan hij niet door beweging van armen of beenen, dus door inwendige krachten in zijn lijf, zijn zwaartepunt zijwaarts verplaatsen. Wat hij wel kan doen is, — eventueel na zich eerst even opgetrokken te hebben, — dit, dat hij de handen in de eene richting brengt met een verplaatsing van een ander lichaamsdeel in de tegengestelde richting, waardoor het koord scheef komt, d.w.z. een horizontale component van de koordspanning vrij spel krijgt, om de lichaamsmassa in horizontale slingering te brengen.



H. A. LORENTZ.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

3e JAARGANG — JULI 1923 — NUMMER 7.

HENDRIK ANTOON LORENTZ

1853 — 18 Juli — 1923.

Over de dingen waarmede wij in het alledaagsche leven het best vertrouwd zijn, zouden wij het minste weten te vertellen. Van de handelingen die wij uit gewoonte doen, kunnen wij ternauwernood meer het hoe en waarom beschrijven. Naarmate een persoon grooter invloed op ons leven gehad heeft, kost het ons meer inspanning om de wijze en de mate van die inwerking onder woorden te brengen. Vandaar dat het zoo moeilijk is, bij een gelegenheid als het afscheid van professor Lorentz van zijn hoogleeraarswerkkring de beteekenis van zijn werk ook maar eenigermate te schetsen.

Wie de colleges van professor Lorentz gevolgd hebben, — en hoe velen zijn er dat niet in den loop der jaren geweest! — hebben allen zonder uitzondering ervan genoten. Die onvermoeide opgewektheid, die alles doorzichtig makende helderheid, die breede lijn, vaak, van het historisch aperçu, maakten het luisteren naar de voordracht tot een lust. Men kreeg het gevoel, dat er geen duistere hoeken meer konden zijn, men zou haast niet weten, wat er nog te vragen viel, spelenderwijze volgde men de ontwikkeling der theorieën, zonder een oogenblik te beseffen, hoe moeilijk de behandelde problemen waren.

Vóór het college, wanneer de studenten zich in de collegekamer verzamelden, placht professor Lorentz zich bij hen te voegen. Elk kreeg een groet, met ieder knoopte hij een gesprek aan, vol belangstelling en vragen naar elks particuliere welzijn en wederwaardigheden. Ook de student, die wel eens te laat kwam, nadat met een: „ik geloof dat wij nu wel beginnen mogen", professor Lorentz begonnen was, kreeg nog een vriendelijken hoofdknik. Vriendelijkheid en genoegen stralen uit de voordracht, uit den smaak, waarmee de stijl verzorgd wordt en de taal met een kernachtig of zwierig woord gekruid of gesierd. De precaire situatie van een electron in labiel evenwicht staat ons duidelijk voor oogen als wij hooren, dat het bij een kleine verplaatsing „hals over kop" hoe langer hoe sneller en verder van huis raken zal. In de berekeningen wordt menige „klip omzeild" en altijd „voet bij stuk" gehouden.

„Voet bij stuk houden"! Wie herinnert zich niet dat professor Lorentz hierin een kunstenaar was, en wie is niet dankbaar, dat hij daarvan bij hem een weinig geleerd heeft? Met eenvoudige wiskundige hulpmiddelen door volharding en doeltreffend overleg geduldig door de problemen heenwerken tot een volkomen in details opgehelderde oplossing: die kunst kregen wij op college te zien. Professor Lorentz hield van het uitwerken van vraagstukken. Om de gedachte te bepalen gaf hij gaarne concrete kwesties als voorbeeld. Dikwijls excuseerde hij zich dat hij weer het bord geheel vol had geschreven met formules, maar die excuses waren overbodig, want hij deed het rekenwerk nooit op zoo'n manier, dat het vervelen kon. In gesprekken kon hij het wel eens erover hebben dat er een zekere bekoring in gelegen kan zijn, om heele vellen papier met berekeningen vol te schrijven en aan het eind te bemerken, dat alles sluit als een bus. Dikwijls sprak hij ervan, dat het maken van vraagstukken zooveel voldoening kan schenken in het gevoel van iets tot stand gebracht te hebben, zooals hij zich herinnerde ook zelf, als student, met zooveel genoegen de vraagstukken te hebben doorgewerkt van Frenet. Trouwens, reeds van de lagere school, de avondschool te Arnhem, schijnt deze smaak in vraagstukken te dateeren, waar de jonge geleerde in 1866 bij de oprichting der Hoogere Burgerscholen met 5-jarigen cursus volkomen klaar was, en in wiskunde meer dan dat, om in de derde klas te beginnen.

Wanneer er nieuw werk verscheen, hetzij over moleculaire stroomingen, of over het Stark-effect, of wanneer er op college weer gehandeld zou worden over reeds bekende zaken, bijv. de invariantie van quantiseeringsregels bij z.g. adiabatische beïnvloeding van een systeem, in een ommezien had professor Lorentz de resultaten opnieuw berekend op een eigen manier, of de methode op nieuwe interessante voorbeelden toegepast, of een nieuwe weg tot aanpakken van het probleem geopend. Dat alles kwam dan op college, heel vaak, ja meestal, voor het in de Koninklijke

Akademie werd gepubliceerd, — of niet gepubliceerd. Dit voortdurend contact met levend oorspronkelijk werk onderging de jonge student zonder te beseffen welk een onschatbaar voorrecht hij hierin genoot, gelijk trouwens de jeugd altijd haar voorrechten als vanzelfsprekend aanvaardt; maar de rijpere physicus wist de zeldzaamheid daarvan beter te waardeeren.

Professor Lorentz zelf zou de laatste zijn om toe te geven, dat werkelijk zijn colleges meer waard waren dan die van anderen. Dat ligt zoo heelemaal niet in zijn aard. Trouwens, bij zijne waardeering van anderen viel nooit de nadruk op het intellectueele alleen. De eene mensch mocht misschien meer aanleg hebben dan een ander, er kon een verschil zijn van wat meer of minder oefening en toewijding, maar niet een qualitatief onderscheid van zijn of niet-zijn. „Men moet maar geluk hebben," placht hij dikwijls te zeggen bij het spreken over den gedachtengang die dezen of genen physicus geleid had tot een voor de hand liggende onderstelling welke grooten opgang maakte en tot beroemdheid leidde. Hij had misschien vaak genoeg opgemerkt hoe andere, even voor de hand liggende onderstellingen, intuïtief even zuiver geconcipieerd, niet tot succes leidden omdat zij bij ongeluk den verkeerden kant uitwezen, daar waar de overeenstemming met de werkelijkheid niet voor ze weggelegd was? Deze trek om in eigen werk alleen het vanzelfsprekende, en niet iets bijzonders te zien, leidde in zijn jonge jaren ertoe dat hij belangrijke ontdekkingen voor zich hield, waaraan later de naam van een ander verbonden werd. Zoo was bijvoorbeeld de theorie van het Kerr-effekt reeds lang door hem uitgewerkt voor dat de mogelijkheid en de werkelijkheid van het effect wereldkundig werden.

Deze zelfde eenvoud was het, die hem nooit voor eenig werk zich te goed deed achten. Niet alleen de werkzaamheden die hij maar eenigszins kon rekenen tot zijn plicht te behooren, ook geheel onverplicht werk, zoo binnen als buiten het wetenschappelijke, nam hij vrijwillig op zich wanneer hij meende iemand ermede te kunnen helpen, zonder ooit iets te laten merken, alsof dat vanzelf sprak. Vele, zeer vele medici blijven hem oprecht dankbaar voor de propaedeutische colleges, die hij te hunnen behoeve op zich nam. Ook hijzelf behield van dat werk prettige herinneringen. Altijd zorgde hij dat er enkele demonstratieproeven gereed stonden, want hij wist best te begrijpen, dat die een attractie vormden, en dat wel eens een enkele eerstejaars bij de collegedeur rechtsomkeert maakte naar den heerlijken zomerdag buiten, als er op tafel niets klaar gezet stond. Voor wie professor Lorentz wel eens onder een voordracht een proef heeft zien demonstreeren, is het trouwens niet twijfelachtig, dat en hoeveel behagen hij in het experiment schepte, en de onderstelling is misschien niet te gewaagd, dat het voor hem een gemis was, toen na het ophouden met deze propaedeutische colleges de gemakkelijke gelegenheid om zelf te experimenteeren en verschijnselen waar te nemen hem ontging, en dat hij nu van de gelegenheid daartoe in Teylers Stichting met volle teugen geniet. Met dat al was het propaedeutische college voor hem toch een zware belasting. Door het vele werk, dat op zijne schouders geladen werd, kon hij het zoo druk krijgen, dat bij tijden het hem groote moeite kostte om vast te houden aan den stelregel van elken dag minstens één uur met zijn eigen wetenschappelijk werk bezig te zijn. Klagen daarover deed hij nooit; integendeel stelde hij bij gelegenheid in het licht, dat de ervaring bij groote geleerden, die van alle plichten ontheven waren om zich uitsluitend aan hun studies te wijden, bewezen had, dat een algeheele ongebondenheid wel eens tot teleurstelling leiden kan.

Al werden de propaedeutische colleges van professor Lorentz in 1907 overgenomen door professor Kuenen, en al werd in 1912 bij de aanvaarding van zijn werkkring aan Teylers' Stichting zijn doceeren beperkt tot een uur Capita Selecta per week, hij bleef volop in het werk zitten, dat hij nooit schroomde belangeloos op zich te nemen. De behartiging van de belangen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen, wier voorzitter hij gedurende tien jaren was tot Maart 1921, de leiding van het wetenschappelijk werk der Zuiderzee-Commissie, of de voorbereiding en de leiding van het werk der door hem gepresideerde nationale bijeenkomsten van wereldbekende physici in het Solvay-Instituut te Brussel, ziedaar slechts enkele genoemd van vele bezigheden van uitnemend belang waaraan hij zich wijdde en wijdt.

Professor Lorentz is een bewegelijk en gezellig man. Hij houdt van reizen — twee maal stak hij den Atlantischen Oceaan over voor een rondreis door Amerika — en hij houdt van de genoegens van eigen haard. Met een enkel woord is reeds aangeduid dat hij altijd vol belangstelling was naar de huiselijke omstandigheden van zijn studenten. Het gewone menschelijke lief en leed achtte hij naast moedgevende vorderingen in de studie van veel meer belang voor hun leven dan uiterlijk succes. Eerzucht of egoïsme doet hem innig verdriet, heerschzucht is hem een raadsel. Telkens bij allerlei gelegenheden komt zijn liefde tot den waren eenvoud tot uiting. Of hij op een „Dinsdagavond" studenten ontvangt, of aan een verlovingsdineetje een jong paartje toespreekt, of aan een promotiediner den jongen doctor, maakt voor de genoegelijkheid van zijn goed gehumeurden tintelenden scherts geen verschil. Wanneer een geleerd vakgenoot bij hem gelogeerd is, zal hij, niet minder dan door diens genie, bekoord zijn doordat hij merkt dat ook zijn gast zich innig verheugen kan in eenvoudige, doodgewone, maar echte vreugden des harten, net zooals het voor hem een feest is den verjaardag van een zijner kleinkinderen te komen vieren. Bij een huldiging van een natuurkundige om zijn tot stand gebracht werk zal professor Lorentz nooit nalaten om in intiemen familiekring te huldigen het stille opofferende werk der vrouw, die haren man afstaat aan zijn roeping en bescheiden in huis hem de rust van gemoed verschaft om zich te wijden aan de uitwerking der ideeën die hem trekken. Er gaat hem niets boven dit: het groote levensgeluk te mogen vinden in de ontplooiïng van geestesgaven aan de taak van een hooggestemd ideaal van wetenschap en menschenmin. In een grafrede legt hij den nadruk, niet op de eer die de ontslapene geoogst heeft, maar op het geluk, dat zijn beminde vriend in zijn geestgedragen werk heeft mogen vinden. Rustig en in het besef van de vergankelijkheid der ijdelheden, eert hij de waarde van het geluk van den eenvoud der waarheid.

Professor Lorentz heeft eens gezegd, dat er geene betrekking bestond, zoo dankbaar als die van hoogleeraar. Men behoeft slechts een klein weinigje zijn plicht te doen, zeide hij, om uitbundig geprezen te worden. Nu hij van zijnen hoogleeraarswerkkring scheidt, zou ons de aanmatiging slecht voegen van hem te prijzen. Slechts dit mogen wij misschien doen, hem gelukkig, driewerf gelukkig prijzen dat hij voor zoo velen zooveel heeft mogen zijn, en dat wij hem dankbaar mogen blijven voor de uren, bij hem doorgebracht.

A. D. FOKKER.

OVER DE BAAN EN DE ENERGIE VAN EEN VALENTIE-ELEKTRON BIJ ATOMEN VAN HOOG GEWICHT

door H. P. BERLAGE Jr.

De vraag, hoe een electron loopt om een atoomkern, waarom heen nog een aantal andere elektronen in min of meer symmetrische wijze gegroepeerd zijn, en de vraag, hoe de energie van een dergelijk electron zoo eenvoudig mogelijk in de baanelementen uit te drukken zou zijn, is in den laatsten tijd op verschillende wijze aangevat. Men werkt tegenwoordig gaarne met de approximatie [1]), waarbij de lading van de elektronengroep gelijkmatig over één of meer bolschillen verdeeld gedacht wordt en qualitatief zal deze methode door haar eenvoud misschien voorloopig de voorkeur boven andere behouden. Het kwam mij echter voor, wel van belang te zijn zich van de discontinuiteiten, waartoe de bolschillen aanleiding geven, vrij te maken. De weg, dien ik voorstel te volgen, is deze: men maakt een onderstelling omtrent het verloop van den potentiaal Φ, dien de $(z-1)$ elektronen, welke om de kern, die de lading ze moge hebben, gegroepeerd zijn, in een punt van de ruimte geven, waarbij dit potentiaalverloop, eenvoudigheidshalve, centraalsymmetrisch gedacht wordt.

Men stelle

$$\Phi = -\frac{(z-1)\,e\,r}{r^2+b^2} + \frac{P\,r^2+Q}{(r^2+b^2)^2},$$

waarin P, Q en b nog nader bepaald moeten worden. Op de fouten, die aan deze onderstelling kleven, zullen we spoedig stooten. Men merke echter op, dat, wanneer r groot wordt ten opzichte van b, men schrijven mag

$$\Phi = -\frac{(z-1)\,e}{r},$$

hetgeen een vanzelfsprekend vereischte is.

De differentiaalvergelijking van de baan van het electron, wordt hiermee

$$K\frac{d\frac{1}{r}}{d\varphi} = \sqrt{-\frac{2k}{m} + \frac{2ze^2}{mr} - \frac{K^2}{r^2} - \frac{2(z-1)e^2r}{m(r^2+b^2)} + \frac{2e}{m}\frac{P\,r^2+Q}{(r^2+b^2)^2}},$$

1) E. Schrödinger, Z.S. f. Phys. **4**, 347, 1921.
A. Th. van Urk, Z.S. f. Phys. **13**, 268, 1923.

waarbij $$K = r^2 \frac{d\varphi}{dt} = \text{de perkenkonstante}$$
$$k = \text{de totale energie v. h. electron}$$
$$m = \text{de massa v. h. electron}$$
is.

Wanneer men
$$P = \frac{m}{2e} K^2 \left(1 - \frac{1}{z^2}\right),$$
en
$$Q = \frac{m}{e} K^2 b^2 \left(1 - \frac{1}{z}\right),$$
stelt, gaat de baanvergelijking over in
$$K \frac{d\frac{1}{r}}{d\varphi} = \sqrt{-\frac{2k}{m} + \frac{2e^2}{m}\left\{\frac{r^2 + z b^2}{r(r^2+b^2)}\right\} - \frac{K^2}{z^2}\left\{\frac{r^2 + z b^2}{r(r^2+b^2)}\right\}^2}.$$

Aangezien de potentiaal van de groep der andere elektronen op deze wijze variabel zou zijn met de perkenconstante van het beschouwde electron, zullen we ons tot een bepaalde waarde van K beperken, waarvoor wij diegene kiezen, welke correspondeert met een azimutaal quanta-getal van het genoemde elektron
$$\alpha = 1,$$
ook om deze reden, dat in dit geval benaderingen gemakkelijk zijn door te voeren.

Dus is voor de geheele verdere beschouwing volgens den eisch der quanta-theorie
$$\int_0^{2\pi} K \cdot m \cdot d\varphi = h$$
en dus
$$K = \frac{h}{2 m \pi} = 1{,}16 \text{ cm}^2/\text{sec}.$$
Noemt men
$$\frac{r^2 + z b^2}{r\,(r^2 + b^2)} = x,$$
dan zal men na eenige herleiding vinden

$$\frac{1}{K} \cdot \frac{r^4+(3z-1)r^2b^2+zb^4}{r^4+2r^2b^2+b^4} \cdot d\varphi = \frac{dx}{\sqrt{-\frac{2k}{m}+\frac{2e^2}{m}x-\frac{K^2}{z^2}x^2}} \cdot$$

Als kunstgreep passen we een afgekorte Fourierontwikkeling toe en stellen, daar r, in aanmerking genomen een zekere precessiekonstante γ een periodieke functie zal zijn van $\gamma\varphi$:

$$\frac{r^4+(3z-1)r^2b^2+zb^4}{r^4+2r^2b^2+b^4} = z\left[l+m\cos(\gamma\varphi)+n\cos(2\gamma\varphi)\right]$$

waardoor de baanvergelijking integrabel wordt en men vindt

$$r\frac{r^2+zb^2}{r^2+b^2} = \frac{\frac{mK^2}{e^2z^2}}{1+\sqrt{1-\frac{2kmK^2}{z^2e^4}}\cos\left[l\varphi+\frac{m}{\gamma}\sin(\gamma\varphi)+\frac{n}{2\gamma}\sin(2\gamma\varphi)\right]}$$

Daarbij is γ de faktor die de precessie uitdrukt en men ziet onmiddellijk, dat

$$\gamma = l,$$

moet gesteld worden.

We zullen later op de beschouwing van de baankromme terugkomen en ook de redelijkheid van de aan het begin staande onderstelling omtrent het potentiaalverloop der electronengroep nader aantoonen. Laat ons deze voorloopig aannemen.

We schrijven de baankromme vereenvoudigd

$$r\frac{r^2+b^2}{r^2+zb^2} = \frac{p}{1+q\cos\psi} \cdot$$

Dan vindt men uit den eisch der quanta-theorie betreffende het radiale quanta-getal ϱ:

$$2\int_{r_p}^{r_a} m\dot{r}\,dr = \varrho h,$$

waarin r_p en r_a den perihelium- en apheliumafstand van het valentie-elektron voorstellen, dat

$$z\varrho = \frac{q^2}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{\sin^2\psi}{(1+q\cos\psi)^2} \cdot \frac{r^4+2zr^2b^2+z^2b^4}{r^4+(3z-1)r^2b^2+zb^4}\, d\psi .$$

We gebruiken nu eenzelfde kunstgreep als voor de berekening van de baan en stellen

$$\frac{r^4+2zr^2b^2+z^2b^4}{r^4+(3z-1)r^2b^2+zb^4} = \lambda + \mu\cos\psi + \nu\cos 2\psi ,$$

drie konstanten voldoende beschouwende ter karakterizeering van de onderhavige kromme.

Het rechterlid kan ook geschreven worden in den vorm

$$\left\{\lambda - \nu + \frac{2\nu}{q^2} - \frac{\mu}{q}\right\} + \left\{\frac{\mu}{q} - \frac{4\nu}{q^2}\right\}(1+q\cos\psi) + \frac{2\nu}{q^2}(1+q\cos\psi)^2 .$$

We stelden

$$q = \sqrt{1 - \frac{2kmK^2}{z^2e^4}} .$$

Voor $z = 1$ of 2 geldt onze geheele beschouwing niet en in andere gevallen is

$$q \text{ nagenoeg } = 1 .$$

Bovenstaande vorm reduceert zich dus tot

$$(\lambda - \mu + \nu) + (\mu - 4\nu)(1+q\cos\psi) + 2\nu(1+q\cos\psi)^2 .$$

Nu willen we verder hopen dat voor

$$a = 1 ,$$

waarbij het electron tot zeer dicht bij de kern nadert, r_p zeer klein en r_a zeer groot is, bij b vergeleken.

Dan mogen we n.l. schrijven

$$\lambda + \mu + \nu = z ,$$
$$\lambda - \mu + \nu = 1 ,$$

en dus

$$\mu = \frac{z-1}{2} .$$

Integreerende vinden we dan

$$z\varrho = \left(\frac{1}{\sqrt{1-q^2}} - 1\right) + \mu - 3\nu ,$$

en daarmee

$$1 - q^2 = \frac{1}{z^2} \cdot \frac{1}{\left(\varrho + 1 - \frac{3(z-1)}{2z} + \frac{3\nu}{z}\right)^2},$$

of

$$k = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^2} \cdot \frac{1}{\left(\varrho + 1 - \frac{3(z-1)}{2z} + \frac{3\nu}{z}\right)^2}.$$

Hier hebben we, *beperkt tot* $\alpha = 1$, de spektraalformule van Rydberg:

$$k = \frac{R^1}{(\varrho + \alpha - \omega)^2},$$

teruggevonden, waarbij ω, behoudens kleine correcties, ook werkelijk voor een bepaalde spectraalserie konstant gevonden wordt, zooals empirisch vastgesteld is.

Uit het empirische materiaal laat zich ν bepalen, die volgens onze afleiding een niet nader te precizeeren funktie van z en b, maar zeker negatief is en in absolute waarde aangroeit met z en b.

Ter bestudeering van onze onderstelling omtrent Φ en de daaruit resulteerende baankromme, doen wij goed om een concreet voorbeeld te nemen. We kiezen daarvoor het natriumatoom met zijn valentie-elektron loopende in de drie quants-baan, waarin het bij de niet gestoorde bewegingswijze loopt, waarbij bovendien vaststaat

$$\alpha = 1,$$
$$\varrho = 2.$$

We kunnen dus nu aannemen k te kennen en vinden voor de baankromme

$$r\frac{r^2 + b^2}{r^2 + 11\,b^2} = \frac{4,41 \,.\, 10^{-11}}{1 + 0{,}99843 \cos\left[l\varphi + \frac{m}{l}\sin l\varphi + \frac{n}{2\,l}\sin 2\,l\varphi\right]}$$

We stellen bij wijze van proef

$$b = 2 \,.\, 10^{-9} \text{ cm}$$

en vinden dan

$$r_p = 0,122\,b,$$
$$r_a = 14,05\,b,$$

dus inderdaad

$$r_p \ll b,$$
$$r_a \gg b. \qquad \textbf{(A)}$$

We zullen voorloopig aannemen dat b van de goede grootte-orde is. Dan mogen we ook zeggen

$$l+m+n=1\,,$$
$$l-m+n=\frac{1}{z}\,.$$

dus alvast

$$m=\frac{z-1}{2\,z}\,.$$

Om de baankromme te teekenen willen we echter l en n ook kennen. Deze zullen we approximatief langs een omweg uitrekenen. We vinden

$$\frac{r^4+(3z-1)\,r^2b^2+z\,b^4}{r^4+2\,r^2b^2+b^4}=z\left[\frac{1}{z}+\frac{z-1}{z}\left\{3\,\frac{b^2}{r^2+b^2}-2\left(\frac{b^2}{r^2+b^2}\right)^2\right\}\right].$$

Nu wagen we de substitutie (zie **A**):

$$\frac{b^2}{r^2+b^2}=\tfrac{1}{2}\,(1+\cos l\varphi)\,,$$

en vinden dan

$$l=\frac{3\,z+1}{4\,z}\,,$$

en

$$n=-\frac{z-1}{4\,z}\,,$$

dus voor Natrium

$$r\,\frac{r^2+b^2}{r^2+11\,b^2}=\frac{4.41\,.\,10^{-11}}{1+0{,}99843\cos\left[0{,}772\,\varphi+0{,}588\sin(0{,}772\,\varphi)-0.147\sin(1{,}544\,\varphi)\right]}$$

Deze baankromme is afgebeeld in fig. 1.

We hebben $b=2.10^{-9}$ cm aanvaard en willen nu nog zien of de onderstelling omtrent Φ redelijk geweest is. Om dit te zien rekenen we uit, welke ruimtelijke verdeeling van electriciteit aan Φ beantwoordt. Dit is zeer eenvoudig. De uitkomst geeft fig. 2.

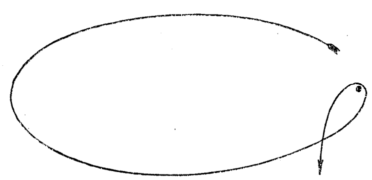


Fig. 1. De baan van het valentie-elektron van Natrium, indien om de kern een ladingsverdeeling ware, zooals fig. 2 aangeeft.

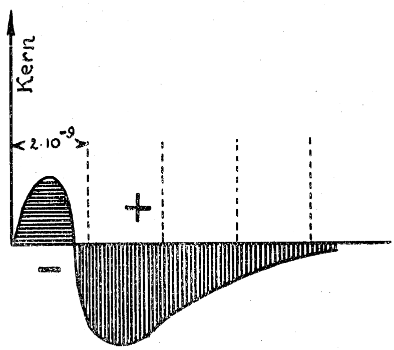


Fig. 2. De in een, om de Natrium-kern beschreven bolschil (straal $= r$ en dikte $= dr$) opgesloten quasi-lading als funktie van r.

We moeten blijkbaar een kleine hoeveelheid positieve lading in de omgeving van de kern op den koop toe nemen, welke lading natuurlijk geen reëele beteekenis heeft. Maar rekenen we uit, wat deze positieve lading voor kracht uitoefent, dan blijkt ze geen anderen invloed te hebben, dan een versterking van de kernlading tot een maximum van ongeveer 15 $^0/_0$. Overigens kunnen we de verdeeling van de negatieve lading in de ruimte wel als een quasi-afbeelding van de werkelijke verdeeling beschouwen n.l. van een maximaal quantum in de ruimte verspreid op een gemiddelde afstand van ongeveer $3 . 10^{-9}$ cm van de kern, wat in grootte-orde aan de afmetingen van het Natriumatoom beantwoordt. Het zou geen zin hebben reeds nu, bij onze nog zeer onvolledige kennis van het atoom, groote nauwgezetheid te willen betrachten.

Haarlem, Maart 1923.

OVER DE UITZETTING VAN METALEN DRADEN, DIE IN GLAS KUNNEN WORDEN INGESMOLTEN

door P. G. CATH.

1. *Inleiding.*

Toen na het onderzoek van Guillaume (zie b.v. zijn boek: „Les aciers au nickel") bekend was geworden, dat ijzernikkellegeeringen van bepaalde samenstellingen uitzettingscoefficienten bezitten, die sterk met de samenstelling varieeren, paste men deze legeeringen, daar waar bepaalde eischen aan den uitzettingscoefficient gesteld worden, toe.

Bekend is het gebruik van „invar" in de landmeting voor de uitmeting van bases en van het „elinvar" voor onrusten in chronometers enz. Voor de gloeilampenindustrie was deze ontdekking veelbelovend, omdat ze de mogelijkheid opende, voor de stroomtoevoerdraden, die gedeeltelijk door glas loopen, en dus denzelfden uitzettingscoefficient als glas dienen te hebben, goedkooper materiaal dan het voordien gebruikte platina te bezigen.

Toch bleken ijzernikkellegeeringen van goed gekozen samenstelling als insmeltmateriaal in glas niet te voldoen. Het glas houdt niet op het ijzernikkel, verder geeft dit bij verwarming groote hoeveelheden gas af, die bij het insmelten een groote kans op blijvende lekken opleveren. Een goede oplossing werd verkregen door het ijzernikkel met een kopermantel te bedekken. Het koper houdt goed aan het glas vast en laat geen gas los. Gebruikt wordt bijvoorbeeld een ijzernikkellegeering met een uitzettingscoefficient van 50×10^{-7} tusschen 0° en 350° C en daarop een kopermantel met een uitzettingscoefficient van 180×10^{-7}. De verhouding hunner afmetingen wordt zoo gekozen, dat de draad zich in glas goed laat insmelten. Wij zullen ons in het volgende bezighouden met de wijze, waarop de uitzetting van zulke manteldraden geschiedt, om daaruit af te leiden, hoe men die verhouding dient te kiezen.

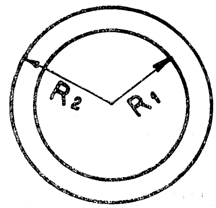


Fig. 1.

2. *Berekeningen over den uitzettingscoefficient van manteldraad.*

Men kan zich voorstellen, dat bij gewone temperaturen de kopermantel zonder spanning sluit om de nikkelijzerkern. Zijn de beide metalen nu niet met elkaar verbonden, dan zal door het verschil in uitzettingscoefficient tusschen beide bij verwarming een spleet ontstaan. Zijn ze aan elkaar gesoldeerd en blijven ze dus met elkaar in contact, dan moeten ze behalve thermische ook elastische veranderingen ondergaan. Bij de uitzetting wordt de binnenkant van de kopermantel naar binnen, het ijzernikkel, aan den anderen kant, met dezelfde kracht naar buiten getrokken. De werkelijke uitzetting en de grootte van de spanning op het grensvlak der beide metalen is bepaald door de temperatuur, tot welke wordt verwarmd, de uitzettingscoefficienten der beide metalen en hunne elastische eigenschappen. In de richting van de as zet het koper eveneens meer uit dan het ijzernikkel indien beiden niet verbonden zijn. Zijn kern en mantel aan elkaar gekoppeld, dan treden dus ook in axiale richting spanningen op die elkaar in evenwicht moeten houden.

Wij willen aannemen, dat men mag onderstellen, dat bij het uitzetten een vlakke doorsnede loodrecht op de as van den draad vlak blijft. Dit zal voor oneindig lange draden zeker het geval moeten zijn. Overigens sluiten we ons, wat de behandeling van het probleem betreft, aan bij Föppl, Vorlesungen über Technische Mechanik Bd. V. p. 239. In de volgende vergelijkingen is;

G = torsiemodulus,

$m = \frac{1}{\mu}$; μ = de dwarscontractie of modulus van Poisson,

α = de uitzettingscoefficient,

ϱ = verplaatsing van een punt met voerstraal R in de richting van de straal,

ξ = de verplaatsing van een punt met coördinaat x in de richting van de as van de draad,

σ_x = de spanning in de richting van de as,

σ_R = de spanning in de richting van de straal,

σ_τ = de tangentieele spanning loodrecht op R en x.

De differentiaalvergelijkingen voor de verplaatsingen zien er dan als volgt uit:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + E^2\right)\xi + \frac{m}{m-2}\frac{\partial e}{\partial x} = 0$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + D^2\right)\varrho + \frac{m}{m-2}\frac{\partial e}{\partial R} = 0$$

terwijl:

$$D^2 = \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R} - \frac{1}{R^2}$$

$$E^2 = \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}$$

$$D = \frac{\partial}{\partial R} + \frac{1}{R} \qquad \text{en: } e = \frac{\partial \xi}{\partial x} + D\varrho .$$

Voor de spanningscomponenten geldt:

$$\sigma_x = 2\,G\left(\frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{e}{m-2} - \frac{m+1}{m-2}\,\alpha\,t\right)$$

$$\sigma_R = 2\,G\left(\frac{\partial \varrho}{\partial x} + \frac{e}{m-2} - \frac{m+1}{m-2}\,\alpha\,t\right)$$

$$\sigma_\tau = 2\,G\left(\frac{\varrho}{R} + \frac{e}{m-2} - \frac{m+1}{m-2}\,\alpha\,t\right)$$

De termen $\frac{m+1}{m-2}\,\alpha\,t$ zijn in de tweede leden daaraan te danken, dat van de totale verplaatsingen eerst de verplaatsingen tengevolge van de warmteuitzetting moeten worden afgetrokken, alvorens men er de spanningscomponenten uit berekenen kan. De oplossing is:

$$\xi = \gamma\,x \qquad \varrho = A\,R + \frac{B}{R^2}$$

Behalve met de boven reeds genoemde voorwaarde, dat vlakke doorsneden vlak blijven, moet nog rekening gehouden worden met de volgende voor de hand liggende condities: de verplaatsingen moeten steeds eindig zijn, op het buitenoppervlak van het koper moet de spanning volgens de straal nul zijn, op de grens van mantel en kern zijn de radiale spanningen voor beide metalen aan elkaar gelijk, terwijl er in axiale richting evenwicht moet zijn tusschen de drukspanningen in het koper en de trekspanningen in het ijzernikkel.

Dit laat zich als volgt uitdrukken:

(R_1 straal kern; R_2 straal van de geheele draad, verder slaat de index 1 op de kern en de index 2 op de mantel).

1e. ϱ is overal eindig, ook in de as, dus $B_1 = 0$,
2e. $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$
3e. $\varrho_1 = \varrho_2$ voor $R = R_1$,
4e. $(\sigma_R)_1 = (\sigma_R)_2$ voor $R = R_1$
5e. $(\sigma_R)_2 = 0$ voor $R = R_2$,
6e. $(\sigma_x)_1 \times$ doorsnede kern $= (\sigma_x)_2 \times$ doorsnede mantel, daar σ_x onafhankelijk van R blijkt te zijn.

Dus:

1e. $B_1 = 0$,

3e. $A_1 = A_2 + \frac{B_2}{R_1^{\,2}}$,

4e. $$G_1\left[A_1 + \frac{e_1}{m_1-2} - \frac{m_1+1}{m_1-2}\,\alpha_1\,t\right] =$$

$$G_2\left[A_2 - \frac{B_2}{R_1^{\,2}} + \frac{e}{m_2-2} - \frac{m_2+1}{m_2-2}\,\alpha_2\,t\right],$$

5e. $A_2 - \frac{B_2}{R_2^2} + \frac{e_2}{m_2 - 2} - \frac{m_2 + 1}{m_2 - 2} \alpha_2 t = 0,$

6e. $\pi G_1 R_1^2 \left[\gamma + \frac{e_1}{m_1 - 2} - \frac{m_1 + 1}{m_1 - 2} \alpha_1 t \right] = - \pi G_2 (R_2^2 - R_1^2)$

$$\left[\gamma + \frac{e_2}{m_2 - 2} - \frac{m_2 + 1}{m_2 - 2} \alpha_2 t \right]$$

Verder is:

$$e_1 = \gamma + 2 A_1$$
$$e_2 = \gamma + 2 A_2$$

Voor ons materiaal is met groote benadering: $m_1 = m_2 = 3$
$\mu = 0.33$

Wij stellen nu:

$$\frac{G_1}{G_2} = g \quad \frac{R_1}{R_2} = r \quad C = r^2 + \frac{1}{g} - \frac{r^2}{g} \quad D = \frac{1}{g}\left(1 - \frac{1}{r^2}\right) - \frac{3}{r^2}$$

en vinden dan voor de constanten:

$$A_2 = \frac{t(D\alpha_2 - \alpha_1)}{D-1} - \frac{t(\alpha_2 - \alpha_1)}{C(D-1)}; \quad B_2 = \frac{4 R_2^2 t(\alpha_2 - \alpha_1)}{D-1}$$

$$A_1 = \frac{t(D\alpha_2 - \alpha_1)}{D-1} - \frac{t(\alpha_2 - \alpha_1)}{C(D-1)} + \frac{4t(\alpha_2 - \alpha_1)}{r^2(D-1)}$$

$$\gamma = \frac{t(D\alpha_2 - \alpha_1)}{D-1} + \frac{3t(\alpha_2 - \alpha_1)}{C(D-1)}$$

De oplossingen voor ϱ en ξ zijn dan, als x en R de loopende coordinaten zijn:

Voor de mantel:

$$\varrho = \frac{Rt(D\alpha_2 - \alpha_1)}{D-1} + \frac{Rt(\alpha_2 - \alpha_1)}{C(D-1)} + \frac{R_2^2}{R^2} \frac{4t(\alpha_2 - \alpha_1)}{D-1}$$

Voor den kern:

$$\varrho = \frac{Rt(D\alpha_2 - \alpha_1)}{D-1} - \frac{Rt(\alpha_2 - \alpha_1)}{C(D-1)} + \frac{4Rt(\alpha_2 - \alpha_1)}{r(D-1)}$$

Voor *mantel* en *kern* beide geldt:

$$\xi = \frac{xt(D\alpha_2 - \alpha_1)}{D-1} + \frac{3xt(\alpha_2 - \alpha_1)}{C(D-1)}.$$

De uitzettingscoefficienten van de samengestelde cylinder zijn:

$$\alpha_\varrho = \frac{\varrho_{R2}}{R_2\, t} = \frac{D\,\alpha_2 - \alpha_1}{D-1} - \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{C(D-1)} + \frac{4\,(\alpha_2 - \alpha_1)}{D-1}$$

in de richting van de straal

$$\alpha_\xi = \frac{\xi}{x\,t} = \frac{D\,\alpha_2 - \alpha_1}{D-1} + \frac{3\,(\alpha_2 - \alpha_1)}{C\,(D-1)}$$

in de richting van de as.

Een uit twee lagen samengestelde insmeltdraad gedraagt zich dus wat de uitzetting betreft, anisotroop. Het verschil in uitzettingscoefficient bedraagt:

$$\alpha_\varrho - \alpha_\xi = \frac{4\,(\alpha_2 - \alpha_1)\,(C-1)}{C\,(D-1)}\,.$$

Behalve voor $\alpha_1 = \alpha_2$ en voor $D = \infty$ kan men gelijke uitzetting in beide hoofdrichtingen $\alpha_\varrho = \alpha_\xi$ bereiken voor $C = 1$ dus:

$$r^2 + \frac{1}{g} - \frac{r^2}{g} = 1\,, \quad \text{of } g = 1 \quad \text{dus } G_1 = G_2$$

d.w.z. gelijke elastische constanten voor beide metalen.

De spanningen die optreden in den *mantel* zijn:

$$\sigma_x = \frac{8\,G_2\,t}{C\,(D-1)}\,(\alpha_2 - \alpha_1)\,(1 + C)$$

$$\sigma_R = \frac{8\,G_2\,t}{D-1}\,(\alpha_2 - \alpha_1)\left(1 - \frac{R_2{}^2}{R^2}\right)$$

$$\sigma_\tau = \frac{8\,G_2\,t}{D-1}\,(\alpha_2 - \alpha_1)\left(1 + \frac{R_2{}^2}{R^2}\right)$$

En in den *kern*:

$$\sigma_\tau = \sigma_x = \frac{8\,G_1\,t}{D-1}\,(\alpha_2 - \alpha_1)\left(D + \frac{1}{C} + \frac{2}{r^2}\right)$$

$$\sigma_R = \frac{8\,G_1\,t}{D-1}\,(\alpha_2 - \alpha_1)\left(D + \frac{3}{r^2}\right)$$

Men kan ook in plaats van de torsiemodulus G den elasticiteitsmodulus E invoeren, door rekening te houden met de betrekking $G = \frac{m E}{2(m+1)}$. Het is nu zeer gemakkelijk, aan de hand van deze betrekkingen eenige getallenwaarden op te geven.

Uitzettingscoefficienten.

Tusschen 0 en 350° C zullen we in de volgende berekeningen voor koper de waarde $\alpha_2 = 180 \times 10^{-7}$ en voor ijzernikkel $\alpha_1 = 50 \times 10^{-7}$ gebruiken. Verder $G_1 = 7000$ KG/mm² en $G_2 = 4130$ KG/mm². Tevens merken we op dat men tot interessante gevolgtrekkingen komt, wanneer men deze berekeningen ook uitvoert voor het geval dat mantel en kern verwisseld worden, dus dat men beschouwt een draad waarvan de kern van koper en de mantel van nikkelijzer is.

Uitzettingscoefficienten manteldraad koper buiten, ijzernikkel binnen.

°/₀ Cu	r	C	D	$\alpha_\varrho \cdot 10^{-7}$	$\alpha_\xi \cdot 10^{-7}$
20	0.902	0.924	— 3.83	74.6	65.7
25	0.875	0.905	— 4.07	80.4	69.7
30	0.847	0.885	— 4.40	86.6	74.4
35	0.818	0.865	— 4.76	93.1	79.3
40	0.788	0 845	— 5.18	99.3	84.2

Uitzettingscoefficienten manteldraad ijzernikkel buiten, koper binnen.

°/₀ Cu	r	C	D	$\alpha_\varrho \cdot 10^{-7}$	$\alpha_\xi \cdot 10^{-7}$
20	0.432	1.575	— 23.76	73.3	65.7
25	0.482	1.527	— 18.55	78.7	69.7
30	0.532	1.499	— 15.24	84.7	74.4
35	0.575	1.470	— 12 80	91.6	79.3
40	0.617	1.436	— 10.93	98.0	84.2

Opvallend is, hetgeen men door deze plaatsverwisseling onmiddeling inziet dat de invloed van het verschil in elastische eigenschappen van beide materialen op de radiale uitzetting zeer gering is. De berekening geeft voor α_ϱ in beide gevallen vrijwel dezelfde waarde. Inderdaad zal echter het verschil veel grooter blijken te zijn.

Spanningen.

		IJzernikkel (binnen)		Koper (buiten) alleen geldig aan de grens van het ijzernikkel.		
$^0/_0$ *Cu*	r	$\sigma_x = \sigma_\tau$	σ_R	σ_x	σ_R max.	σ_τ max.
20	0.902	$15.3 \frac{KG.}{mm^2}$	$7.2 \frac{KG.}{mm^2}$	$-65.0 \frac{KG.}{mm^2}$	$7.2 \frac{KG.}{mm^2}$	$-70.1 \frac{KG.}{mm^2}$
25	0,875	18.6	9.1	— 62.4	9.1	— 68.5
30	0.847	23.1	11.0	— 59.3	11.0	— 66.3
35	0.818	27.4	12.8	— 56.3	12.8	— 65.0
40	0.788	31.8	14.7	— 53.2	14.7	— 63.3

Ook hier kunnen wij de berekeningen uitvoeren voor het geval dat het ijzernikkel buiten ligt en het koper binnen. Men krijgt dan de volgende lijst:

		Kern koper		Mantel ijzernikkel alleen geldig a/d grens van kern en mantel		
$^0/_0$ *Cu*	r	$\sigma_x = \sigma_\tau$	σ_R	σ_x	σ_R max.	σ_τ max.
20	0.432	$74.3 \frac{KG.}{mm^2}$	$45.6 \frac{KG.}{mm^2}$	$17.1 \frac{KG.}{mm^2}$	$-45.3 \frac{KG.}{mm^2}$	$66.0 \frac{KG.}{mm^2}$
25	0.482	71.9	43.6	21.0	— 43.2	69.0
33	0.532	67.8	40.6	26.7	— 40.4	72.5
35	0.578	64.1	38.2	31.7	— 37.9	75.8
40	0.617	60.5	35.0	37.2	— 35.3	77.4

Op te merken valt, dat de elastische constanten die in de rekening zijn gebruikt, alle bij kamertemperatuur zijn bepaald. Een onderzoek naar hunne waarden tot 350° C leverde voor koper kleinere waarden die zijn voor te stellen door de betrekking:

$$E_t = E_0 \ (1\text{-}1500 \times 10^{-6}\, t)$$

Tevens bleek, dat de trekvastheid van het koper (en dus waarschijnlijk ook de spanning tot waar geen blijvende elastische vervormingen plaats hebben) naar hoogere temperaturen sterk afneemt.

De gevonden waarden bij 350° C schommelen tusschen 10—16 KG/mm², terwijl bij kamertemperatuur de overeenkomstige waarde 20—25 KG/mm² bedraagt

Over elastische constanten van ijzernikkel zijn bepalingen bekend. Voor een legeering ongeveer van de door ons gebruikte samenstelling (37 °/₀ Ni) vindt men voor *G*:

30°	120°	225°	380°
5630	5865	6110	5630

Volgens deze gegevens neemt dus de elasticiteitsmodulus toe tot bij 225° en eerst daarna af.

De getallenwaarden, die de berekening van de spanningen oplevert, doen zien, dat de grootste spanningen optreden aan de grens van kern en mantel. Naar de omtrek neemt de spanning af. Verder ziet men, hetgeen voor de hand ligt, dat bij verwisseling van kopermantel en ijzernikkelkern, zooals in de tweede reeks metingen gedaan is, alle krachten van teeken en ook nogal belangrijk van grootte veranderen.

De vraag doet zich nu voor, in hoever bij de uitzetting de grenzen van elasticiteit worden overschreden. Want alleen wanneer dit niet het geval is, is bovenstaande berekening toelaatbaar. De belastingsgrens van koper is ongeveer 25 KG/mm² voor trek en 40 KG/mm² voor druk; voor ijzernikkel ongeveer 80 KG/mm² en 400 KG/mm². De maximale spanningen in het koper bedragen 50-60 KG/mm². De grens tot welke de wet van Hooke geldt, ligt zeker belangrijk lager. Daaruit mag men dus besluiten, dat bij verwarming van zulke manteldraden de mantel blijvende veranderingen kan ondergaan. De metingen, die in het volgende zijn medegedeeld, bevestigen deze opvatting.

3. *Metingen van den uitzettingscoefficient van manteldraden.*

A. Meting van de dwarsuitzetting.

De uitkomsten van bovenstaande berekeningen deden den wensch ontstaan ook door rechtstreeksche metingen den uitzettingscoefficient van manteldraden te leeren kennen. Bij een draaddiameter van 0.500 mm bedraagt bij een verwarming tot 350° C de verandering in diameter ongeveer 1.25×10^{-3} mm. Teneinde bovenstaande beschouwingen te kunnen toetsen, was het noodig deze metingen als functie van het kopergehalte te verrichten. De eenige methode, die daarvoor in aanmerking komt, is de interferentiemethode van Fizeau, later verbeterd door Benoist en Pulfrich.

Een kwikdamplamp zendt licht door een Wratten en Wainright filter, dat alleen de groene kwiklijn $\lambda = 0.5461\ \mu$ doorlaat. Door een collimator evenwijdig gemaakt, wordt de bundel door een glasplaat, die haar onder 45° snijdt, gereflecteerd volgens de as van een electrischen oven. (Fig. 2). Op een vast tafeltje in deze electrische oven staat een rechthoekig koperen bakje (afmetingen: hoogte 9 mm., breedte 11 mm, lengte 35 mm), waarin passend een glasplaatje ligt. Op deze plaat liggen in onderling evenwijdige richting 2 stukjes draad, waarvan de uitzettingscoefficient bepaald moet worden en deze dragen weer een in het bakje passend glasplaatje, dat op hen rust.

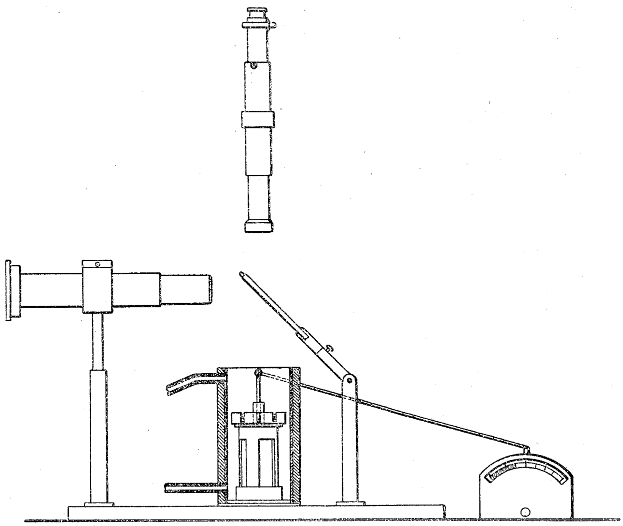


Fig. 2.

De draden worden door verticale gleuven in de wand van het bakje op hun plaats gehouden. Door een kijker is het nu mogelijk, eveneens langs de as van den oven de interferentie-verschijnselen waar te nemen. In fig. 3 zijn het bakje met de glasplaatjes en de draden afgebeeld.

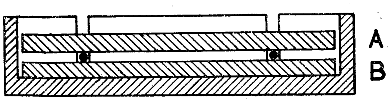


Fig. 3.

De invallende evenwijdige bundel wordt zoowel door het oppervlak A. als door B. gereflecteerd en indien het verschil in diameter tusschen de twee draden nu enkele golflengten van het opvallende licht bedraagt, zijn er tusschen de twee draden plaatsen aan te wijzen, waar de afstand tusschen de platen telkens een even of oneven aantal kwart golflengten bedraagt. Daardoor ontstaan interferentielijnen, deze verschuiven in een bepaalde richting zoo men de oven opwarmt en daardoor de afstand der platen verandert. In het oculair van den kijker kan men nu het aantal strepen, dat de kruisdraad passeert, tellen en iedere streep die voorbij gaat, beteekent een uitzetting van den draad over de halve golflengte van het gebruikte monochromatische licht. Zoo vindt men voor den uitzettingscoefficient van de draad:

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L \,.\, \Delta t} = \frac{\lambda \,.\, \Delta N}{2L \,.\, \Delta t} + \frac{273}{760} \frac{n_0 - 1}{\Delta t} \left[\frac{P_1}{T_1} - \frac{P_2}{T_2} \right].$$

$N =$ aantal strepen, dat voorbij is gegaan.
$\Delta t =$ de stijging in temperatuur.
$L =$ diameter van den draad.
$\lambda =$ golflengte van het gebruikte licht.
$n_0 =$ de absolute brekings-index van het gas tusschen de platen.
P_1, $T_1 =$ druk en absolute temperatuur aan het begin der meting.
P_2, $T_2 =$ druk en absolute temperatuur aan het einde der meting.

Reeds bij voorloopige metingen bleek het noodig, de oppervlakte van de draad tegen oxydatie te beschermen, daar bij verwarming tot 350° C de draad reeds merkbaar oxydeerde, waardoor de uitkomst der meting onzeker werd. Tijdens de verwarming werd daarom door den oven een reduceerend gasmengsel geleid. Zoodoende blijft zelfs bij verwarming tot 400° de draad geheel blank. De samenstelling der draden werd door een chemische analyse bepaald.

Teneinde bij deze metingen een nauwkeurigheid van 1 % in den uitzettingscoefficient te bereiken, was het noodig bij een draaddikte van 0.5 mm het aantal strepen op 1/20 nauwkeurig te bepalen. Daartoe werd in de kijker een oculairschroefmicrometer van Z e i s s met trommel gebruikt. Grootere nauwkeurigheid dan 1 % is overbodig, daar optredende onregelmatigheden in de uitzetting van den draad (waarschijnlijk een gevolg van ongelijkmatigheid van de koperlaag door het trekken en van blijvende veranderingen van de koperlaag door overschrijding van de elasticiteitsgrenzen) soms zelfs grootere verschillen in uitzettingscoefficient tusschen twee stukken van een zelfde draad teweegbrengen. De temperatuur van den oven werd gemeten op een millivoltmeter met een koper-constantaan thermoelement.

De uitkomsten voor α_0 voor een ijzernikkeldraad met kopermantel en een koperdraad met ijzernikkelmantel tusschen 0 en 350° C vindt men in de volgende tabel:

Koper buiten		Koper binnen	
Gehalte *Cu*	a_ϱ	Gehalte *Cu*	a_ϱ
22.1 %	78×10^{-7}	17.5 %	73×10^{-7}
24.4	82	30.0	82
25.3	82	32.5	88
28.1	86	50.0	102
29.4	88	80.0	mantel scheurt
30.3	89		
31.7	93		
33.4	95		
33.6	98		
39.0	104		
40.1	109		
50.3	129		
59.0	150		

Vergelijkt men de beide reeksen metingen, die in fig. 4 zijn uitgezet, dan valt op, dat beneden 20 % gehalte aan koper voor beide draden de krommen die den uitzettingscoefficient als functie van het gehalte voorstellen, samenloopen.

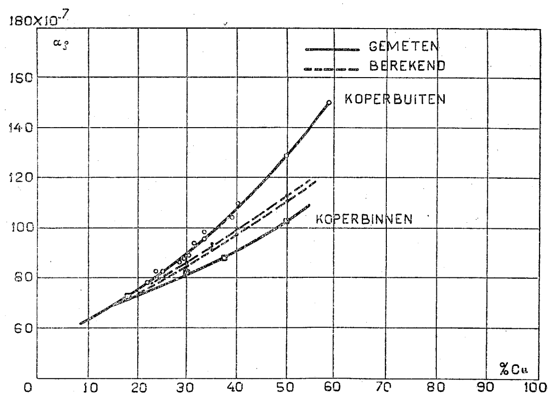


Fig. 4.

Bij hoogere gehalten aan koper wijken beide krommen van elkaar af.

Daar de uitzettingscoefficient van koper 180×10^{-7} bedraagt wijst het verloop der beide krommen er op, dat voor het geval van een manteldraad met de koperlaag buiten reeds bij een kopergehalte van omstreeks 70 % de samengestelde draad zich gedraagt als een koperdraad. De manteldraad met koperkern en ijzernikkelmantel schijnt zoo uit te zetten alsof met toenemend kopergehalte de uitzettingscoefficient van koper niet zou kunnen worden bereikt. Het scheuren van den draad met 80 % koper in de kern wijst er wel op dat tenslotte het ijzernikkel zich tegen verdere vervorming verzet.

B. Bepaling van den uitzettingscoefficient α_ξ in de asrichting.

Hiertoe werd de lengte van draden en staven van 0.3-2.5 mm diameter en een lengte van 65 cm, die uit ijzernikkelkern en kopermantel of koperkern en ijzernikkelmantel bestonden tijdens het verwarmen vergeleken met die van een glasstaaf (Jenaglas 59 III) van bekende uitzettingscoefficient. Het resultaat van deze metingen vindt men in de volgende tabel:

IJzernikkel binnen		IJzernikkel buiten	
25.1 % Cu	50.7×10^{-7}	24.3 % Cu	50.4×10^{-7}
33.0	51.9		
40.9	53.4		

De berekende waarden voor de uitzettingscoefficienten in de asrichting zijn veel grooter dan de gemeten waarden, die van de uitzettingscoefficient van ijzernikkel slechts weinig verschillen. Deze afwijkingen en het groote verschil dat tusschen de uitzettingscoefficient van een manteldraad met koper buiten en een draad met koper binnen bestaat (het berekende verschil is belangrijk kleiner) moeten m.i. toegeschreven worden aan het feit, dat de elasticiteitsgrenzen van het materiaal ver worden overschreden. Daardoor vinden blijvende deformaties plaats en mag het probleem dus feitelijk niet meer als een elastisch probleem gerekend worden. Helaas is aangaande de experimenteele gegevens van dit vloeien te weinig bekend om het in een eenigszins exacte berekening te kunnen samenvatten.

Summary.

It is demonstrated, that leading-in wires composed of a nickel-iron core and a coppersheet as used in the manufacture of incandescent lamps have different coefficients of expansion in axial and radial direction. From the elastical and thermal data of the components formulae and tables for the coefficients of expansion and the stresses in the material are deduced.

With the aid of Fizeau's interference method, the radial expansion was determined and found to deviate considerably from the calculated values. The coefficients of expansion along the axis of the wire were found to be much lower than the calculated value. It seems allowable to explain this difference by the fact that the limit of elasticity in the copper is surpassed so that a permanent deformation may occur.

Eindhoven.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN

BOEKBESPREKING.

Mogendorff, E. E., **Natuurkunde voor het voorbereidend hooger Onderwijs,** Tweede deel, 192 blz., 130 fig. — Noordhoff, Groningen, 1922; prijs f 3.90.

Bij de bespreking van het eerste deel van dit leerboek (Physica, 1e jg., blz. 187) wezen wij er op, dat de termen versnelling en massa vermeden waren. Blijkens een opmerking van den schrijver in een noot bij een artikel van zijn hand in dit tijdschrift (1e jg., blz. 205) is dit met opzet gebeurd en is evenzoo de behandeling van arbeid en arbeidsvermogen uitgesteld tot het tweede deel. Zoo treffen wij in dit deel aan: de beginselen van de kinematica en van de dynamica; arbeid en arbeidsvermogen. Toch wil ons voorkomen, dat een andere groepeering van de leerstof het verband beter had doen uitkomen.

De overige hoofdstukken behandelen: de beginselen van de mechanische warmtetheorie, calorische machines, vloeibaar maken van gassen en dampen; voortplanting van energie, golfbeweging. De voornaamste verschijnselen op het gebied van het geluid. Interferentieverschijnselen.

Volgens het voorbericht is dit deel bestemd voor de vierde klasse van een Lyceum. De schrijver noemt eenige paragrafen, die bij de behandeling achterwege kunnen blijven. Er zouden m.i. nog verscheidene aan kunnen worden toegevoegd, waaronder er zijn, die zelfs geheel gemist kunnen worden, of ten minste belangrijk worden bekort: de leeraar is er toch ook nog! Om enkele voorbeelden te noemen: Hst. I §§ 11, 14 en 16 (traagheidsmomenten; samengestelde slinger en torsieslinger); Hst. III § 17 (de theoretische isotherm); Hst. IV § 7 (quantentheorie); Hst. V, §§ 3, 4 en 5 (theoretische afleiding voor de voortplantingssnelheid van een longitudinale golf).

Nog enkele andere opmerkingen vinden hier hun plaats. Wat in Hst. II § 6 over de wet van het behoud van arbeidsvermogen gezegd is, past nog niet in het verband van dit hoofdstuk. De paragrafen over warmtestraling zouden beter kunnen worden uitgesteld tot de behandeling van het licht (met name Hst. IV, §§ 5 en 6). Bij de behandeling van de enkelvoudige trilling (Hst. V § 1) blijkt niet dat hierover reeds gesproken is in Hst. II § 12.

Over het geheel maakt de nadere kennismaking met dit leerboek den indruk, dat de schr. niet steeds een vaste lijn volgt.

Een groot aantal opgaven tusschen den tekst vergroot de bruikbaarheid van het boek. Naast historische bijzonderheden die hier en daar aangestipt worden, is een enkele paragraaf gewijd aan de geschiedkundige ontwikkeling van de grondslagen der bewegingsleer. G.

H. Ollivier, **Cours de physique générale. II. Thermodynamique et étude de l'énergie rayonnante.** 2e druk, 415 blz., 146 fig., 4 pl. — Hermann, Paris 1922.

Het boek omvat de in een 50-tal academische voordrachten behandelde leerstof, en is bedoeld als leiddraad bij de studie voor eenige academische examens (physica, ingenieur-electricien). Evenals het eerste deel (zie dit tijdschr. I pag. 222) is het voornamelijk theoretisch. Er wordt veel in een kort bestek behandeld, wat mogelijk is doordat vele meer elementaire gedeelten bekend ondersteld worden. De nieuwere zaken worden zeer goed behandeld, overigens is het, vooral wat de toepassingen betreft, hier en daar wat beknopt. Evenals het eerste deel kan dit werk zeer worden aanbevolen, wegens den helderen, aangenamen schrijftrant.

Het begint met een hoofdstuk over gewone mechanica, daarop volgen de beide hoofdwetten met eenige toepassingen, en eenvoudige overzichtelijke afleidingen van een aantal thermodynamische formules. Vooral in dit gedeelte zouden eenige meerdere toepassingen om de belangrijkheid der afgeleide formules te doen uitkomen wel gewenscht zijn. Dan volgen hoofdstukken over de theorie van een ideaal gas, over reëele gassen, vloeistoffen en vaste stoffen, en een goed geslaagd hoofdstuk over univariante systemen, aan de hand van $p\,v$-, en $T\,\eta$-diagrammen, mengsels, en het vloeibaar maken van gassen. Tenslotte volgen eenige onderwerpen over kinetische gastheorie en een vrij uitvoerig hoofdstuk over warmtegeleiding.

Het tweede gedeelte behandelt de straling uit energetisch oogpunt, met hoofdstukken over lichtstraling, emissie en absorptie, luminescentie, photometrie en energiemetingen in ultrarood en ultraviolet, verlichting, magneto- en electro-optische verschijnselen en vervolgens een vrij uitgebreid hoofdstuk over zontheorieën en de lichtemissie van andere hemellichamen.

Als aanhangsels volgen dan hoofdstukken over atoomtheorieën en de structuur der lijnenspectra. S.

F. Paschen und R. Götze, **Seriengesetze der Linienspektren.** — Verlag Julius Springer, Berlin 1922. 154 blz.

Wanneer ooit een werk met verlangen is tegemoet gezien en het verschijnen ervan met vreugde wordt begroet, dan is dat zeker het geval met dit werk, dat ik hier wil bespreken.

In de wereld der spectroscopisten golden de door Dunz in 1911 in zijn dissertatie verzamelde waarnemingen over spectraalreeksen en kombinaties, als een basis, waarop theoretische beschouwingen konden worden gebouwd. Door het snelle tempo, waarmede het waarnemingsmateriaal in de daarop volgende jaren toenam, ontstond alras de behoefte aan een tweede vermeerderde (en verbeterde) uitgave van dit werkje. Dit liet lang op zich wachten. De oorlog, die er tusschen kwam, heeft daaraan natuurlijk ook schuld. Steeds dringender werd de behoefte en sterker werd de aandrang, zoowel schriftelijk als mondeling op Tübingen uitgeoefend: „Geef ons toch een nieuwe „Dunz"."

En nu is het antwoord gekomen in den vorm van het bovengenoemde boek. Dii werk doet den samenstellers alle eer aan.

Eerst krijgt men een inleiding, die alleen door Paschen bewerkt is. In ruim 20 blz. worden behandeld:

1°. de algemeene reeksenindeeling;
2°. de multipliciieit van de verschillende termen;
3°. het vinden van reeksen en grenzen uit gegeven waarnemingsmateriaal;
4°. de quantabetrekkingen der spectraalwetten.

Nadat nog de spectraalformules voor waterstof en geïoniseerd helium zijn gegeven, komt nu het voornaamste deel van het werk n.l. alles wat er op het gebied van spectraalreeksen bekend is bij de elementen: H., He, Ne, A, Li, Na, K, Rb, Cs, Cu, Ag, Be, Ca, Sr, Ba, Ra, Mg, Zn, Cd, Hg, C, Bo, Al, Sc, Y, La, Ny, Ga, In, Tl, Si, O, S, Se, Mn. Daarna volgen een reeks van tabellen, die voor den spectroscopist van groote waarde zijn, terwijl het werk besloten wordt met een lijst van de verschillende typen van het Zeeman-effect, zooals die zich bij de verschillende spectraalreeksen voordoen.

De uitvoering van dit werk is keurig verzorgd en ongetwijfeld zal het boek zich bij ieder, die met spectraalreeksen te maken heeft, wel een plaatsje veroveren.

T. v. L.

W. van Bemmelen, **Wonderlijke Geschiedenissen der Stof**, 277 blz. — G. Kolff & Co, Batavia, Leiden. Prijs geb. f 7.50

Dit is een bundel van 16 korte geschiedenissen die we met de meeste belangstelling doorlazen. Het is geen leerboek of handboek der natuurkunde, het is ook geen lesboek, het is een serie fantastische vertellingen bij elk waarvan het een of andere physische begrip of verschijnsel tot grondslag is genomen. De groote fantasie en de karakteristieke stijl van den schrijver maken het lezen tot een genot. We geven enkele voorbeelden.

Onder de kelder van een laboratorium is nog een kelder. De professor daalt met een student in die tweede kelder af en tot des jongelings verwondering komt hij in: de kamer der atomen, waar hij door een tooverpoeder in staat wordt gesteld de moleculaire structuur van kristallen te bewonderen. Hij ziet groote ballen en kleine en alles is in deining. „Die deining, welke door heel het lichtgevaarte gaat, dat is de beweging der warmte." Een nog diepere kelder heet de kamer der electronen. In ronde banen draaien daar om een centraal punt de electronen. „Plotseling zie ik hoe een hunner een ruk krijgt en een weinig in afstand verandert; tegelijkertijd vlamt als een weerlicht een lichtschijnsel door heel het draailichten-stelsel." De volgende kelder is de kamer der kernen en ten slotte komt men in de aetherkamer.

In „De Opdracht" volgen wij met den schrijver een enkel atoom dat door de ruimte vliegt, in Weenen terecht komt en eindelijk „den armen Franz" bereikt, en in hem den toon aanslaat dien hij zocht: de conceptie van het adagio van Schubert's Unvollendete.

In „De oude Klok" vraagt Christiaan aan Chronos: „Verklaar mij die raadselvolle woorden; „ „Als de tijd instort"." Nauw had Christiaan die vraag tot Chronos geroepen, of hij staroogde vol ontzetting naar de klok! De slinger, zoo zag hij, keerde niet terug van zijn zwaai, bleef hangen in zijn uitersten stand. De tijd stond stil! Het was alsof zijn hart ophield met kloppen."

We kunnen niet anders dan dit boek ten warmste aanbevelen aan hen, die in staat zijn een oogenblik hun differentiaalvergelijkingen alleen te laten, hun experimenten te staken, een korte wijle niet over atoomtheorie, trioden, relativiteitstheorie of de lesrooster te praten en,..... er zeven gulden vijftig voor uit te leggen.

v. d. P.

D. J. Struik, **Grundzüge der mehrdimensionalen Differential-geometrie**, 198 blz., 4 fig., W. L. & J. Brusse's Uitgeversmaatschappij, Rotterdam, 1922.

Het boek behandelt op overzichtelijke wijze de differentiaalmeetkunde van n afmetingen met kwadratisch lijnelement; een uitgebreide litteratuur is er in verwerkt en het is dan ook rijk aan inhoud. Alleen is het jammer, dat de componentenmethode van Ricci niet is gebruikt, maar de (op zichzelf voortreffelijke) methode van Schouten, waarbij de meetkundige grootheden (tensoren) zelf door een letter worden voorgesteld. Dit maakt het lezen moeilijk voor physici, die toch wel meestal alleen de notatie van Ricci zullen kennen, n.l. uit de relativiteitstheorie. De groote rol, die de differentiaalmeetkunde van vier afmetingen in deze theorie speelt, maakt intusschen, dat het boek door theoretische physici zeker nu en dan zal worden geraadpleegd; ik twijfel niet of dit zal meestal met vrucht geschieden.

D.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

J. M. Steegstra, Ruimte en Materie, 72 blz. — W. D. Meinema, Delft, 1923. Prijs f 1.50.

W. A. Roth en *K. Scheel,* Konstanten der Atomphysik, 114 blz. — J. Springer, Berlijn, 1923. Prijs f 5.—.

G. Fournier, La relativité vraie et la gravitation universelle, 130 blz. — Gauthier Villars et Cie, Paris 1923.

A. S. Eddington, Raum, Zeit und Schwere, 204 blz. — Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1923. Prijs f 3.25, geb. f 4.—.

E. Study, Einleitung in die Theorie der Invarianten linearer Transformationen auf Grund der Vektorenrechnung, Erster Teil, 286 blz. — Fried. Vieweg & Sohn, Brauschweig 1923. Prijs f 4.25, geb. f 5.—.

G. v. Hevesy und *F. Paneth,* Lehrbuch der Radioaktivität, 200 blz. 36 fig. — Joh. Ambr. Barth, Leipzig 1923.

W. Gerlach, Materie, Elektrizität, Energie. (Band 7 der Wissenschaftliche Forschungsberichte, Naturwissenschaftliche Reihe), 195 blz., 68 fig. — Theodor Steinkopff, Dresden, 1923. Prijs f 2.—.

STRIKVRAGEN.

Vraag IX: **In de secundaire keten van een transformator, welke primair aan een sinusvormige wisselspanning is aangesloten, bevindt zich een gelijkrichter, zoodat de stroom in de secundaire kring steeds in dezelfde richting vloeit. Zal de primaire stroom nu ook een gelijkstroomcomponente hebben?**

Antwoorden inzenden aan het gewone adres der Redactie.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

3e JAARGANG AUGUSTUS 1923 NUMMER 8.

EEN OUDE DROGREDEN AANGAANDE HET TEMPERATUUREVENWICHT IN EEN GAS ONDER DE WERKING DER ZWAARTE

door P. EHRENFEST.

Er is een oude dwaling, die, hoewel reeds door Boltzmann [1]) (1876) zeer zorgvuldig en uitvoerig bestreden en rechtgezet, toch telkens weer opduikt [2]): deze namelijk, dat bij het stationnaire warmteëvenwicht in een gas onder de werking der zwaartekracht de gemiddelde kinetische energie der molekulen in de benedenste lagen van het gas grooter zou moeten zijn dan in de meer naar boven gelegene, daar immers de molekulen bij het omlaagvallen aan kinetische energie winnen, bij het omhoogvliegen verliezen moeten! De meteorologische en geophysische vruchten dezer dwaling bovenal zijn zoo schitterend, dat de betrokken auteurs er soms geen been in zien zelfs de tweede hoofdwet der thermodynamica er aan te geven [3]).

Waar de weerlegging dezer dwaling ten nauwste samenhangt met de kinetische grondslagen der tweede hoofdwet, kan het misschien zijn nut hebben, ze hier nog eens aan de hand van een uitermate vereenvoudigd voorbeeld te reproduceeren:

Stel dat de gasmolekulen niet tegen elkaar botsen, en dat zij volkomen elastisch worden teruggekaatst wanneer zij tegen de vertikale wanden van den gashouder vliegen. Alleen aan den bodem, die op een constante temperatuur T gehouden wordt, grijpt een warmtewisseling plaats; d.w.z. wanneer zij terugkomen hebben de molekulen de Maxwelliaansche snelheidsverdeeling die bij de temperatuur T behoort. In plaats van een continu verloop

---

1) L. Boltzmann, „Wisschensch. Abhandl." II, p. 60 en p. 265 (Sitz. Ber. Wien. Ak. **74**, 509 1876; **78**, 22, 1878). — F. M. Exner, Ann. d. Phys. **7**, 683, 1902; **9**, 967, 1902, polemisch tegen A. Schmidt. — O. W. Richardson, Phil. Mag. **18**, 695, 1909.

2) R. von Dallwitz-Wegner, Der Sama-Zustand der Materie, Zschr. f. Phys. **15**, 280, 1923.

3) R. von Dallwitz-Wegner, l c. p. 286; — ook A. Schmidt, geciteerd door Exner l.c.

van de potentieele energie te stellen, $\Phi(z) = mgz$, zooals beantwoorden zou aan het zwaarteveld, willen wij ons bezig houden met een discontinu geval: tot op de halve hoogte van den gashouder zij:

$$\text{tot } z = \tfrac{1}{2}H: \qquad \Phi(z) = 0,$$

daarboven, tot aan het deksel, zij:

$$\text{van } z = \tfrac{1}{2}H \text{ tot } z = H: \qquad \Phi(z) = \chi = \text{constante.}$$

Indien een molekuul door het discontinuïteitsvlak S heenvliegt, en daar beneden een snelheid w_1 heeft, daarboven een snelheid w_2, dan bestaat er tusschen deze snelheden de betrekking

$$\tfrac{1}{2}mw_1^2 = \tfrac{1}{2}mw_2^2 - \chi. \tag{1}$$

Nu de *drogreden*: elk afzonderlijk molekuul, dat door S heenvliegt, hetzij op of neer, heeft beneden S een grootere kinetische energie dan erboven (zeer juist!); „derhalve" moet de gemiddelde kinetische energie der molekulen in de benedenhelft van den houder grooter zijn dan in de bovenste (mis!) [1])

Hetgeen men over het hoofd ziet: Alle molekulen in de benedenhelft met een snelheid zoodanig dat

$$\tfrac{1}{2}mw_1^2 < \chi, \tag{2}$$

zijn niet bij machte door S heen te vliegen. En deze „al te langzame" molekulen helpen de *gemiddelde* kinetische energie in de benedenhelft klein houden.

Quantitatief: Noem $f_1(w_1)\,dw_1$ en $f_2(w_2)\,dw_2$ de aantallen der moleculen, die per cm^3 in de beneden- en in de bovenhelft behept zijn met vertikale snelheden tusschen w_1 en $w_1 + dw_1$ resp. w_2 en $w_2 + dw_2$. — Hoeveel molekulen van deze beide soorten ziet men per sec. en per cm^2 van beneden in het vlak S vliegen, resp. van boven er uitkomen? Antwoord:

$$w_1 f_1(w_1)\,dw_1, \quad \text{resp.} \quad w_2 f_2(w_2)\,dw_2. \tag{3}$$

Ga na wat er van zoo'n $(w_1 \lt\!\!-\!\!\gt w_1 + dw_1)$-groep wordt bij het passeeren van S; aan den anderen kant komt die voor den dag als een $(w_2 \lt\!\!-\!\!\gt w_2 + dw_2)$-groep dusdanig, dat w_1 en w_2 verbonden zijn door de betrekking (1) en dus ook dw_1 met dw_2 door de betrekking

$$w_1\,dw_1 = w_2\,dw_2. \tag{4}$$

En waar het hier immers om dezelfde individuen gaat, alleen maar „van beneden" of „van boven" bekeken, zullen wij moeten hebben

$$w_1 f_1(w_1)\,dw_1 = w_2 f_2(w_2)\,dw_2. \tag{5}$$

[1]) Vervolg op de drogreden: Aangezien voor elk dier molekulen $w_2 < w_1$ is, vertoeft elk afzonderlijk een *langeren* tijd in de bovenhelft dan in de benedenhelft (juist!); „derhalve" bevinden zich doorloopend meer molekulen boven dan beneden!!

en dus moet, krachtens (4)

$$f_1(w_1) = f_2(w_2).$$

Volgens de onderstelling zou nu beneden de maxwelliaansche snelheidsverdeeling heerschen:

$$f_1(w_1) = C e^{-\frac{1}{2}\frac{m w_1^2}{k T}}, \tag{7}$$

zoodat (7), (6) en (1) leveren, voor alle positieve w_2:

$$\begin{aligned} f_2(w_2) &= C e^{-\frac{1}{2}\frac{m w_1^2}{k T}} = C e^{-\frac{m w_2^2 + 2\chi}{2 k T}}, \\ &= C e^{-\frac{\chi}{k T}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\frac{m w_2^2}{k T}}. \end{aligned} \tag{8}$$

Wegens de symmetrie van het op- en neergaan geldt deze uitkomst dan ook zonder meer voor de negatieve w_2.

Een vergelijking van (8) met (7) brengt de van ouds bekende uitkomst: Weliswaar is boven de *dichtheid* van het gas kleiner dan beneden, in de reden

$$e^{-\frac{\chi}{k T}},$$

maar de *snelheidsverdeeling* — en dus ook de gemiddelde kinetische energie — is dezelfde, en wel degene die aan T beantwoordt.

Slotopmerkingen:

1. Deze conclusie staat en valt met de onderstelling dat in de benedenhelft juist de maxwelliaansche snelheidsverdeeling voor w_1 heerscht!

2. Het is zeer de moeite waard, de twee oorspronkelijke stukken van Boltzmann hierop na te lezen; men vindt er methodisch zeer interessante opmerkingen in.

3. Richardson bespreekt l.c. de toepassing op de elektronenatmosfeer om een gloeienden draad.

4. De drogreden zou ook meebrengen, dat de gemiddelde kinetische energie in een dampphase kleiner zou zijn dan in de vloeibare phase.

5. Ingeval de systemen *gequantiseerd* zijn, geldt natuurlijk niet langer, dat de gemiddelde kinetische energie der molekulen in b.v. twee zulke phasen even groot is; maar wel is de „temperatuur" overal dezelfde.

OVER DE ELASTICITEIT DER METALEN

door W. GEISS.

Het meest eenvoudige wiskundige verband tusschen de vormverandering van een vast lichaam onder den invloed van een uitwendige kracht en de grootte dezer kracht wordt voorgesteld door de „wet van Hooke" [1]) Volgens deze wet is de vormverandering evenredig met de vervormende spanning p. In het geval van uitrekking heeft men de betrekking:

$$\lambda = a \cdot p \text{ of } \lambda = \frac{1}{E} \cdot p \tag{1}$$

Hierin stelt λ de specifieke verlenging voor, a is de elasticiteitscoefficient, E de elasticiteitsmodulus.

Deze wet van Hooke vormt de grondslag der geheele elasticiteitstheorie. Nadere onderzoekingen hebben echter geleerd, dat verreweg de meeste vaste lichamen niet aan deze wet voldoen [2]); de vormveranderingen nemen in werkelijkheid sneller toe dan de spanningen. Nu ligt het, op zich zelf beschouwd, ook wel voor de hand, dat de wet van Hooke geen onbeperkte geldigheid kan hebben; de invloed van een bepaalde toeneming der belasting zal wel niet dezelfde zijn voor een lichaam dat reeds gedeformeerd is als voor het lichaam in zijn oorspronkelijken vorm. De elasticiteitsmodulus zal dus een functie zijn van de deformatie m. a. w. van den afstand der kleinste deeltjes. Uitgaande van dergelijke beschouwingen heeft P. Debije [3]) de wet van Hooke uitgebreid door toevoeging van termen met hoogere machten van p.

Ook W. Voigt [4]) is op grond van beschouwingen over de gegeneraliseerde potentiaal der elastische krachten tot een reeksontwikkeling gekomen:

$$\lambda = a_1\, p + a_2\, p^2 + a_3\, p^3 + \dots \tag{2}$$

Probeert men echter de experimenteel gevonden afwijkingen van de wet van Hooke op deze wijze te interpreteeren, dan komt men tot een buitengewone, onwaarschijnlijk groote gevoeligheid der elastische spanningen voor den atoomafstand; bij geel koper b.v. verandert de electriciteitsmodulus met 10 % bij een deformatie van ongeveer 0.1 %.

---

1) Hooke: Philosophical Tracts and Collections, 1679.
2) Vgl. b.v. Wüllner: Experimentalphysik 1, p. 223, 6. Aufl.
3) P. Debije Wolfskehlvortrag 1913.
4) W. Voigt: Wiedem. Ann. 52, 1894, 536.

Op grond hiervan ligt het voor de hand aan te nemen, dat de relatief groote afwijkingen van de wet van Hooke aan een andere oorzaak moeten worden toegeschreven. Deze onderstelling wordt bevestigd door het feit, dat niet alleen bij belasting, maar ook bij de daarop volgende ontlasting de vormveranderingen sneller toenemen dan de belastingveranderingen, hetgeen op zich zelf reeds in rechtstreeksche tegenspraak met bovengenoemde theoretische beschouwingen is en er op wijst, dat de daar bedoelde correcties klein moeten zijn vergeleken bij de experimenteel gevonden afwijkingen. Neemt men verder nog in aanmerking, dat in alle genoemde theorieën de veranderingen der elastische eigenschappen der stoffen als gevolg van voorafgaande bewerkingen volkomen buiten beschouwing worden gelaten, dan komt men tot de slotsom, dat een eenigszins afdoende verklaring voor het merkwaardige elastische gedrag der metalen (tot deze groep van vaste stoffen zullen wij ons bij de beschouwingen nu verder beperken) nog niet gegeven is.

Men is tot nu toe altijd van de onderstelling uitgegaan, dat de voor isotrope lichamen opgestelde beschouwingen zonder meer ook op de uit vele kristallieten bestaande metalen toegepast kunnen worden. De moderne metallografie [1]) heeft echter juist de aandacht gevestigd op het feit dat een conglomeraat van kristallieten volstrekt niet als quasi-isotroop beschouwd mag worden. Een stuk metaal bestaat in het algemeen uit een massa *onregelmatig* georiënteerde kristallieten, welke bij deformaties boven de elasticiteitsgrens hetzij ten opzichte van elkander (intergranulair) hetzij ieder voor zich volgens een glijvlak (intragranulair) verschoven worden. Al naar gelang der oriënteering heeft iedere kristalliet een bijzondere elasticiteitsgrens. Bij belasting beneden de elasticiteitsgrens van het geheele lichaam kunnen dus sommige kristallieten tengevolge van ongunstige oriënteering reeds overbelast en dus blijvend verschoven worden. Bij opheffing van de deformeerende spanning schuiven dan de zuiver elastisch gedeformeerde kristallieten, de verschoven kristallieten weer naar hun oorspronkelijke plaats terug, en wel geleidelijk. In het kort is dit de theorie der elastische nawerking van H. von Wartenberg. [2])

---

1) Vgl. G. Tammann: Lehrbuch der Metallographie 1921.
2) H. v. Wartenberg: Verh. d. D. phys. Ges. 1918, p. 113.

Iedere „elastische deformatie" bestaat dus uit een zuiver elastische vormverandering, welke alleen van de belasting afhankelijk is èn een plastische nawerking, die een functie van de belastingen en van den tijd is.

We zullen ze voorstellen door de volgende vergelijking:

$$\lambda = \varphi_1 (p) + \varphi_2 (p - p_a), t, \tag{3}$$

waarin φ_1 de zuiver elastische uitrekking, φ_2 de plastische nawerking voorstelt.

De functie φ_2 kan voorgesteld worden als een som van e-functies, zooals uit de theorie der elastische nawerking blijkt en ook door de talrijke proefnemingen over dit verschijnsel is bevestigd. [1]) De snelheid der vormverandering $d\varphi_2 / dt$ is dus bij het begin relatief groot, neemt dan geleidelijk af en nadert asymptotisch tot nul. p_a is de spanning, bij welke ook de meest ongunstig gelegen kristallieten nog zuiver elastisch gedeformeerd worden. Voor alle waarden $p \leqq p_a$ wordt $\varphi_2 = 0$. Hoe grooter de belasting, des te grooter wordt φ_2; dit is in overeenstemming met het feit, dat de nawerking eerst voor groote belastingen bemerkbaar wordt; men onderscheidt dan — zooals bekend — twee elasticiteitsmoduli, voor korte en voor duurzame belasting. Voor niet al te groote deformaties heeft men meestal geen nawerking aan kunnen toonen en en men heeft dan stilzwijgend verondersteld, dat de elastische nawerking niet bestond, of tenminste tegenover de zuiver elastische deformatie te verwaarloozen zou zijn, dus:

$$\varphi_2 (p - p_a), t << \varphi_1 (p) \tag{4}$$

Onze opvatting is echter, dat ook bij dergelijke normale belastingen de grootheid φ_2 volstrekt niet onmeetbaar klein is ten opzichte van φ_1 maar dat φ_2 zich hierbij buitengewoon snel op de asymptotische waarde instelt en zich daardoor aan de waarneming onttrekt.

Wat de functie φ_1 betreft, is de eenvoudigste onderstelling, deze zuiver elastische functie evenredig te stellen met de werkende spanning dus:

$$\varphi_1 (p) = \alpha . p \qquad \alpha = \text{const.} \tag{5}$$

d.w.z. de wet van Hooke aan te nemen.

De bovengenoemde formule verkrijgt dan dus den bijzonderen vorm:

$$\lambda = \alpha . p + \varphi_2 \ (p - p_a, t) \quad \alpha = \text{const.} \tag{6}$$

[3]) Zie b.v. Wüllner l.c.

We kunnen deze vergelijking de uitgebreide wet van Hooke noemen en zoo de volgende stelling uitspreken:

„Iedere zuiver elastische deformatie volgt de wet van Hooke; de afwijkingen van de evenredigheid worden veroorzaakt door nawerking, ze zijn in het geheel *geen elastisch* maar een *plastisch verschijnsel* of m.a.w.: de elastische deformaties van het ruimterooster zijn evenredig met de spanningen; deze evenredigheid wordt overdekt en daarom schijnbaar gestoord door inter- of intragranulaire verschuivingen der kristallieten tengevolge van de elastische nawerking."

Daar φ_2 in het algemeen geen eenvoudige functie is, beteekent de bovengenoemde wet, dat we afstand doen van eenvoudige wiskundige voorstellingen voor het elastisch gedrag der metalen in het algemeen; gezien de ingewikkelde samenstelling van een conglomeraat kristallieten, is dit zonder meer duidelijk.

Voor een bijzonder geval wordt echter de formule wel eenvoudig, n.l. wanneer:

$$\varphi_2(p - p_a, t) = 0 \text{ en dus } \lambda = a \cdot p \tag{7}$$

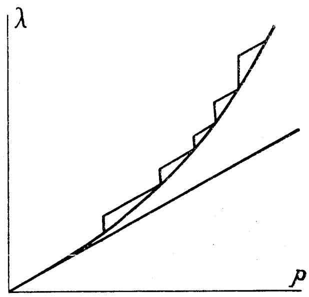
d. w. z. metalen lichamen die vrij zijn van elastische nawerking volgen de wet van Hooke.

Deze stelling is te toetsen door metingen aan unikristallijne metalen lichamen. Volgens von Wartenberg vertoonen deze geen elastische nawerking en wij vonden ook bij proefnemingen aan unikristallijne wolfraamdraden de bovengenoemde bewering volkomen bevestigd. We hebben daartoe den halven slingertijd t als functie van den torsiehoek ψ, d. w. z. van het tordeerende koppel, volgens de methode van Coulomb gemeten, eenerzijds aan een unikristallijne wolfraamdraad, anderzijds aan een gewoon getrokken wolfraamdraad, die uit een conglomoraat van kristallieten bestaat. In de tabel is voor beide draden 10 t voor verschillende waarden van ψ aangegeven.

In graad/meter	720	600	360	180	60	10
Unikristallijne draad	113.6	113.6	113.6	113.5	113.6	113.6
Getrokken draad	142.0	141.8	141.2	141.2	140.2	140.2

Voor unikristallijn wolfraam is de torsiemodulus F dus onafhankelijk van de torsiehoek, zoodat inderdaad de wet van Hooke hier blijkt te gelden. Voor den glijdingsmodulus F vindt men de waarde 16800 kg./mm^2. Bij de getrokken draad blijkt F eene functie der deformatie te zijn.

Een bevestiging van onze theorie vinden wij in de proefnemingen van S. Berliner.[1]) Deze heeft de verlenging welke staven van gietijzer ondergaan bij verschillende wijze van belasting, gemeten. Wij kunnen zijn resultaten het gemakkelijkst aan de hand van nevenstaande figuur toelichten. De gebogen kromme stelt de deformatie bij $dp/dt =$ const. voor; de trapsgewijze verloopende kromme geeft de deformatie aan die men vindt, wanneer afwisselend $dp/dt =$ const. en $dp/dt = 0$ wordt genomen, daarbij bleef de constante spanning $(dp/dt = 0)$ steeds zoolang werken tot geen nawerking meer optrad. Voor de volgende schrede $(dp/dt =$ const.) was dan bij niet al te kleine snelheid de nawerking reeds grootendeels afgeloopen.



Uit de proeven bleek nu dat voor de verschillende trappen 0, 1, 2 enz.

$$\lim_{p_0 = 0} \frac{dp_0}{d\lambda} = \frac{dp_1}{d\lambda_1} = \frac{dp_2}{d\lambda_2} = \ldots \text{ is,} \tag{8}$$

zoodat ze alle evenwijdig loopen aan de maagdelijke kromme, d. w. z. de rechte lijn door de oorsprong. Het blijkt dus, dat, wanneer de nawerking geëlimineerd wordt, de vormverandering onafhankelijk is van de reeds aanwezige deformaties.

We komen dus tot de conclusie, dat wanneer de plastische nawerking wordt uitgeschakeld, de elasticiteitsmodulus niet afhangt van de werkende kracht, zooals veelal wordt aangenomen.

Ook aan de voorafgaande bewerking van een metaal schrijft men algemeen een invloed op het elastische gedrag toe; door koudtrekking b.v. zou de elasticiteitsmodulus en de afwijkingen van de wet van Hooke geringer worden.

Na het voorafgaande ligt het voor de hand, aan te nemen, dat ook deze veranderingen alleen tot plastische nawerking terug te brengen zijn.

[1]) S. Berliner: Ann. d. Phys. **20**, 527; 1906.

Bij het koudtrekken vindt een gedeeltelijke oriëntatie plaats, en tegelijk een vermindering van de ongunstig gelegen kristallieten, d. w. z. minder nawerking en verhooging van p_a. Inderdaad wordt ook bij koudgetrokken draden veel minder nawerking opgemerkt dan bij weeke draden.

Aan koud getrokken aluminiumdraad b.v. vonden we bij uitrekking tot aan de breukgrens bijna geen nawerking en nagenoeg geen afwijking van de wet van Hooke — de elasticiteitsmodulus bedroeg $E = 8280$ Kg/mm²[1]) — terwijl de weeke draad een zeer sterke afwijking en groote nawerking vertoonde. We kunnen dus onze bovengenoemde stelling zoodanig aanvullen:

„De zuiver elastische deformaties van een metaal zijn onafhankelijk van iedere bewerking."

Deze onderstelling stemt overeen met een van de hoofdpunten der metallografie van Tammann [2]), volgens welke na irreversibele deformaties het ruimterooster der kristallieten intact blijft, omdat een kristalliet zich door vorming van glijvlakken tegen verstoring van zijn roosterstructuur beschermt. Wordt echter de afstand van de atomen door bewerking niet veranderd, zoo wil dit zeggen, dat ook de elastische krachten, welke de atomen in het roosterverband houden, niet veranderd kunnen zijn.

Volgens onze opvatting wordt, wanneer men de belasting steeds toe laat nemen de *proportionaliteitsgrens* bereikt zoodra voor het eerst kristallieten niet meer elastisch gedeformeerd worden doch een plastische deformatie ondergaan. Gaat men de belasting nog meer vergrooten, dan wordt het aantal plastisch gedeformeerde kristallieten steeds grooter, het aantal elastisch gedeformeerde steeds kleiner. Ten slotte wordt een punt bereikt waarbij na opheffing van de uitwendige spanning de elastisch gedeformeerde niet meer in staat zijn de plastisch gedeformeerde kristallieten op hun oorspronkelijke plaats terug te brengen: dat punt correspondeert met de *elasticiteitsgrens.*

Summary:

Starting from metallographic considerations and the theory of the elastic aftereffect of H. v. Wartenberg, the author tries to give an explanation of the well known fact that the elastic constants of most metals are — even by small deformations — dependent on the stress as well as on the manner the material

1) Proportionaliteits-, elasticiteits- en breukgrens vielen nagenoeg samen en lagen bij 23 kg/mm².

2) Tammann: l.c.

has been worked previously. He assumes that every so called elastic deformation consists of a pure elastic strain, which obeys Hooke's law, and of a plastic deformation following after some lapse of time. This last effect only takes place in crystalline conglomerates in agreement with the Wartenberg theory. Therefore single crystalline bodies should not deviate from Hooke's law, which for single crystal wires of tungsten is proved experimentally.

Further an explanation is given of the limit to which Hooke's law holds and also of the limit of elasticity.

Eindhoven, April 1923. NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

SCHAKELING VAN ELEMENTEN

door L. CRIJNS.

Hetgeen volgt, moge dienen als bevestiging en nadere toelichting van het artikel van J. F. de Vries (Physica, Maart 1923, blz. 89), waarin hij aan de hand van een voorbeeld bewijst, dat de gangbare wet „Men verkrijgt de grootste stroomsterkte bij een gegeven aantal elementen, wanneer deze zoo geschakeld worden, dat de gezamenlijke weerstand van de batterij *zooveel mogelijk* gelijk is aan de uitwendige weerstand" niet algemeen geldt. Indien n.l. het aantal elementen door n, de inwendige weerstand van één element en de uitwendige weerstand resp. door r_i en r_u en het aantal *achter* elkaar geplaatste elementen door p wordt aangeduid, voert bovenstaande wet tot den eisch

$$\left| \frac{p^2}{n} r_i - r_u \right|$$

minimaal (voorwaarde B), terwijl uit de formule voor de stroomsterkte als juiste conditie volgt

$$\left| p\, r_i - \frac{n}{p} r_u \right|$$

minimaal (voorwaarde A), l.c. blz. 90.

Gemakshalve stel ik nu $r_u : r_i = r$, een deeler van n (want dat moet p zijn) gelijk D en de algebraïsche waarde van p, waaraan een inwendige weerstand correspondeert, die juist even groot is als r_u, gelijk aan p_o; zooals bekend, is dan

$$p_o^{\,2} = n\, r\,.$$

In deze notatie komt voorwaarde A hierop neer, dat

$$\left| D - \frac{p_o^2}{D} \right|$$

minimaal zij. Dus als de twee deelers van n, die het naast bij p_o liggen, resp. naar boven en naar beneden, D en d genoemd worden, valt de beslissing ten gunste van D of d uit, naargelang het teeken van

$$\frac{p_o^2}{d} - d - \left(D - \frac{p_o^2}{D}\right)$$

of na vermenigvuldiging hiervan met $D\,d : (D + d)$

$$p_o^2 - D\,d$$

positief of negatief is.

Volgens voorwaarde B, d. w. z.

$$| D^2 - p_o^2 |$$

minimaal, zou de toestand bepaald worden door het teeken van

$$2\,p_o^2 - (D^2 + d^2)\,.$$

Hier voeg ik in als voorwaarde C (als 't ware het midden houdend tusschen A en B, zooals we aanstonds gaan zien), dat de beste schakeling zou correspondeeren aan dien deeler van n, die 't dichtst bij p_o ligt; dan hadden we te maken met het teeken van

$$2\,p_o - (D + d)\,.$$

Samenvattend komen we zoo tot:

voorwaarde A (de juiste): signum $4\,p_o^2 - 4\,D\,d$;
" C : " $4\,p_o^2 - (D + d)^2$;
" B : " $4\,p_o^2 - 2\,(D^2 + d^2)$.

In deze volgorde nu vormen de drie functies achter signum een *dalende rekenkundige reeks*: als de eerste functie negatief is, zijn dat ook de twee andere, maar *niet omgekeerd*; de voorwaarden C en B zijn ietwat partijdig voor de kleinere deelers. *De bedoelde wet geeft dus zeker het juiste resultaat, als ze beslist ten gunste van den* **grooteren** *deeler, maar in het tegenovergestelde geval kan ze falen.*

SAMENVATTENDE OVERZICHTEN.

SPONTANE MAGNETISATIE, VERZADIGINGSMAGNETISATIE EN REMANENTE MAGNETISATIE IN DE THEORIE VAN WEISS

door H. R. WOLTJER.

Aan wie met de theorie van Weiss over het ferromagnetisme goed bekend is, zal het volgende in het geheel geen nieuws bieden. Bij het neerschrijven zat in de eerste plaats de bedoeling voor enkele punten uit die theorie voor mij zelven op te helderen. Gesprekken, die ik meermalen over bedoelde moeilijkheden had, gaven mij den indruk, dat ik niet de eenige was, die er behoefte aan gevoelde, tot een duidelijker voorstelling van sommige trekken der beschouwingen van Weiss te komen. De overweging, dat anderen met mijn werk misschien ook gebaat zouden kunnen wezen, noopte mij het stukje aan de Redactie van Physica aan te bieden.

Het grootste deel van de volgende beschouwingen berust op het uitgebreide artikel van Weiss [1]): „L'hypothèse du champ moléculaire et la propiété ferromagnétique". Ofschoon enkele bijzonderheden uit die verhandeling door nader onderzoek (ook van Weiss zelf) in een ander licht zijn komen te staan en ofschoon het bij Weiss niet altijd even gemakkelijk is, na te gaan, in hoeverre hij zijn vroegere beschouwingen nog handhaaft, zoo geloof ik toch, dat het volgende geacht mag worden meer blijvende bestanddeelen der theorie weer te geven. Behalve van andere verhandelingen van Weiss en van de geciteerde litteratuur is ook nog dankbaar gebruik gemaakt van de voordrachten, door Prof. Lorentz in 1921 in Teyler's Stichting over het magnetisme gehouden en door Prof. Keesom bewerkt [2]).

§ 1. Langevin heeft in 1905 [3]) een quantitatieve theorie van het paramagnetisme gegeven. Hij onderstelt, dat de moleculen van een paramagnetisch gas permanente magneten zijn, vrij draaibaar om hun zwaartepunt. De momenten dier magneten zijn alle even groot. Is er geen uitwendig magnetisch veld, dan zijn alle richtingen der moleculaire momenten gelijkelijk vertegenwoordigd en is het magnetisch moment van de geheele gasmassa nul. Dit is niet meer

1) J. de Physique (4) 6 (1907) pp. 661—690.
2) Haarlem, De Erven Loosjes, 1922.
3) Ann. de Chim. et de Phys. (8) 4 (1905) p. 70.

het geval, als een magnetisch veld wordt aangebracht. De dan geldende statistische verdeeling van de magnetische momenten der moleculen wordt door Langevin berekend op den grondslag van de klassieke statistische mechanica. Qualitatief is te verwachten, dat naarmate de temperatuur daalt en dus de warmtebeweging vermindert, de richtende werking, die het uitwendige veld op de moleculen uitoefent, minder tegengewerkt wordt en het gas dus sterker magnetiseerbaar zal worden. De berekening leert, dat de afhankelijkheid der specifieke magnetisatie, σ, (het magnetisch moment der *massa*-eenheid) van veldsterkte (H) en absolute temperatuur (T) zoodanig wordt, dat σ een functie is van $\frac{H}{T}$ en wel

$$\sigma = \sigma_\infty \left(\operatorname{cotgh} \frac{\mu H}{k T} - \frac{k T}{\mu H}\right), \tag{1}$$

waarin μ het magnetische moment van het molecule voorstelt, k de constante van Planck en σ_∞ de specifieke magnetisatie, als alle moleculen parallel gericht zijn.

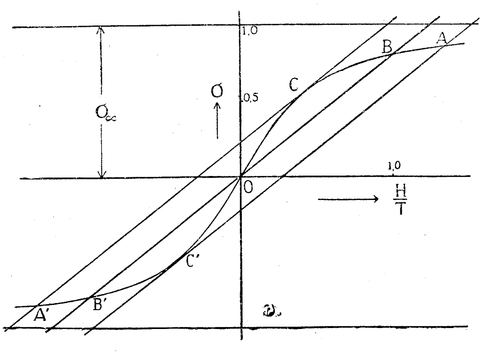


Fig. 1.

De kromme in fig. 1 geeft het verloop van σ als functie van $\frac{H}{T}$ weer [1]). De *absolute verzadiging* (σ_∞), waarbij alle elementair magneten parallel gericht zijn, wordt bereikt voor $H = \infty$ of $T = 0$. De waarden van de constanten in de formule en de experimenteele nauwkeurigheid zijn in de meeste gevallen zoodanig dat met de practisch bereikbare waarden van H men zich niet ver van het punt O kan verwijderen en men zich steeds op dat stuk der kromme bevindt, dat met groote nauwkeurigheid als een rechte beschouwd kan worden: σ is evenredig met $\frac{H}{T}$, hetgeen beantwoordt aan het kenmerk van paramagnetische stoffen ($\sigma : H$ onafhankelijk van H) en de wet van Curie insluit

1) De schaal van de fig. is zóó gekozen, dat voor de aangegeven abscissen-eenheid H/T voor ijzer 3.36×10^4 e. m. C. G. S. is.

($\sigma : H$ omgekeerd evenredig met T). Bij de temperaturen bereikbaar met vloeibare waterstof, zouden de afwijkingen van de rechtlijnigheid van de orde van 1 $^0/_0$ worden en eerst in vloeibaar helium zou de kromming duidelijk te voorschijn treden.

§ 2. De theorie van Langevin is door Weiss uitgebreid tot *ferromagnetische* vaste lichamen door de invoering van het *moleculaire veld*. Weiss onderstelt, dat in een ferromagnetisch lichaam de magnetische moleculen geen andere koppels op elkander uitoefenen, dan die aequivalent zijn met de werking van een homogeen magnetisch veld, het z.g. „moleculaire veld", H_m, dat in vele gevallen [1]) evenredig met de magnetisatie gesteld kan worden en daarmede gelijk gericht is:

$$H_m = N d \sigma \tag{2}$$

(d is de dichtheid der stof.)

De oorsprong van dit magnetisch veld is nog onbekend. Aan de gewone aantrekkings- en afstootingskrachten tusschen de magnetische moleculen kan het zijn ontstaan niet danken, daar het dan veel zwakker zou zijn dan noodig is, om de verschijnselen te verklaren, die Weiss er mede wenscht te verklaren.

Beschouwen wij nu eerst het geval, dat er geen uitwendig veld bestaat. Dan zal het lichaam toch een magnetisatie kunnen bezitten. Dit ziet men aldus in: een eventueele magnetisatie moet nu voldoen aan de vergelijkingen (1) en (2). Aan de oplossing van deze vergelijkingen beantwoorden in fig. 1 de punten B, O en B', als de rechte BB' de vergelijking (2) voorstelt. De voor de hand liggende oplossing $\sigma = 0$ blijkt instabiel te zijn: brengt men door dwang toch een kleine magnetisatie tot stand, dan zal daaraan volgens (2) een zeker magnetisch veld beantwoorden. Heft men den dwang op, dan zal dit veld de aan vergelijking (1) beantwoordende magnetisatie tot stand willen brengen en in plaats van weer tot de oorspronkelijke waarde terug te keeren, zal de magnetisatie, zooals men uit de figuur zien kan, grooter worden. De beide andere oplossingen, die stabiel zijn, toonen, dat een lichaam, waarin het door vergelijking (2) gekarakteriseerde moleculaire veld bestaat, ook bij afwezigheid van een uitwendig magnetisch veld, een magnetisatie kan bezitten. Dit is de z.g. *spontane magnetisatie*.

§ 3. Men zou misschien geneigd zijn, te denken, dat deze spontane magnetisatie identiek is met de *remanente magnetisatie* en

[1]) De later door Weiss gegeven definitie $H_m = -\frac{dU}{d\sigma}$ (waarin U de energie van de stof voorstelt) kunnen we hier buiten beschouwing laten.

dan de magnetisatiekrommen van een ferromagnetisch lichaam uit het voorafgaande aldus afleiden: bestaat een uitwendig veld H_e, dan moet de vergelijking (2) vervangen worden door

$$H = H_e + N d \sigma \tag{2a}$$

Met behulp van fig. 1 kan men nu bij iedere waarde van H_e de bijbehoorende waarde van σ vinden. Zoo krijgen wij fig. 2 [1]) De overeenkomstige punten in beide figuren zijn met dezelfde letters gemerkt. Fig. 2 doet nu inderdaad denken aan een magnetisatiekromme met hystereselus ($A' \, C' \, A \, C$). Het stuk $C \, O \, C'$ is instabiel en de magnetisatie springt van C' over op A en van C op A'.

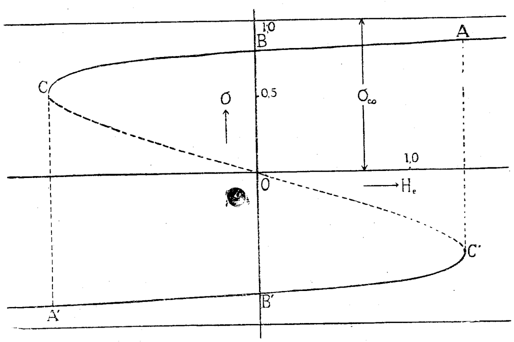


Fig. 2.

Toch kan deze kromme niet de gewone magnetisatiekromme voorstellen, ook niet geidealiseerd. Dit blijkt als men op de afhankelijkheid van de temperatuur let: construeert men fig. 2 voor een andere temperatuur, dan moet men de rechten in fig. 1 andere helling geven en daardoor vindt men wel andere waarden voor de spontane magnetisatie, maar de asymptoot, waartoe de aan de verschillende temperaturen beantwoordende krommen naderen, is steeds dezelfde, n.l. $\sigma = \sigma_\infty$ en de invloed der temperatuur komt niet anders uit dan in de waarden der abscissen. De verzadigingsmagnetisatie van ferromagnetische stoffen is echter afhankelijk van de temperatuur, zij het ook op eenigen afstand van de Curie-temperatuur slechts zwak.

Daar komt bij, dat het moleculaire veld, dat met de spontane magnetisatie gepaard gaat, zoo groot is, dat ook de sterkste uitwendige velden, die wij kunnen opwekken, daarmede vergeleken, weinig beteekenen. Van de takken $C \, A$ en $C' \, A'$ in fig. 2, zou men slechts zeer kleine stukjes in de onmiddellijke nabijheid van de punten B en B' kunnen verwezenlijken.

1) Aan de in de figuur aangegeven abscisseneenheid beantwoordt $H_e = 35{,}3 \; N d$ e. m. C. G. S. (voor ijzer). Verder is voor ijzer bij gewone temperatuur $N d \sigma = 6{,}3 \times 10^6$ gauss (W e i s s, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 5 (1908) p. 218); voor $\sigma = 200$ wordt dus de abscisseneenheid in fig. 2 c a. 10^6 gauss. Dergelijke teekening komt ook voor in het artikel van J. J. v a n L a a r, Physica 2 (1922) p. 326 (fig. 7).

§ 4. Om het gedrag van een ferromagnetisch lichaam onder den invloed van een uitwendig magnetisch veld te verklaren, heeft men niet genoeg aan het bestaan der spontane magnetisatie. Men moet een richtende werking aannemen, door het uitwendige veld op de richting der spontane magnetisatie uitgeoefend, [1])

In een stuk ijzer b.v. bestaat wel de in § 2 afgeleide spontane magnetisatie, maar bij afwezigheid van een uitwendig veld bemerkt men daarvan niets, omdat de richting in de verschillende deelen der massa verschillend is. Het is hier misschien het beste Weiss zelf in een van zijn latere verhandelingen te citeeren [2]): „La direction dans laquelle, spontanément, l'aimantation se produit, n'est indiquée par rien dans notre théorie. Elle sera donc déterminée par des conditions accessoires qui n'ont pas été mentionnées et qui peuvent être les menus accidents de la substance, les petites discontinuités, les petites cavités qui s'y trouvent et surtout, sans doute, les propriétés anisotropes des cristaux [3]) dont elle est composée. Il y a donc, dans un morceau de fer, des régions dans lesquelles l'aimantation est dirigée dans un sens, d'autres où elle est dirigée en sens contraire, d'autres encore où elle a une direction qui n'a aucun rapport avec les premières. En résumé, l'effet d'ensemble est une substance qui semble n'être pas aimantée du tout".

Brengt men nu een uitwendig magnetisch veld aan, dan zal dit trachten al die magnetisatievectoren evenwijdig te gaan stellen, daardoor ontstaat een resulteerende magnetisatie en nu eerst wordt de reeds bestaande spontane magnetisatie bemerkbaar. Zooals Weiss zelf het uitdrukt [4]), de rol van het uitwendige veld is niet de magnetisatie te voorschijn te roepen, maar haar bemerkbaar te maken voor de waarneming. De velden, die men maken kan, zijn

[1]) In de in de inleiding genoemde verhandeling leidt Weiss deze werking evenals de spontane magnetisatie af uit zijn theorie van het moleculaire veld; hij onderstelt voor een ferromagnetisch kristal rhombische symmetrie en kent aan iedere as een eigen constante N van het moleculaire veld toe, zoodat we met drie verschillende N's, N_1, N_2 en N_3 te rekenen hebben. Zoo verklaart hij de door hem bestudeerde eigenschappen van het pyrrhotienkristal. De ferromagnetische verschijnselen van een quasi-isotrope kristallijne massa verklaart hij door aan de individueele kristallen eigenschappen, analoog aan die van het pyrrhotienkristal toe te kennen. (Dit wordt ook nog gedaan door W. Steinhaus en E. Gumlich, Verh. d. physik. Ges. 17 (1915). pp. 271 en 369). In hoeverre Weiss nog aan deze verklaring vasthoudt kan ik niet met zekerheid zeggen. Voor zoover ik weet, is hij er later niet meer op teruggekomen. Het lijkt mij ook moeilijk, om met deze theorie tot een geschikte waarde te geraken voor de kritische veldsterkte, waarbij de magnetisatie omslaat in haar tegengestelde waarde.

Het lijkt mij echter voldoende, en dit wordt door Weiss zelf in zijn latere verhandelingen steeds gedaan, om naast het bestaan der spontane magnetisatie het bestaan van koppels, uitgeoefend door het uitwendige veld op den magnetisatievector, aan te nemen.

[2]) J. de Phys. (6) 2 (1921) p. 164.

[3]) In verband met het zooeven opgemerkte (noot 1 deze pag.) zij de aandacht gevestigd op de vage wijze, waarop Weiss zich hier uitlaat over de beteekenis van den invloed van het elementaire kristal.

[4]) „La constitution de la matiere" (1912) p. 345.

voldoende, om tamelijk volkomen parallellen stand van al de voorkomende magnetisatierichtingen te bewerkstelligen, maar niet voldoende om de grootte der spontane magnetisatie merkbaar te veranderen. De magnetisatie van het stuk ijzer als geheel is nu gelijk geworden aan de spontane magnetisatie. Aan den anderen kant echter beantwoordt, wat men bereikt heeft, aan de definitie van verzadigingsmagnetisatie bij de heerschende temperatuur. In de praktijk valt dus de *spontane magnetisatie* samen met de *verzadigingsmagnetisatie* en *niet met de remanente magnetisatie*. We moeten hierbij nog twee dingen opmerken: ten eerste moet de nu besproken verzadigingsmagnetisatie niet verward worden met de absolute verzadigingsmagnetisatie. Deze laatste is bereikt, als alle *moleculen* parallel gericht zijn. Zooals in § 1 reeds opgemerkt is, komt dit slechts voor bij $T=0$, of $H=\infty$. De eerste daarentegen is bereikt, als bij zekere temperatuur alle *magnetisatierichtingen* parallel zijn en heeft betrekking op de macroscopische bouw van de massa, hoe klein ook overigens de kleinste homogene deelen, de elementairkristallen, zijn mogen. Ten tweede worde geconstateerd, dat bij het magnetiseeren niet de materieele deelen van het lichaam, de elementairkristallen, ten opzichte van elkander draaien, maar slechts de magnetisatievectoren.

§ 5. Gaan we nu nader na, hoe een ferromagnetisch lichaam gemagnetiseerd wordt en hoe de remanente magnetisatie in de theorie optreedt. We kunnen ons al de in het lichaam bestaande spontane magnetisaties veraanschouwelijken door pijlen, die we van één punt uitzetten en die alle even lang zijn, omdat de spontane magnetisaties allen even groot zijn. Is het lichaam magnetisch neutraal, dan zijn alle pijlpunten gelijkmatig verdeeld over een boloppervlak. Brengen we nu een uitwendig magnetisch veld aan; dit heeft tweeërlei gevolg: reversibele, continue veranderingen, die daarin bestaan, dat alle pijlpunten zich verplaatsen in de richting van die pijlpunt (laten we die de noordpool van den bol noemen), die evenwijdig aan het veld wijst, en irreversibele, discontinue veranderingen, die optreden bij de pijlen, wier punten op het zuidelijk halfrond liggen. Bereikt de component van de veldsterkte volgens de pijlrichting een zekere critische waarde, dan slaat plotseling het teeken van de magnetisatie om. De invloed van deze irreversibele, discontinue veranderingen, laat zich bij onze voorstellingswijze bemerken, doordat de dichtheid der pijlpunten op het noordelijk halfrond in concentrische ringen om de noordpool heen verdubbelt. Die verdubbeling schrijdt steeds verder voort, naarmate de veldsterkte toeneemt. Van het zuidelijk halfrond verdwijnen daarentegen de pijlpunten, ook ringsgewijze, vanaf de zuidpool. Gelijktijdig vindt de reversibele opschuiving der pijlpunten naar de noordpool toe plaats. Laat men, nadat de (relatieve) verzadiging, waarbij alle pijlpunten zich in de onmiddellijke omgeving der noordpool hebben opgehoopt, bereikt is, het veld afnemen, dan zullen, zoolang de genoemde critische waarde langs de negatieve richting nog niet bereikt is, slechts de reversibele veranderingen optreden: alle pijlpunten bewegen zich vanaf de noordpool. Is de veldsterkte nul geworden, dan is het noordelijk halfrond gelijkmatig bedekt met pijlpunten; de dichtheid is de dubbele van die in den neutralen toestand, het zuidelijk halfrond is leeg. Eenvoudige berekening leert, dat de nu bestaande magnetisatie, d. i. de *remanente magnetisatie*, gelijk is aan de helft van de (relatieve) *verzadigingsmagnetisatie* [1]). Inderdaad is deze betrekking grosso modo vervuld. Laat men het veld weer toenemen, in een richting tegengesteld aan de eerste, dan zullen de pijlpunten zich eerst reversibel en continu naar de zuidpool gaan bewegen; zoodra als de critische waarde van de veldsterkte overschreden wordt, zullen aan de zuidpool weer bolsegmenten met dubbele dichtheid gaan optreden en eindelijk zullen alle pijlpunten zich om de zuidpool ophoopen en is de verzadiging in negatieve richting bereikt. Laat men vervolgens de veldsterkte weer afnemen tot nul toe, dan zal de toestand optreden, waarbij het zuidelijk halfrond met dubbele dichtheid bedekt is: remanente magnetisatie.

In deze voorstellingswijze heeft de temperatuur slechts invloed op den straal van den bol. Daalt de temperatuur, dan wordt de straal van den bol iets grooter.

Résumé.

Les relations entre l'aimantation spontanée, la saturation et l'aimantation rémanente dans la théorie de P. Weiss sont discutées.

---

[1]) Laten er N magnetisatievectoren zijn, ieder met moment m, de straal van den bol zij 1. Het totale moment in het geval van verzadiging is Nm. Het remanente moment van een bolring met halven tophoek tusschen ϑ en $\vartheta + d\vartheta$ is: $2\pi \sin\vartheta\, d\vartheta \,.\, 2 \,.\, N/4\pi \,.\, \cos\vartheta \,.\, m = {}^1/_2\, m N \sin 2\vartheta \,.\, d\vartheta$.

Het totale remanente moment is: $\frac{1}{2}\, m\, N \int_0^{\frac{1}{2}\pi} \sin 2\vartheta \,.\, d\vartheta = \frac{1}{2} N m$.

BOEKBESPREKING.

Aloys Müller, **Der Gegenstand der Mathematik mit besonderer Beziehung auf die Relativitätstheorie,** 94 blz. — Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1922.

Het kennistheoretisch systeem dat de schrijver verdedigt is de „moderne Gegenstandstheorie" (Rickert e. a.). Alles wat gedacht kan worden is een „Gegenstand". De G. zijn te splitsen in zinnelijke, bovenzinnelijke en onzinnelijke. De laatste (tijdlooze) groep heeft twee onderafdeelingen: 1. de „waarden", die niet *zijn*, maar *gelden*. 2, de voorwerpen der wiskunde, punt, lijn, getal, enz. Deze laatste hebben een „ideaal bestaan", hetgeen geenszins beteekent dat zij alleen in onzen geest bestaan, integendeel, er bestaat objectief een onzinnelijke wereld, waarin wij een zeker inzicht hebben: de wiskundige is niet te vergelijken met een architect die naar eigen inzicht een huis bouwt, doch met een ontdekkingsreiziger. Wat de wiskundige *stellingen* betreft, deze *gelden*, en behooren dus tot de éérste onderafdeeling der derde groep. Dat een zekere „Zuordnung" bestaat tusschen ervaringswereld en wiskunde komt hiervandaan dat ons verstand uit het omvangrijke „math. Gegenstandsbereich" slechts datgene in zich vermag op te nemen wat met die ervaringswereld eenigszins verband houdt. Van welken aard dit verband is waagt de schrijver niet te beslissen; hierover zegt hij (pag. 41): Es bleibt uns nichts übrig als in Bildern zu reden". Toch meent hij nog te kunnen vaststellen (p. 64) dat het verband tusschen meetkunde en waarneembare wereld inniger is dan dat tusschen getallenleer en waarn. wereld.

Evenals bij elken beoefenaar der kennisleer, kan men bij Müller opmerken dat het groote vraagstuk: wat is het verband tusschen *denken* en *zijn*? eigenlijk niet beantwoord wordt; dat men niet verder komt dan tot het uitspreken van een soort geloofsbelijdenis. Bij hem, als bij sommige Grieksche wiskundigen of philosophen [1]) spelen de wiskundige voorwerpen in zekeren zin een middelaarsrol: zij (of althans degenen die wij kennen) houden wel verband (hoe dan ook) met de waarneembare wereld, doch vormen óók een objectief bestaande, ideale wereld op zich zelf.

In het algemeen is de G.theorie er op uit zooveel mogelijk vast te stellen, waar en hoe verband bestaat tusschen verschillende gedachtenwerelden (wetenschappen). Blijkbaar is het uit vrees van een te nauw verband aan te nemen dat de schrijver (p. IV) zegt dat hij het onderwerp der wiskunde van die van andere wetenschappen (vooral van de natuurwetenschappen) „sorgfältig zu scheiden sucht". De verschillende wetenschappen hebben elk haar eigen *methode*; deze verscheidenheid berust op die der onafhankelijk van ons bestaande *onderwerpen*. De wiskundige voorwerpen leeren wij kennen door *intuïtie*; in de natuurwetenschap is *empirie* de hoofdzaak. Bij de wiskundige bewijzen is er slechts *deductie*; bij het vinden der physische wetten meest *inductie*.

1) Volgens Aristoteles (Metaphysica 2, uitgave Bekker, p. 997, b. 12) zijn er velen die zeggen dat behalve τὰ εἴδη (de begrippen) en τὰ αἰσθητά (de waarneembare dingen) bovendien nog bestaan τὰ μεταξύ, περὶ ἃ τὰς μαθηματικὰς εἶναί φασιν ἐπιστήμας (de tusschen beide gelegen dingen, waarover zij zeggen dat de wiskundige wetenschappen het hebben). Vergelijk de wijze waarop Müller (p. 20) onderscheid maakt tusschen het begrip rechte lijn en het ideale voorwerp rechte lijn; dit laatste is dus een soort middending tusschen het begrip rechte lijn en waarneembare rechte lijnen.

Wat de meetkunde betreft bestaan er, zooals gezegd, ideale „räumliche G.". Dáárover heeft men het in de echte meetkunde. Wel heeft de schrijver (p. 61) de overtuiging, dat „das wissenschaftliche System der Geometrie ohne Anschauung auskommen kann"; gaat men echter zoover de meetkunde geheel te arithmetiseeren zoo zou hij deze wetenschap, in tegenstelling tot de echte meetkunde, liever „Relationstheorie" noemen. Men beweegt zich dan immers op ander terrein, hetgeen ook hieruit blijkt dat, waar bij de ruimtelijke meetk. echte axioma's te pas komen, in de relatietheorie slechts „willkürliche Festzetzungen" bestaan. — Zoowel de relatietheorie (die meer algemeen is) als de wiskunde die op echte axioma's is opgebouwd, geven *zekerheid*, omdat beide een *overzichtelijken inhoud* hebben, in tegenstelling met de natuurwetenschappen, wier inhoud uit den aard der zaak deze eigenschap mist.

Uit deze beschouwingen blijkt dat het onjuist is te zeggen, dat de relativiteitstheorie de physica tot geometrie maakt. Dat zware en trage massa dezelfde zijn, leert alleen de ervaring. Met Einstein die (Geometrie und Erfahrung 1922) onderscheid maakt tusschen de „Geometrie als Zweig der reinen Mathematik" en de „praktische Geometrie" is de schrijver het, wat de zaak betreft, eens. Alleen deze laatste *uitdrukking* keurt hij af, daar deze „praktische Geometrie" volgens hem toch eigenlijk physica is.

Deze kennistheoretische beschouwingen vormen een behoorlijk geheel; meer mag men niet verlangen.

J. A. V.

Aloys Müller, **Die philosophischen Probleme der Einsteinschen Relativitätstheorie**, 224 blz. — Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1922.

Ook hier wordt de G. theorie vooropgesteld en getracht de waarde van andere beschouwingen te bepalen naar hare mate van overeenstemming met die theorie. „Hauptzweck dieser Schrift" is „klar und bestimmt das Recht des philosophischen Denkens durchzusetzen sich über alle Fragen auszubreiten die seiner Herrschaft unterstehen." De volgende zinsnede: Das liegt mir noch mehr am Herzen als die sachliche Richtigkeit der Ergebnisse" doet zien dat het hier vooral gaat om een rechts-(of zoo men wil om een machts-)quaestie. Tot op zekere hoogte heeft de schrijver gelijk: een natuur- of wiskundige als dictator in het rijk der gedachten zou onuitstaanbaar zijn. De vraag is nu maar wàt voor ieder mensch (want *de* wetenschap, *het* philosophisch denken, al neemt men aan dat met zoodanige begippen een objectief bestaande realiteit verbonden is [1]), openbaren zich toch in ieder mensch afzonderlijk) de quaesties zijn die „seiner Herrschaft unterstehen", of liever die hem in zoo hooge mate duidelijk zijn geworden dat hij er over mag meespreken. Er bestaat geen afdoend criterium om dit uit te maken, ondanks het overal bestaand examensysteem en de daarmede gepaard gaande verdeeling van het kennenswaardige in „vakken". Zooals men weet is de methode om al het kennenswaardige zooveel mogelijk te klassificeeren afkomstig van Aristoteles, doch blijft daarbij de bespreking der eerste beginselen waarop de wetenschappen

---

1) A. M. p. 195-196: „Begriffe und Grundsätze selbst können niemals Gedankendinge sein,... Insofern „Begriffe und Grundsätze.... Urteile sind, ist „mit den psychischen Vorgängen ein geltender Sinn verbunden, den wir anerkennen. Dieser geltende Sinn ist kein Gedankending, sondern ein unabhängig von uns wirklicher Gegenstand."

berusten als iets afzonderlijks bestaan. Bij de meesten onzer zal wel aangaande deze πρώτη φιλοσοφία (eerste philosophie) het gevoel bestaan dat A. uitdrukking geeft in de woorden (Metaph. A 2): ἀναγκαιότεραι μὲν οὖν πᾶσαι ταύτης, ἀμείνων δ' οὐδεμία (alle wetenschappen zijn onmisbaarder dan deze, maar geen andere is hooger in rang). Dit gevoel leert ons echter wel dat een zoodanige πρ.φ. wenschelijk, niet dat zij mogelijk is. Men zou kunnen beweren dat het bij den huidigen stand der wetenschappen nauwelijks meer denkbaar is, dat een philosooph (zooals dit vroeger zoo vaak geschiedde) er in slaagt over de uitgangspunten der wetenschappen zoodanige beweringen op te stellen, dat de beoefenaars dier wetenschappen zich genoopt zouden gevoelen hem tot gids te nemen. Intusschen leert de ervaring dat dit nog wèl mogelijk is: de physicus Einstein is geïnspireerd door den philosooph Mach. Of van de G.theorie van den philosooph A. Müller e.a. een zoodanige inspireerende werking zal kunnen uitgaan, betwijfel ik, al moet de mogelijkheid daarvan natuurlijk niet ontkend worden. Voorloopig schijnt zijne kritiek mij nog meer afbrekend dan opbouwend toe. Een voorbeeld. Tot de grondslagen behoort (natuurlijk reeds bij A.) het op allerlei gebied voorkomende begrip substantie (οὐσία). Hierover zegt M. (p. 220): „Man hat die Relativitätstheorie... zu mancherlei... philosophischen Problemen in Beziehung gesetzt. Da ist zunächst das Substanzproblem. Nach unseren Ergebnissen hat aber das *Spezifische* der R.Th. nichts mit dem Substanzproblem zu tun. Nur Teile ihres physikalischen Weltbildes, die aber gerade so gut (is dat niet een boute bewering?) in einer anderen Theorie stehen könnten, berühren sich mit ihm. Jedenfalls dürfte man mit Rücksicht darauf nicht nur bei der Materie im gewöhnlichen Sinne von Substanz reden, sondern müsste das Feld einbeziehen (zooals ook geschiedt). Ob und wie der Substanzbegriff sich inhaltlich ändern würde, lässt zich so lange nicht sagen, als er philosophisch nicht mehr geklärt ist." Daar nu, sinds A., alle philosophen van naam hebben trachten te zeggen wat substantie is en daaruit toch nog niet één bepaald „Substanzbegriff" is ontstaan, mag het zeer twijfelachtig heeten of dit begrip ooit „philosophisch geklärt" zal worden. Hier is dus dunkt mij de physicus op zijn beperkt gebied den philosooph vóór, en zal het den hedendaagschen philosooph moeite kosten den physicus tot zijn volgeling te maken.

P. 202 zegt M.: „Die Erfassung der objektiven Welt ist vorläufig noch (O. Liebmann) ein Problem für den Menschen, eine Wissenschaft für den Uebermenschen." Wij moeten dus zeker „vorläufig ' ook van een absolute wetenschap omtrent de tot die „Erfassung" noodige grondbegrippen afzien. *Indien* (ik onderstel nu eens dat wij Uebermenschen kunnen worden) de grondbegrippen ooit konden ophouden een raadselachtig (of conventioneel) karakter te dragen, zoo zou toch deze absolute begripsverheldering vermoedelijk langs lijnen van geleidelijkheid tot stand komen. Daarom past het dunkt mij niet de relativiteitstheorie, die toch zeker éénige begripsverheldering brengt, min of meer uit de hoogte te willen kritiseeren. Terecht zegt M. (p. 12) dat de R.Th. „niemals von einem philosophischen Standpunkt aus kritisiert werden <kann>", dat integendeel de philosophie „die R.Th. mit berücksichtigen <muss>". Toch maakt het veelal den indruk dat hij wèl vanuit een philosophisch standpunt kritiek uitoefent en in de slotbeschouwing spreekt hij dan ook van de „jetzige Form der speziellen R.Th. die zu grossen Bedenken ausgesetzt ist" alsof dit een conclusie van zijne philosophische kritiek kon en mocht zijn.

Wat de philosooph uit de R.Th. te leeren heeft, is volgens M. slechts één ding, n.l. (p. 221) dat „wir den physischen Raum zerspalten müssen in den wirklichen Raum und den Messungsraum, entsprechend die physische Zeit". Wat dit betreft, ben ik het met den schrijver eens: in de R.Th. wordt alleen gesproken over het meetbare, en al kan men „door meten tot weten" komen, het karakter van een gebeurtenis kent men niet als men alleen spreekt over coïncidentie van punten. Aan den anderen kant is het opmerkelijk hoever men komen kan door de gebeurtenissen alleen uit dit oogpunt te beschouwen. Ook heeft M. zeker gelijk waar hij zegt (het gaat hier tegen hen die plus royalistes que le roi zijn) dat de RTh. de geometrie niet tot physica, en de physica niet tot geometrie maakt.

Maar is het genoemde nu werkelijk het eenige wat uit de R.Th. voor den philosooph te leeren valt? Is het toch niet waar dat men veelal te spoedig aan een of andere theorie een geheel eenige waarde toekende? Als wij genoopt worden met Ch. Nordmann (Le Royaume des Cieux, 1923, p. 248) van Galilei en zijn tegenstanders te zeggen: „Ce que ni lui ni eux ne savaient, ce qu'Einstein et ses précurseurs nous ont démontré, c'est que la raison de l'un n'entraînait nullement comme conséquence le tort des autres ou réciproquement", moet dit resultaat, dat suggereert dat ook op ander gebied tegenstrijdige meeningen er soms niet ten onrechte aanspraak op maken beide of alle voor waar gehouden te worden, dan door den philosooph als onbelangrijk of als hem niet aangaande beschouwd worden?

Terecht zegt M. dat geen relativist zou kunnen bewijzen dat er geen absolute waarheid *is*. Immers (p. 218) men bewijst het omgekeerde op onwederlegbare wijze aldus: „Wer sagt es gebe keine absolute Wahrheit, hat in diesem Urteil selbst eine Wahrheit ausgesprochen, der er absolute Geltung beilegt". Hieruit blijkt evenwel niet of er absolute waarheid bestaat op ander dan redeneerkundig of mathematisch gebied. Dat er op elk gebied absolute waarheid bestaat, kan men alleen *gelooven*. Elders hoorden wij hem zeggen dat bij de „Erfassung der objektiven Welt" absolute waarheid voor den mensch onbereikbaar is. Wel is waar schrijft hij (zie vorige recensie) op een andere plaats deze onbereikbaarheid uitsluitend toe aan de omstandigheid dat de natuurwetenschappen geen overzichtelijken inhoud hebben; hierover kan men natuurlijk ook een andere meening hebben; maar, zooal niet over de verklaring, over het feit zelf, dat absolute waarheid in de physica onbereikbaar is, schijnt tusschen de hedendaagsche philosophen geen verschil van meening te bestaan. Ook M. moet er dus wel vrede mee hebben dat de nieuwste beschouwingen (over den aard van het licht, of over de draaiing der aarde [1])) deze stelling eens te meer komen bevestigen.

J. A. V.

---

1) M. p. 173: „Somit hat die allgemeine R.Th. gezeigt, dass die *ganze* Physik ohne den absoluten Raum und die absolute Zeit in jedem Sinne auskommen kann —, aber nicht mehr, und auch das nur falls sie richtig ist.

A. Goetz, **Physik und Technik des Hochvakuums**. (Sammlung Vieweg, Heft 46), 144 blz. 69 fig. — Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig, 1922. Prijs f 2,50.

Bij een groot aantal natuurkundige onderzoekingen speelt de vacuumtechniek tegenwoordig een voorname rol, ja men kan zelfs zeggen dat zonder de hulpmiddelen, die ons thans voor het bereiken van een hoog vacuum ten dienste staan, vele problemen nog op een oplossing zouden wachten. Ik wil daarbij in het bijzonder wijzen op de electronen-emissie van gloeiende lichamen, welke men langen tijd aan de aanwezigheid van gasresten heeft toegeschreven, totdat metingen in zeer hoog vacuum alle twijfel aan het bestaan van het verschijnsel ophieven. Een beschrijving van de moderne methoden en toestellen om een hoog vacuum te verkrijgen, zal dan ook menig onderzoeker van dienste kunnen zijn. Daarom zal het boven aangekondigde boekje ongetwijfeld in een behoefte voorzien. Het behandelt uitvoerig de verschillende moderne pompen en vacuummeters, vervolgens het in elkaar zetten van toestellen en het pompproces zelf. Over het algemeen kan men zeggen, dat de door den schrijver aangegeven maatregelen grondig zijn, hier en daar zelfs wat al te grondig en daardoor tijdroovend. Voor beginnelingen kan dat echter geen kwaad. Wie bij vacuumwerk te snel te werk gaat, riskeert vaak het geheele proces te moeten herhalen. G. H.

N. Bohr, **Über die Quantentheorie der Linienspektren.** Überzetst von P. Herz. 168 blz. — Fr. Vieweg und Sohn, Akt. Ges. Braunschweig 1923. Prijs ingen. f 2.50.

Nadat eerst de verhandelingen van Bohr van 1913—1916 een Duitsche vertaling hadden gekregen, zijn binnen korten tijd gevolgd de door mij besproken „Drei Aufsätze über Spektren und Atombau", en het bovengenoemde werkje. Dit laatste is in sommige opzichten te beschouwen als eene aanvulling en verdieping van het vorige, waarin juist de voordrachtsvorm bewaard bleef.

Ook hier hebben we gedeeltelijk met vertalingen te maken. We kunnen er drie deelen in onderscheiden, waarvan het eerste „Ueber die allgemeine Theorie" in Maart 1918 in origineele Engelsche bewerking in de Kopenhaagsche Akademie is ingediend; in December 1918 daar gevolgd door het tweede deel, dat ook hier in Duitsche vertaling aanwezig is. Dit tweede deel behandelt de quanta-theorie van het waterstofspektrum, zooals deze dus einde 1918 door Bohr was uitgewerkt. Volgens het oorspronkelijke plan zouden in de Kopenhaagsche Akademie nog een derde en vierde deel verschijnen, die in Engelsch manuscript reeds bestonden, doch dit plan is niet tot uitvoering gekomen. In plaats daarvan is gekomen de 3de Voordracht, in mijn vorige bespreking behandeld, en nu is het plan gerijpt om de in die voordracht aangegeven nieuwe gezichtspunten en resultaten in een nieuwe serie verhandelingen nader in bijzonderheden uit te werken.

Hierop is het wachten nog. Ondertusschen heeft Bohr besloten, als derde deel aan het hier besproken werkje toe te voegen, de Duitsche vertaling van zijn oorspronkelijke derde deel van het Engelsche manuscript, dat niet in de Kopenhaagsche Akademie is gepubliceerd. Dit derde deel „Ueber die Spektren der Elemente von höheren Atomnummer" is dus als publicatie nieuw, al zal het goed zijn te bedenken, dat het ouder is dan de bovengenoemde 3de Voordracht uit „Drei Aufsätze u.s.w.". Het verband met deze voordracht wordt nu gelegd door een „Nachtrag zum dritten Teil".

Wanneer men dus een goed inzicht wil verkrijgen in de gedachten, door Bohr in de laatste jaren ontwikkeld, dan zal men zoowel dit boekje als het vorige door mij besprokene, moeten bestudeeren. Dan zullen de chronologische bezwaren, die aan deze uitgave kleven, wel tot een minimum worden beperkt.

De uitvoering van het werkje is keurig, zooals we dat van dezen uitgever gewend zijn.

T. v. L.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

C. de Jong, Draadlooze Telegrafie, 155 blz., 109 fig. — Maatschappij voor goede en goedkoope Lectuur, Amsterdam 1923.

A. Benrath, Physikalische Chemie. (Band 8 der Wissenschaftliche Forschungsberichte, Naturwissenschaftliche Reihe), 107 blz. — Theodor Steinkopff, Dresden, 1923. Prijs f 1.25.

MEDEDEELINGEN.

PRIJSVRAAG C. T. Z. 1922.
HOOGTEMETER VOOR VLIEGTUIGEN IN MIST. *)

In vervolg op de mededeeling van Juni, (Vliegveld, Juni 1923, bladz. 151) kan worden bericht, dat geen der tot inzending uitgenoodigde mededingers voldaan heeft aan het Reglement, zoodat de beproevingen met 1 Juni niet konden beginnen. De Jury heeft besloten een uitstel te geven tot 1 October 1923.

De secretaris der Jury.

*) Zie Physica, 2, blz. 395, (1922).

STRIKVRAGEN.

Vraag X: **Door een (wijde) buis stroomt langzaam en gelijkmatig een ideaal gas van temperatuur T (gemiddelde kinetische energie van een molecuul $= {}^3/_2\, kT$). Per seconde gaan n moleculen door een doorsnede. Hoeveel energie wordt per seconde door een doorsnede getransporteerd?**

Antwoorden inzenden aan het gewone adres der Redactie.

Antwoord op vraag VIII:

De vraag, waarom een lantaren uitgaat bij een vrijen val, ook indien de vlam nog zoo goed tegen tocht beschermd is, gaf aanleiding tot verscheidene juiste beantwoordingen. Tot het onderhouden van de verbranding is noodig dat steeds versche zuurstof de verbrandingsgassen vervangt en in aanraking komt met de brandbare vetdampen. Voor deze verversching zorgt een luchtcirculatie, die teweeggebracht wordt door de convectie der heetere en soortelijk lichtere verbrandingsproducten naar boven. Zooals duidelijk geweest zal zijn, ook voor de lezers, die ons hun goede antwoord niet hebben gestuurd, is er van zwaarte binnen een vrij vallend systeem niets te merken: alle vrij vallende lichamen zijn gedurende den val hun gewicht kwijt. In de vallende lantaren kunnen dus de verbrandingsgassen niet meer soortelijk lichter zijn dan de versche lucht, van convectie kan geen sprake meer zijn, en de vlam stikt in haar eigen koolzuur.

Wat zou de vlam doen als men de lantaren horizontaal heen en weer beweegt? Zou een acetyleenlantaren bij den vrijen val ook uitgaan? Ziedaar een paar vervolgvragen die wij onzen medewerkers aan deze rubriek als strikjes aanbieden.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

3e JAARGANG SEPTEMBER 1923 NUMMER 9.

OVER ELECTRONENBEWEGINGEN IN TRIODEN

door BALTH. VAN DER POL Jr.

Men zou een hoogvacuum-triode kunnen definieeren als een buis waarin drie electroden zijn ingesmolten die alle drie electronen emitteeren. Een daarvan, de gloeidraad of kathode zendt, tengevolge van de verwarming, primaire electronen uit. Deze primaire electronen worden door het electrisch veld in de buis in het algemeen versneld en vertraagd en eenige daarvan keeren na min of meer gecompliceerde banen te hebben doorloopen, terug naar de kathode, een ander deel bereikt de anode of het rooster met een snelheid, die, bij verwaarloozing der uittreesnelheid, slechts bepaald is door het doorloopen potentiaalverschil.

Maar onder den invloed van dit *primaire* electronen-bombardement emitteeren het rooster en de anode *secundaire* electronen die op hun beurt in het veld versnellingen en vertragingen ondergaan. Onder omstandigheden komen derhalve deze secundaire electronen terecht op een andere electrode dan waarvan zij geëmitteerd werden.

In het volgende zullen wij deze primaire en secundaire electronenbewegingen aan de hand van karakteristieken nader beschouwen, en zullen daarbij gelegenheid hebben op enkele physische kwesties die zich daarbij voordoen, wat dieper in te gaan.

Bezien wij eerst het veld. Zoolang de gloeidraad nog koud is en de potentialen aangelegd zijn aan het rooster en anode, bestaat er in de triode een gewoon electrostatisch veld, dat te danken is aan de ladingen op gloeidraad, rooster en anode. Zoodra evenwel de gloeidraad verhit wordt, vormt zich, zooals bekend is, hoofdzakelijk om den gloeidraad een ruimtelading van electronen, en daarmede wordt het oorspronkelijke veld gestoord.

In welken zin deze storing plaats heeft, ziet men het eenvoudigst aan het voorbeeld van het **vlakke diodeprobleem.** Denkt men zich derhalve twee vlakke platen op een afstand d van elkaar geplaatst. Eén van de platen kan verhit worden en vormt de kathode waar het nulpunt van potentiaal tevens gekozen zij. Zoolang deze nog koud is wordt het veld eenvoudig gegeven door den potentiaal

$$\varphi = a\,x \tag{1}$$

waarin a een constante is, en waarbij de kathode gelegen wordt gedacht in het vlak $x = 0$ en de anode in het vlak $x = d$.

De ladingen Q_f en Q_a per cm^2 op kathode en anode zijn in dit geval resp.

$$Q_f = -\frac{a}{4\pi}$$

$$Q_a = +\frac{a}{4\pi}$$

Brengt men nu de kathode op een temperatuur die hoog genoeg is om de overgaande thermionenstroom onverzadigd te doen zijn, dan zal, bij verwaarloozing der uittreesnelheden een nieuwe potentiaalverdeeling φ' zich instellen die gegeven is door

$$\varphi' = A\,x^{4/3} \tag{2}$$

waarin $A = (9\pi i)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{m}{2e}\right)^{1/3}$

en $i =$ thermionenstroom.

De potentiaal is dus niet meer evenredig aan x, doch aan $x^{4/3}$. Daar men, door de uitwendige batterij constant te laten, niets veranderde aan den potentiaal van de anode, (in beide gevallen houden wij de kathode op potentiaal o) moet

$$\begin{aligned} &\text{voor: } x = d, \qquad \varphi = \varphi' \\ &\text{of: } a\,d = A\,d^{4/3} \end{aligned} \tag{3}$$

en kunnen wij (2) schrijven

$$\varphi' = \frac{a}{d^{1/3}}\,x^{4/3} \tag{4}$$

en deze uitdrukking geeft, evenals (1)

voor $x = o$, $\qquad \varphi = \varphi' = o$,

voor $x = d$, $\qquad \varphi = \varphi' = a\,d$.

Ofschoon de *potentialen* aan kathode en anode in beide gevallen dezelfde gehouden werden, zijn de *ladings*verdeelingen zeer verschillend. Terwijl voor het koude geval gold voor de lading Q_a op de anode

$$Q_a = \frac{a}{4\pi}$$

vinden wij voor de lading op de anode in het warme geval uit (4)

$$Q'_a = \frac{1}{4\pi} \frac{d\varphi'}{d\,x}_{x=a} = \frac{a}{3\pi}$$

en voor de lading op de kathode

$$Q'_f = \frac{1}{4\pi} \frac{d\varphi'}{d\,x}_{x=o} = o\,.$$

Door de verhitting van de kathode is dus de lading op de anode $^4/_3$ maal grooter geworden, terwijl de lading op den gloeidraad tot 0 is afgenomen. Geen enkele van de uit de anode ontspruitende krachtlijnen eindigt derhalve meer op de kathode, maar zij monden allen uit op de electronen die de ruimtelading vóór den gloeidraad vormen. De oorspronkelijke lading op de kathode, zoo kunnen wij ons voorstellen, is eerst ook $^4/_3$ maal toegenomen en vervolgens is zij geheel als ruimtelading naar buiten getreden. Want het is eenvoudig in te zien dat de totale lading van de electronenwolk juist gelijk en tegengesteld is aan de lading op de anode.

Men kan echter, nadat de kathode verhit is, zoowel de anode-*lading* als de anode*potentiaal* op de oude waarde behouden, indien men de kathode die den afstand d van de anode had, over een afstand $^1/_3\,d$ verder weg brengt.

Immers, in het koude geval hadden wij

$$\varphi = a\,x \tag{5}$$

terwijl wij nu in het warme geval krijgen

$$\varphi' = \frac{a}{d^{1/3}} \left(\tfrac{3}{4}\,x + \tfrac{1}{4}\,d\right)^{4/3}. \tag{6}$$

In het laatste geval is de kathode dus geplaatst gedacht in

$$x = -\tfrac{1}{3}\, d$$

want daar wordt ook

$$\varphi' = \frac{d\varphi'}{dx} = o$$

terwijl thans

$$Q_a = Q'_a = \frac{a}{4\pi}\,.$$

Een vergelijking tusschen (5) en (6) doet zien dat de potentiaal, en dus het veld, wel belangrijk veranderd is in de onmiddellijke nabijheid van de kathode, maar in het grootste deel van de diode, vooral in de nabijheid van de anode is die verandering klein. Wij besluiten hieruit dat men het veld in de buis (behalve in de onmiddellijke nabijheid van de kathode) bij verhitting van de kathode in eerste benadering onveranderd laat, door de kathode iets teruggeplaatst te denken. Soortgelijke beschouwingen gelden ook voor cylindrische opstellingen. Later zullen wij daarvan gebruik maken.

Deze beschouwingen gelden slechts voor de onverzadigde kathode, d. w. z. zoolang de ruimtelading den stroom, die de kathode verlaat, bepaalt. In deze elementaire beschouwingen zijn dan de stroomen en de ladingen onafhankelijk van de temperatuur van de kathode. Zijn de potentialen evenwel zoo hoog, of is de temperatuur zoo laag, dat de verzadigingsstroom van de kathode wordt afgenomen, dan kan het effect van de ruimtelading op de potentialen verwaarloosd worden en bewegen zich de electronen in een veld dat zuiver electrostatisch bepaald kan worden.

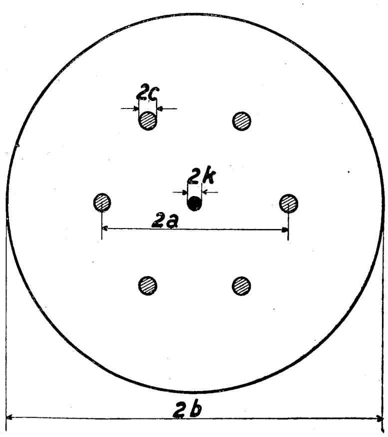


Fig. 1.

Dit electrostatische veld is in een **cylindrische triode** met een helixvormig rooster vrij gecompliceerd en moeilijk te berekenen. Eenvoudiger, als zijnde twee dimensionaal, is daarentegen het volgende geval. Men denkt zich in de as van de cylindrische anode met straal b, den gloeidraad aangebracht met straal k, terwijl op de cirkel met straal a zich n evenwijdige staven op de hoeken van een n-hoek bevinden en parallel loopend aan de as; deze n staven vormen tezamen het rooster. In doorsnee heeft men dus fig. 1.

Zij de potentiaal van den gloeidraad als o-punt gekozen en de potentialen van de anode en rooster resp. V_a en V_g. De potentiaal φ in de ruimte (r, Θ) is dan gegeven door de uitdrukking

$$\begin{aligned} P\varphi = {} & V_a \left\{ \frac{1}{2n} \log \frac{a}{k} \cdot \log \Sigma(r, \Theta) + \gamma \log \frac{r}{k} \right\} \\ & + V_g \left\{ -\frac{1}{2n} \log \frac{a}{k} \cdot \log \Sigma(r, \Theta) + \log \frac{b}{a} \cdot \log \frac{r}{k} \right\} \end{aligned} \tag{7}$$

waarin

$$\Sigma(r, \Theta) = 1 - 2 \left(\frac{r}{a}\right)^n \cos n\,\Theta + \left(\frac{r}{a}\right)^{2n}$$

$$\gamma = \frac{1}{n} \log \frac{a}{n\,c}$$

$$P = \log \frac{b}{a} \cdot \log \frac{a}{k} + \gamma \log \frac{b}{k} \,.$$

en Θ is geteld van een straal af die midden door een roosterdraad gaat.

Bij de berekening van (7) zijn de volgende benaderingen aangenomen:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n << 1 \,,\; \left(\frac{k}{a}\right)^n << 1 \,,\; \left(\frac{n\,c}{a}\right)^2 << 1 \,,\; \left(\frac{c}{a}\right) << 1 \,, \tag{7a}$$

benaderingen die in practische gevallen in het algemeen geldig zijn wanneer men een helixvormig rooster identificeert met dit parallel stavenrooster en de spoed van de helix gelijk neemt aan den afstand tusschen twee opvolgende staven. Het is met deze benaderingen eenvoudig te verifieeren dat in (7)

$$\begin{array}{lll} \text{voor } & r = b\,, & \varphi = V_a\,, \\ & r = a \pm c & \varphi = V_g\,, \\ & r = k\,, & \varphi = o\,. \end{array}$$

De ladingen Q_a, Q_g en Q_f per lengte-eenheid op anode, rooster en gloeidraad kunnen met behulp van de capaciteitscoefficienten van Maxwell C_{ag}, C_{af}, C_{gf}, liniair uitgedrukt worden in V_a en V_g. Men vindt n.l. uit (7) gemakkelijk:

$$\left.\begin{aligned} Q_a &= -C_{ag} V_g + (C_{ag} + C_{af}) V_a \\ Q_g &= -C_{ag} V_a + (C_{ag} + C_{gf}) V_g \\ Q_f &= -C_{af} V_a - C_{gf} V_g ; \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

hierin zijn:

$$\left.\begin{aligned} C_{ag} &= (2P)^{-1} \cdot \log \frac{a}{k}, \\ C_{af} &= (2P)^{-1} \cdot \gamma \\ C_{gf} &= (2P)^{-1} \cdot \log \frac{b}{a} \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Men heeft dus een geval van het probleem van drie geleiders. Deze drie geleiders hebben onderling twee aan twee een capaciteitscoefficient C. Men zou de triode electrostatisch dus kunnen voorstellen door fig. 2.

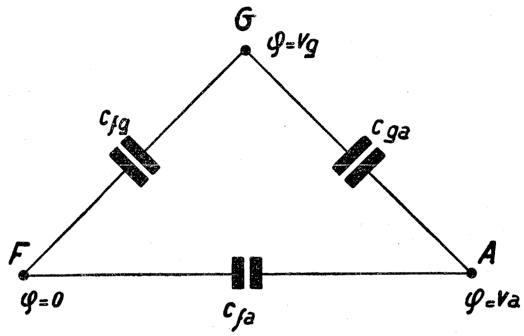


Fig. 2.

Alvorens het veld nader te discussieeren, bezien wij eerst deze capaciteiten iets nader. Wij merken op dat voor de afmetingen zooals die zich practisch in trioden voordoen, de tweede term in de uitdrukking P klein is ten opzichte van de eerste. Laten wij deze tweede term weg, dan vereenvoudigen zich de capaciteiten tot:

$$C_{ag} = \frac{1}{2 \log \dfrac{a}{b}},$$

$$C_{gf} = \frac{1}{2 \log \dfrac{a}{k}}, \qquad (10)$$

$$C_{af} = \frac{\gamma}{2 \log \dfrac{a}{k} \cdot \log \dfrac{b}{a}}$$

Uit deze uitdrukkingen volgt dat de capaciteit C_{ag} tusschen rooster en anode bij benadering gelijk is aan de capaciteit per lengte-eenheid die men zou verkrijgen door het roostercylinder-oppervlak geheel met metaal te vullen in plaats van, zooals werkelijk het geval is, openingen tusschen de roosterdraden te laten. Immers de uitdrukking voor C_{ag} is de capaciteit per lengte-eenheid tusschen twee complete cylinders met stralen b en a. Hetzelfde geldt voor C_{gf}, de capaciteit tusschen rooster en gloeidraad. Terwijl dus C_{ag} en C_{gf} een eenvoudige beteekenis hebben is dit echter niet het geval voor C_{af}, de capaciteit tusschen gloeidraad en anode.

Het is misschien van belang op te merken dat een soortgelijke kwestie zich voordoet bij een antenne. Heeft men als antenne nl. eenige parallelle draden op een zekere hoogte horizontaal uitgespannen op onderlinge afstanden die niet groot zijn ten opzichte van de hoogte, dan zal de capaciteit van deze antenne niet noemenswaard toenemen door telkens tusschen twee draden er een in te voegen.

Uit de voorwaarden (7a), waaronder (7) is afgeleid volgt, dat het veld aan de kathode en anode constant is, onafhankelijk van Θ. Nòch aan de kathode, nòch aan de anode treedt dus onder deze omstandigheden „Inselbildung" op, d. w. z. met het veld zijn ook de ladingen op deze electroden homogeen verdeeld. Hieruit volgt dat, wanneer men door verandering van de potentialen V_a en V_g het veld aan de oppervlakte van den gloeidraad van teeken laat verwisselen, dit gelijkertijd ook het geval is met de totale lading op de kathode.

Voor de lading op den gloeidraad kan men volgens (8) ook schrijven:

$$Q_f = \text{constant.} \times (V_a + g\, V_g) \tag{11}$$

waarin

$$g = \frac{C_{gf}}{C_{af}} \tag{12}$$

de verhouding is van de beide capaciteiten gloeidraad-rooster en gloeidraad-anode. Men noemt deze verhouding den *versterkingsfactor* van de triode en, zooals uit (9) blijkt, is de numerieke waarde van g te vinden uit

$$g = \frac{\log \frac{b}{a}}{\gamma} = \frac{n \log \frac{b}{a}}{\log \frac{a}{n\,c}}\,. \qquad (13)\ ^{1)}$$

De versterkingsfactor is voor de ontvangtrioden gewoonlijk van de orde 10. Voor zendtrioden met een dicht rooster is de versterkingsfactor vaak 150 en grooter.

Zoover bezagen wij slechts het electrostatische veld in de buis met koude kathode. Het veld is dan te danken aan de ladingen op de drie electroden. Wat gebeurt er nu met het veld wanneer de gloeidraad verwarmd wordt, er stroomen loopen en electronenruimteladingen zich ontwikkelen die het oorspronkelijke electrostatische veld storen?

Bij de beantwoording van deze vraag, is men op de **karakteristieken** van de triode aangewezen, daar de berekening van het veld met ruimteladingen uiterst gecompliceerd wordt. De beide karakteristieke vlakken geven aan:

1. de anodestroom i_a als functie van anodespanning en roosterspanning,
2. de roosterstroom i_g als functie van anodespanning en roosterspanning, dus

$$i_a = f_1\,(V_a,\ V_g), \qquad (14)$$
$$i_g = f_2\,(V_a,\ V_g)\,. \qquad (15)$$

Gewoonlijk vindt men als karakteristiek van een triode slechts eenige doorsneden van het vlak (14) (voor een klein gebied van V_g) voorgesteld, n.l.:

$$i_a = f_3\,(V_g)\,_{V_a = \mathrm{Const.}}$$

[1]) De definitie (12) voor g is o.i. de eenig juiste. De definitie:

$$g = \frac{\left(\frac{\delta i_a}{\delta V_g}\right)_{V_a}}{\left(\frac{\delta i_a}{\delta V_a}\right)_{V_g}}\,,$$

die men vaak vindt opgegeven, is, zooals wij verder zullen zien, slechts begrensd geldig.

Beter is bijv. reeds de definitie:

$$g = \frac{\left(\frac{\delta (i_a + i_g)}{\delta V_g}\right)_{V_a}}{\left(\frac{\delta (i_a + i_g)}{\delta V_g}\right)_{V_g}}$$

die, behoudens een nader te bespreken uitzonderingsgebied, voor positieve en negatieve anode- en roosterspanningen geldt. In de Duitsche literatuur gebruikt men vaak het begrip „Durchgriff" D, dat de reciproke waarde van den versterkingsfactor g voorstelt.

maar voor een nauwkeurige bestudeering van de electronenbewegingen in trioden moeten wij beide karakteristieke vlakken (14) en (15) ook buiten deze kleine gebieden, n.l. voor positieve en negatieve anode- en roosterspanningen, bezien.

Het experimenteel materiaal voor de beide functies (14) en (15), elk van twee variabelen, hebben wij op verschillende wijze weergegeven. Het functioneel verband tusschen i_a en de beide onafhankelijk veranderlijken V_a en V_g kan door een ruimtefiguur worden weergegeven. Daartoe construeerde de schrijver eenige jaren geleden twee gipsmodellen, één voor i_a en één voor i_g. Van het model van den anodestroom i_a van verschillende kanten gezien, zijn hierbij twee stereoskoopplaatjes gevoegd (fig. 3 en 4). Het model geeft, vertikaal uitgezet, den anodestroom van een kleine ontvangtriode, voor een gebied van V_a van -40 tot $+220$ Volt, en V_g van -40 tot $+220$ Volt.

Voorts geeft een uitslaande plaat de vier bij elkaar behoorende doorsneden van de karakteristieke vlakken van een Philips ontvangtriode type E. Men vindt (fig. 5) den anodestroom als functie van roosterspanning bij verschillende constant gehouden anodespanningen, daaronder (fig. 7) den roosterstroom als functie van roosterspanning voor constante anodespanning, in het midden boven (fig. 6) den anodestroom als functie van de anodespanning, bij constant gehouden roosterspanning, en daaronder (fig. 8) den roosterstroom als functie van anodespanning bij constant gehouden roosterspanning. Bovenaan rechts (fig. 9) vindt men voorts de horizontale doorsnede van het vlak $i_a = f_1(V_a, V_g)$ dat is $V_a = f_3(V_g)._{\,i_a = \text{const.}}$, daaronder (fig. 10), tenslotte de horizontale doorsnede van het vlak $i_g = f_2(V_a, V_g)$ dat is $V_a = f_4(V_g)._{\,i_g = \text{const.}}$.

Wij geven deze karakteristieken hier uitvoerig en over een groot gebied van positieve en negatieve anode- en roosterspanningen, daar ons uit de uitgebreide literatuur over dit onderwerp geen enkele volledige afbeelding van de karakteristieken over het hier gegeven gebied van spanningen bekend is. In alle beschouwingen zijn de anode- en roosterpotentialen gemeten ten opzichte van het negatieve einde van den gloeidraad.

Teneinde een physische verklaring van den loop der karakteristieken te vinden, verdeelen wij de te beschouwen gebieden in twee deelen:

a. het gebied waar de gloeidraad nog niet verzadigd is en de zich ontwikkelende ruimtelading de emissiestroom begrenst,

b. het gebied waar de gloeidraad verzadigd is en dus de maximum stroom daarvan wordt afgenomen, die gegeven is door de bekende formule von Richardson:

$$i_s = A\, T^{1/2}\, e^{-\frac{c}{T}}$$

waarin A en c functies zijn van het gloeidraadmateriaal.

Bezien wij eerst het *onverzadigde gebied.*

Zooals in de inleiding reeds werd in herinnering gebracht, bestaat er steeds rondom een onverzadigde gloeikathode een electronenwolk, waarvan wij verwachten mogen dat zij het oorspronkelijk electrostatische veld ingrijpend stoort. Bij het onderzoek van deze storing, zoo blijkt uit de metingen, is het goed voorloopig ons niet te bekommeren om de wijze waarop de electronenstroom die den gloeidraad verlaat, zich verdeelt tusschen rooster en anode. In plaats dus van de karakteristieken i_a en i_g afzonderlijk te bestudeeren, zullen wij eerst nader beschouwen hoe de totale stroom $i_a + i_g$ van de anode- en roosterspanningen afhangt. Nu blijkt experimenteel dat bij een goed geconstrueerde ontvangtriode met zeer groote nauwkeurigheid de som van anode- en roosterstroom, behoudens een uitzonderingsgebied, slechts een functie is van de combinatie $V_a + g\, V_g$, dus

$$i_a + i_g = f(V_a + g\, V_g) \tag{16}$$

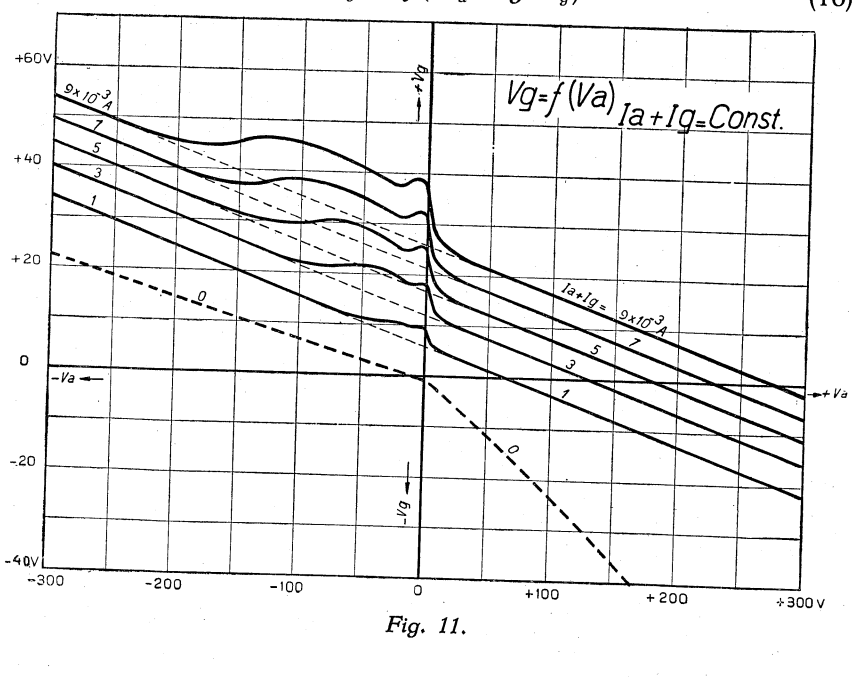


Fig. 11.

De uitdrukking (16) werd experimenteel op de volgende wijze getoetst (zie fig. 11). De anodespanning van een triode type E werd van -300 Volt tot $+300$ Volt gevarieerd en telkens daarbij die roosterspanning gezocht die de som van anode en roosterstroom op een constante waarde liet. Voor deze constante waarde werd genomen 9, 7, 5, 3, 1 en 0 milliampère. Is nu (16) geldig dan verkrijgt men dus voor elke waarde van den parameter 9, 7 enz. telkens een rechte lijn als functioneel verband tusschen V_a en V_g, terwijl al deze lijnen parallel moeten loopen en de helling ervan den versterkingsfactor g geeft. Uit fig. 11 blijkt met welk een groote nauwkeurigheid de wet (16) geldt. Inderdaad loopen de lijnen voor $i_a + i_g = 9, 7 \ldots, 3 \times 10^{-3}$ nauwkeurig parallel. (Voor de duidelijkheid zijn de eenheden van ordinaten en abscissen verschillend genomen.) De waarden van den versterkingsfactor, gemeten uit de verschillende rechten, bedraagt:

voor $i_a + i_g = 9 \times 10^{-3}$	$g =$ 10.77
7 „	10.80
5 „	10.79
3 „	10.79
1 „	10.59

Bepaalt men zich derhalve met deze metingen tot niet te kleine stroomen, dan stelt deze methode in staat den versterkingsfactor tot op één per mille nauwkeurig te bepalen. Voorts moge er op worden gewezen dat in het tweede quadrant (V_g pos., V_a neg.) er natuurlijk slechts een roosterstroom vloeit. Evenzoo is er slechts een anodestroom in het vierde quadrant (V_g neg., V_a pos.) terwijl in het eerste quadrant (V_a pos., V_g pos.) de gemeten stroom de som is van rooster- en anodestroom. Ofschoon dus de banen der electronen in het gedeelte van de triode dat niet direct aan den gloeidraad grenst, voor het beschouwde groote gebied uiterst verschillend zijn, blijkt (16) nauwkeurig door te gaan. Wanneer wij van de storingen in het middengedeelte van de rechten, en die bij zeer kleine emissiestroomen, afzien, is dit dus een indicatie dat de ruimtelading dicht bij de gloeikathode, en daarmede het veld dat aan de oppervlakte van de kathode bestaat, wanneer die koud is, homogeen is verdeeld. Er treedt dus hier geen „Inselbildung" op. De voorwaarden om dit te bereiken zijn gegeven door (7a), die reeds gebruikt was bij de afleiding van de potentiaal uitdrukking (7). Omdat wij er later nog gebruik van zullen maken, merken wij hier reeds op dat met die voorwaarden ook geen „Inselbildung" aan de anode optreedt. Het veld is dus ook daar homogeen.

Men kan de beschouwde uitdrukking (16) ook samenvatten in de bewoording: de stroom die den gloeidraad verlaat is slechts een functie van de lading van den gloeidraad die deze heeft in het electrostatische geval. De verklaring hiervoor moet zeker gezocht worden met behulp van de beschouwing die wij in de inleiding gaven over de verandering van het veld door de aanwezigheid van de ruimtelading bij de kathode. Daar werd aangetoond dat men deze storingen van het electrostatische veld in het vlakke diodeprobleem voor een groot deel gecompenseerd kon denken door een virtueele verandering van den afstand anode en kathode, en het ligt voor de hand deze beschouwingen uit te breiden tot het cylindrische triodeprobleem, waar wij door verandering van den straal van den gloeidraad tot een soortgelijke conclusie zouden kunnen komen.

Volgens (8) is in het electrostatische geval de lading op de kathode en dus ook de potentiaalgradiënt aan zijn oppervlak gegeven door

$$Q_f = -C_{af} V_a - C_{gf} V_g \,.$$

Daar nu in de uitdrukkingen (10) voor C_{af} en C_{gf} de straal k van de kathode slechts voorkomt als groot argument a/k en b/k van een logarithme, zullen kleine procentueele veranderingen in k weinig invloed hebben op het veld. Bovendien komt de straal k van den gloeidraad in de uitdrukking (13) voor de versterkingsfactor g in het geheel niet voor, zoodat men hierin de verklaring mag zien voor de groote nauwkeurigheid waarmede men (16) bevestigd vindt.

Echter zijn er, zooals uit fig. 11 blijkt, twee uitzonderingsgebieden. Men ziet in het eerste quadrant dat, zoodra $V_a = V_g$ de kromme van de rechte, die gestippeld doorgeteekend is, naar boven afwijkt en boven de rechte blijft loopen in het tweede quadrant (V_g pos., V_a neg.,) om zich daar eerst mede te vereenigen wanneer wanneer $V_a \doteq -5\,V_g$. De verklaring hiervan moet gezocht worden in het volgende verschijnsel. Wanneer de anodespanning kleiner is dan de roosterspanning, en vooral wanneer bij positieve V_g, V_a negatief is, zal een deel van de electronen die door de mazen van het rooster in de richting van de anode zich bewegen, daar geremd worden. Wanneer de anode negatief is, zullen zelfs al deze electronen moeten terugkeeren, daar er bij verwaarloozing der uittreesnelheden geen enkele op de negatieve anode kan terechtkomen. Bij dit remmen, en nog meer bij het geheel terugkeeren, zullen deze electronen tusschen rooster en anode een groote ruimtelading in het leven roepen die een dichtheid heeft van dezelfde orde als die direct om de gloeiende kathode gevonden wordt. Deze ruimtelading zal de potentiaal ter plaatse naar beneden drukken en om hetzelfde veld als voorheen weder bij den gloeidraad te verkrijgen, welk veld de emissiestroom $i_a + i_g$ bepaalt, moet de positieve potentiaal van het rooster hooger worden gemaakt dan die welke beantwoordt aan

$$i_a + i_g = f(V_a + g\, V_g)\,. \tag{16}$$

Bij zeer negatieve anode, $V_a / V_g < -5$, keeren de electronen reeds om voordat zij het roostervlak bereikt hebben en voegt de bedoelde ruimtelading zich bij de normale ruimtelading direct om de kathode, het verschijnsel verdwijnt en weder is aan (16) voldaan.

De tweede afwijking van (16) die optreedt bij de kleine waarde 1×10^{-3} voor $i_a + i_g$ en vooral bij de waarde nul is ook te danken aan een ruimtelading. Wanneer bij de afstanden tusschen gloeidraad, rooster en anode zooals die zich bij ontvangtrioden voordoen, de stroomen door gepaste keuze van V_a en V_g klein worden, zal de ruimtelading zich relatief verder van de kathode uitbreiden dan bij grootere stroomen. Men nadert hier, en bij een stroom 0 bereikt men een electronenverdeeling die door het stationnaire temperatuurevenwicht met den gloeidraad is bepaald volgens de uitdrukking

$$\triangle \varphi = -\varrho_0\, e^{-\frac{e\varphi}{kT}}$$

en waarbij de aanvangssnelheden waarmee de electronen de gloeidraad verlaten, niet meer verwaarloosd mogen worden. In het vlakke diodeprobleem is onder deze omstandigheden de electronendichtheid op eenigen afstand van de kathode slechts afhankelijk van de temperatuur, niet meer afhankelijk van het materiaal van de gloeikathode en neemt betrekkelijk langzaam, n.l. omgekeerd met het quadraat van den afstand tot de kathode af. Bij deze kleine stroomen is dus het rooster midden in de electronenwolk en het is niet te verwonderen dat onder deze omstandigheden de electrostatische wet (16) niet meer geldt. Bovendien stoort hier het potentiaalverval over den gloeidraad.

Alvorens nu verder de verdeeling over de anode en het rooster van den electronenstroom, die den onverzadigden en verzadigden gloeidraad verlaat, te discussieeren, beschouwen wij eerst in meer details de **karakteristieke vlakken**. De beide stereoskopische opnamen (fig. 3 en 4) van het gipsmodel van den anodestroomkarakteristiek geven dit vlak weer tot een maximum V_a en V_g van 220 Volt, terwijl de V_a en V_g assen door letters zijn aangegeven. Over het model heen zijn lijnen getrokken telkens op 20 Volt afstand die doorsnijdingen weergeven van de vlakken $V_a =$ constant. Iedere lijn stelt dus een anodestroom-roosterpotentiaalkarakteristiek voor bij constant gehouden anodepotentiaal. In fig. 3 herkent men aan de linkerzijde van het model het geleidelijk toenemen van den anodestroom bij vergrooting van de absolute waarde van de roosterspanning. Alle krommen beginnen bij $i_a = 0$ en buigen vervolgens volgens de bekende $V^{3/2}$wet naar boven. Aan den bovenrand worden alle doorsnijdingen min of meer horizontaal: de verzadiging is bereikt. Echter ziet men dat even voordat het vlak $V_a = V_g$ bereikt wordt, (dat is het verticale vlak dat den hoek tusschen de positieve assen V_a en V_g middendoor deelt,) de krommen plotseling naar beneden gaan buigen. Op het moment dus dat de roosterspanning grooter wordt dan de anodespanning neemt de anodestroom plotseling af.

Men zou op het eerste gezicht kunnen vermoeden dat de oorzaak hiervan gezocht moet worden in het grootere deel van de electronen die het rooster naar zich trekt ten koste van de anode zoodra de roosterspanning grooter is dan de anodespanning. Zooals verderop zal blijken, is deze opvatting niet juist. De reden van de afneming van den anodestroom in de buurt van $V_g = V_a$ ligt in het feit dat de primaire electronen die het nikkel van de anode met snelheden bombardeeren die door de anodespanning gegeven is, aan de anode secundaire electronen vrijmaken. Zoolang als $V_g < V_a$ worden al deze secundaire weer door de anode zelf teruggetrokken, doch wanneer de roosterspanning een klein bedrag grooter is dan de anodespanning, is het veld aan de anode overal (want er treedt geen „Inselbildung" aan de anode op) van teeken omgekeerd en de secundaire electronen worden door het rooster aangetrokken. De netto anodestroom neemt dus af. Zooals uit fig. 4, die hetzelfde model van een andere zijde weergeeft, te zien is, is deze afneming van den anodestroom grooter naarmate de anodespanning grooter is, een bewijs dat het aantal secundair gevormde electronen toeneemt met de snelheid waarmede de primaire de anode bombardeeren. Bij zeer kleine primaire snelheden, dat is voor kleine waarden van V_a, dus vooraan op het model in fig. 3 is de secundaire emissie van de anode te verwaarloozen en daar neemt dus de anodestroom *niet* af zoodra $V_g > V_a$. Vandaar de groote kam voor kleine anodespanning die in fig. 3 en 4 zichtbaar is.

Vooraan in fig. 4 hebben wij een doorsnijding van het model door het vlak $V_g = +220$ Volt en heeft men dus de karakteristiek $i_a = f(V_a)_{V_g = \text{const.}}$. Duidelijk treedt hier naar voren hoe tengevolge van de secundaire emissie de anodestroom afneemt bij toenemende anodespanning. Deze vallende karakteristiek leidt, evenals bij een lichtboog en andere gasontladingen, tot labiele toestanden. Van dit verschijnsel is door Hull het eerst gebruik gemaakt in de Dynatron om zonder terugkoppeling met een triode trillingen op te wekken.

In meerdere details en met grootere nauwkeurigheid geeft fig. 5 de sneden door het i_a-vlak voor $V_a = \text{const.}$ weer. Het afnemen van den anodestroom bij vergrooting van de roosterspanning in de buurt van $V_g = V_a$ treedt ook hier duidelijk naar voren. De bijbehoorende roosterstroom als functie van V_g is voorgesteld in fig. 7. Men ziet hoe bij $V_g = V_a$ telkens de roosterstroom sterk toeneemt als gevolg van het grijpen door het rooster van de secundaire electronen van de anode. Daar in het verzadigingsgebied, afgezien van een kleine toeneming van den verzadigingsstroom bij hooge spanningen, de totale stroom die den gloeidraad verlaat constant is, neemt telkens de roosterstroom evenveel toe als de anodestroom afneemt, want de som moet constant blijven.

Voordat wij enkele détails in fig. 5 en 7 nader bezien, moge eerst naar fig. 6 en 8 verwezen worden, die resp. weergeven $i_a = f(V_a)_{V_g = \text{const.}}$ en $i_g = f(V_a)_{V_g = \text{const.}}$. Fig. 6 geeft duidelijk de Dynatronkrommen weer, de zoo even besproken vallende karakteristiek van den anodestroom, terwijl in fig. 8 in het rechtergedeelte $(V_a > o)$ de aanvulling door den roosterstroom van den anodestroom tot den completen verzadigingsstroom doet zien. De zakken links in de krommen van fig. 8 $(V_a < o)$ zijn dezelfde die wij reeds in fig. 11 ontmoetten en toegeschreven hebben aan de ruimteladingen die zich tusschen rooster en anode ophoopen wanneer de electronen, tengevolge van den negatieven anodepotentiaal, tusschen rooster en anode omkeeren.

Het gebeurt soms, dat in deze gebieden van ruimteladingen tusschen rooster en anode de triode spontaan gaat trillen met een uiterst hooge frequentie, overeenkomende met een golflengte (die overigens van de spanningen afhangt) van de orde van één of een halve meter. Deze trillingen werden het eerst door Barkhausen beschreven.[1]) Zij deden zich ook voor bij het opnemen van onze karakteristieken, n.l. voor $V_a = o$. Zooals fig. 5 doet zien is bij kleine roosterspanningen, zooals men verwachten zou, de anodestroom voor $V_a = o$ ook nul. Terwijl men echter $V_a = o$ liet en de roosterspanning op $+50$ Volt bracht, bleek plotseling een kleine anodestroom te gaan vloeien die bij vergrooting van V_g weer terugliep tot nul, maar bij $V_g = 100$ en 150 Volt weer optrad. Zooals met behulp van een detector en galvanometer kon worden geconstateerd was het systeem in deze punten in trilling met een uiterst hooge frequentie. Wij meenen dat deze trillingen moeten worden toegeschreven aan labiliteiten in de ruimteladingen tusschen rooster en anode. Het is n.l. zeer wel mogelijk dat meer dan één stationnaire toestand in de verdeeling van de ruimtelading zich kan voordoen, en dat het systeem tusschen twee toestanden oscilleert. Dat werkelijk soms twee stabiele toestanden tengevolge van de ontwikkeling van de ruimtelading gevonden worden blijkt uit het verloop van de kromme voor $V_a = 2{,}5$ Volt in fig. 7 waar bij het opnemen van den karakteristiek van de hoogvacuumtriode een steeds nauwkeurig reproduceerbare hysteresislus zich voordeed. Het feit dat, zoover den schrijver bekend is, deze trillingen zich slechts voordoen in de gebieden die op de beschreven wijze door ruimteladingen gestoord zijn en dat zij verdwijnen zoodra de gloeidraad kouder gemaakt wordt, en dus de ruimteladingen worden verkleind, geeft o.i. een steun voor deze opvatting.

Beschouwen wij thans fig. 9 en 10, die respectievelijk horizontale doorsneden geven door de karakteristieken i_a en i_g en dus de functies geven $V_a = f(V_g)_{i_a = \text{const.}}$ en $V_a = f(V_g)_{i_g = \text{const.}}$. Het zijn wat men zou kunnen noemen, niveaulijnen. Uit fig. 9 ziet men, dat voor $V_g < o$, de niveaulijnen dicht naast elkaar liggen: het snelle toenemen van den anodestroom bij vergrooting van de absolute waarde van de roosterspanning. Het nauwkeurig parallel loopen van deze rechte lijnen ontmoetten wij reeds in het

[1]) Phys. Zeitschr., 1920, p. 1.

vierde quadrant van fig. 11. De helling dezer lijnen, zoo zagen wij, geeft met groote nauwkeurigheid de waarde van den versterkingsfactor g. Deze lijnen zetten zich voort, zooals boven werd uiteengezet (bij fig. 11) in de niveaulijnen van den roosterstroom (fig. 10) voor $V_a < o$, echter met de reeds meermalen besproken storing door de ruimteladingen tusschen rooster en anode. Men ziet voorts, hoe tengevolge van het niet geheel constant zijn van den verzadigingsstroom en tengevolge van de secundaire emissie van het rooster, de anodestroom langzaam blijft toenemen bij vergrooting van den roosterpotentiaal tot ongeveer waar $V_g = V_a$ is geworden. Daarna neemt de anodestroom weer af terwijl de roosterstroom snel toeneemt tengevolge van de secundaire emissie van de anode.

Bij dit verschijnsel der secundaire emissie, dat, zooals wij zagen, een belangrijke rol in de triode speelt, doen zich eenige kwesties voor die een nadere beschouwing waard zijn. In fig. 12 vindt men daartoe eenige karakteristieken, uit fig. 5 en 7 genomen' tezamen in een diagram gebracht. (Fig. 12 werd in werkelijkheid opgenomen aan een andere triode dan de figuren 5 en 7, vandaar de kleine afwijkingen.) Voor een constant gehouden anodenspanning

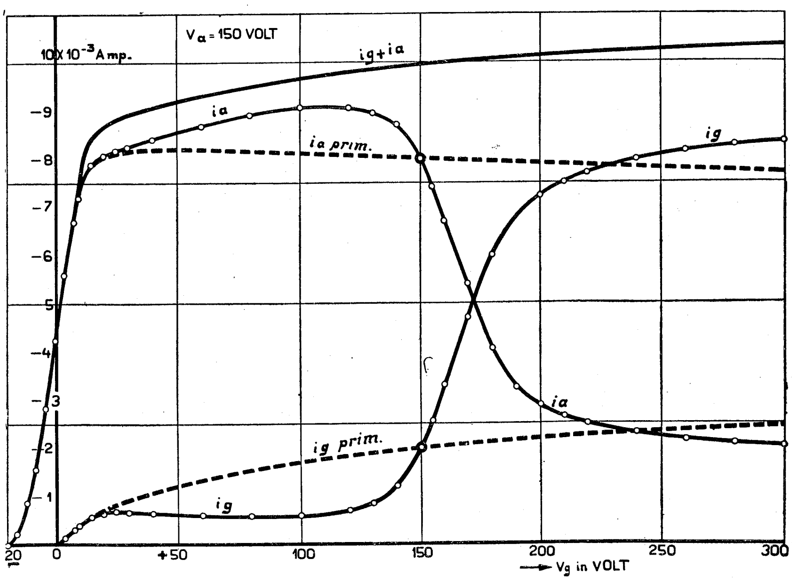


Fig. 12.

van 150 Volt geeft fig. 12 den anodestroom en roosterstroom weer als functie van de variabele roosterspanning. Voorts is ook de kromme voor $i_g + i_a$ geteekend, die bij $V_g \div 15$ Volt verzadiging bereikt. Gestippeld zijn in deze figuur verder de twee krommen $i_{a \text{ prim.}}$ en $i_{g \text{ prim.}}$ Hiermede zijn benaderd aangegeven de primaire electronenstroomen naar de anode en het rooster. Men ziet b.v. hoe voor $V_g > V_a = 150$ Volt de gemeten i_a beneden de $i_{a \text{ prim.}}$ kromme verloopt. De secundaire electronen verlaten onder deze omstandigheden de anode en worden door het rooster gegrepen. Maar evenzoo, ofschoon numeriek minder ver, verloopt i_a boven $i_{a \text{ prim.}}$ voor $V_g < V_a$. Men heeft hier namelijk te doen met secundaire electronen van het rooster die de anode bereiken. In de figuren werden de krommen $i_{a \text{ prim.}}$ en $i_{g \text{ prim.}}$ getrokken door de punten gegeven door i_a en i_g voor $V_g = V_a$. De grond hiervoor ligt in de volgende, eenige jaren geleden aan verschillende trioden opgemerkte, eigenschap: voor $V_g = V_a$ is $i_g / i_a = \text{const.}$ [1])

Nu ligt, wanneer men een oogenblik van secundaire emissie afziet, de volgende foutieve redeneering voor de hand. De electronen volgen in een hoogvacuum niet de krachtlijnen maar door hun massa schieten zij in de bochten door. Verhoogt men derhalve de gemeenschappelijke potentiaal $V_g = V_a$ dan zullen de electronen in het roostervlak met grootere snelheid aankomen en een relatief grooter deel zal doorgaan naar de anode dan bij kleinere waarde van $V_g = V_a$ het geval zou zijn. De anodestroom zal dus toenemen ten koste van den roosterstroom. Het blijkt echter experimenteel dat dit niet het geval is, integendeel, men vindt met groote nauwkeurigheid dat de verdeeling van de electronen over anode en rooster onafhankelijk is van de gemeenschappelijke waarde van $V_g = V_a$. Bij verzadiging is dus voor $V_g = V_a$, $i_a = \text{const.}$ en $i_g = \text{const.}$, zooals blijkt uit fig. 9 en 10, in welke figuren een niveaulijn nauwkeurig de hoek tusschen de positieve V_g- en V_a-as middendoor deelt. Bovendien vindt men ook in de figuren 5 tot 8 deze stelling terug.

Een nadere beschouwing doet zien dat de juist beschreven redeneering niet juist is. Men kan n.l. eenvoudig de volgende algemeene stelling bewijzen: *Plaatst men een electron zonder beginsnelheid ergens in een electrisch veld, dan zal de baan daarop door het electron beschreven slechts afhangen van de geometrische*

---

1) Radio Review III, p. 55, 56, 1922.

configuratie van het veld en niet van de veldsterkte. In het geval van de triode zal dus de verdeeling over de anode en het rooster van de electronen die met een te verwaarloozen snelheid uit den gloeidraad komen, niet veranderen wanneer men de anode en roosterspanning in dezelfde mate vergroot of verkleint. Mathemathisch uitgedrukt luidt deze stelling dat, zonder secundaire emissie, men mag verwachten

$$\frac{i_g}{i_a} = f\left(\frac{V_g}{V_a}\right). \tag{17}$$

Nu blijkt, zooals reeds genoemd werd, (17) in werkelijkheid door te gaan alleen voor $V_g = V_a$. Hieruit concludeeren wij dat de punten van de karakteristieken waar $V_g = V_a$, onbeïnvloed zijn door secundaire emissie en dat bovendien het overgroote deel der secundair gevormde electronen met een snelheid klein ten opzichte van de primaire snelheid wordt uitgezonden. Dit is de reden waarom in fig. 12 i_a en $i_{a\,\text{prim.}}$ evenals i_g en $i_{g\,\text{prim.}}$ elkaar snijdend geteekend zijn op de plaatsen waar $V_g = V_a$. De rest van de krommen $i_{a\,\text{prim.}}$ en $i_{g\,\text{prim.}}$ in fig. 12 zijn bij benadering afgeleid uit de stroomverdeelingen zooals die bij kleine potentialen gevonden worden waarbij de secundaire emissie op den achtergrond treedt.

Uit fig. 12 volgt voorts nog de volgende bijzonderheid; de kromme voor i_a wordt niet bij $V_g = V_a$ horizontaal, maar teneinde alle secundaire electronen van de anode te verzamelen moet het rooster een bedrag van ongeveer 60 tot 70 Volt meer positief zijn dan de anode. Nu volgt uit (8) dat de lading van de anode en daarmede de potentiaalgradient aan de anode van teeken verwisselt wanneer:

$$o = Q_a = -C_{ag}\, V_g + (C_{ag} + C_{af})\, V_a$$

of, volgens (9), voor

$$\frac{V_g}{V_a} = 1 + \frac{\gamma}{\log \frac{a}{k}}.$$

Voor een ontvangtriode waarvoor onze karakteristieken zijn opgenomen is

$$1 + \frac{\gamma}{\log \frac{a}{k}} = 1{,}02$$

Het „doorgrijpen" van den gloeidraad door het rooster naar de anode maakt dus dat voor $V_g / V_a > 1{,}02$ de kracht op de electronen aan de oppervlakte van de anode, van deze weggericht is. Men zou dus verwachten dat zoodra $V_g = 1{,}02\ V_a$ alle secundaire worden weggetrokken naar het rooster. Het blijkt echter experimenteel dat V_g veel meer positief ten opzichte van V_a moet gemaakt worden om alle secundaire electronen te „verzadigen". Om dit doel te bereiken is een veld aan de oppervlakte van de anode noodig van eenige tientallen volts per mm. Het schijnt nl. dat de secundaire electronen blijven hangen in de holten van het anodemateriaal waaruit zij slechts door een veld van genoemde sterkte kunnen worden weggetrokken.

De waarde die men vindt voor het aantal secundaire electronen dat per primair electron vrijkomt is, behalve natuurlijk van het materiaal, ook afhankelijk van den aard van het oppervlak van de anode. De volgende numerieke data geven evenwel een goed beeld van het verschijnsel. Voor Ni is in het gebied van primaire snelheden van 150 tot 1000 Volt de reflectiecoefficient (het aantal secundair gevormde electronen per primair electron) ongeveer evenredig met de primaire snelheid, dus wanneer men P het aantal primaire en S het aantal secundair gevormde electronen noemt, heeft men in eerste benadering

$$\frac{S}{P} = \alpha\, V^{1/2} \tag{18}$$

waarin α een constante is.

Het aantal secundaire electronen kan het aantal primaire overtreffen. In dit geval loopt de stroom tegen de spanning in. Voor schoone Ni.-anoden gaat de stroom door nul voor een primaire snelheid tusschen 300 en 400 Volt. Soortgelijke waarden werden ook gevonden voor molybdeen en wolfraam. Bij 1000 Volt primaire snelheid zendt een Ni.-anode ongeveer $^1/_5$ meer secundaire electronen uit dan er primaire op vallen.

Geheel afwijkende getallen werden echter gevonden voor een *anode* bedekt met *barium-oxyde* (fig. 13), zooals een vergelijking van deze fig. met fig. 5 doet zien. Het is bekend dat BaO een zeer klein constante φ van Richardson heeft. Het bleek dat een materiaal dat een goede bron is voor primaire electronen, tevens een groot secundair emissievermogen bezit. Zoo gaf bv. een

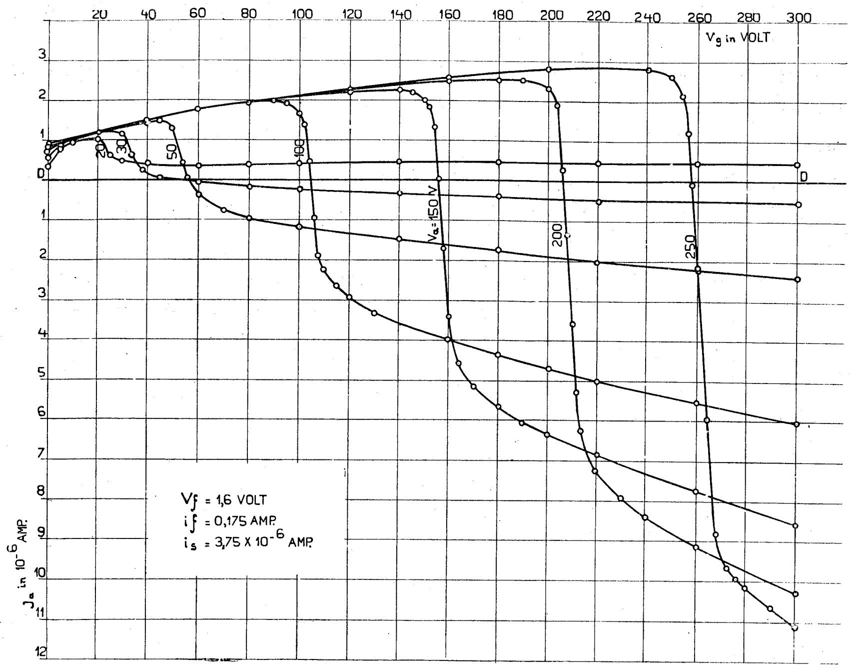


Fig. 13.

dergelijke oxyde-anode bij 25 Volt primaire snelheid evenveel secundaire electronen als er primaire opvielen. Bij een primaire snelheid van 1000 Volt konden er ongeveer 20 maal meer secundaire electronen van een dergelijke oppervlakte worden weggetrokken dan er primaire opvielen. Deze feiten wijzen er ten sterkste op dat secundaire electronenemissie te vergelijken is met eene, onder den invloed van de warmte-ontwikkeling door de opgevallen primaire electronen gelocaliseerde primaire electronenemissie.

Ten slotte zij nog de aandacht gevestigd op den invloed der secundaire emissie in het algemeen, op de *verwarming der electroden*. Wanneer men als eerste benadering aanneemt dat de secundaire electronen de electroden verlaten met een te verwaarloozen snelheid, is het eenvoudig in te zien dat voor $V_a > V_g$ de verwarming van de anode gegeven is door

$$i_{a\,\mathrm{prim.}} (V_a + \varphi) + i'_{g\,a} (V_a - V_g + \varphi)$$

waarin φ de constante van Richardson is voor het beschouwde materiaal, $i_{g\,a}$ de secundaire electronenstroom van rooster naar anode. Immers de totale kinetische energie van de primaire electronen bij het bereiken van de anode is $i_{a\,\text{prim.}}\,V_a$, terwijl bij het binnentreden der electronen in de anode deze nog de energie $i_{a\,\text{prim.}}\,\varphi$ winnen. Bovendien treft de secundaire electronenstroom $i_{g\,a}$ van het rooster afkomstig de anode, welke secundaire electronen echter gevallen zijn over een voltage $V_a - V_g$. Voor V_a, $V_g >\!\!> \varphi$ krijgt men derhalve voor:

de verwarming der anode: $W_a = i_{a\,\text{prim.}}\,V_a + i_{g\,a}\,(V_a - V_g)$,

en eveneens voor de verwarming van het rooster: $W_g = i_{g\,\text{prim.}}\,V_g$

Met het oog op de het feit dat de gemeten i_a gegeven is door

$$i_a = i_{a\,\text{prim.}} + i_{g\,a}$$

heeft men dus

$$\left.\begin{aligned} W_a &= i_a\,V_a - i_{g\,a}\,V_g \\ W_g &= i_g\,V_g + i_{g\,a}\,V_g \end{aligned}\right\}\quad V_a > V_g \tag{19}$$

Evenzoo heeft men

$$\left.\begin{aligned} W_a &= i_a\,V_a + i_{a\,g}\,V_a \\ W_g &= i_g\,V_g - i_{a\,g}\,V_a \end{aligned}\right\}\quad V_a < V_g \tag{20}$$

Hieruit volgt algemeen dat, ofschoon steeds n.l. de totale verwarming der beide electroden

$$W_a + W_g = i_a\,V_a + i_g\,V_g$$

gegeven is door de som van $i_a\,V_a$ en $i_g\,V_g$, de verwarming van elk der electroden niet door elke van deze termen afzonderlijk gevonden kan worden, doch dat de electrode met de laagste potentiaal steeds meer en die met de hoogste potentiaal steeds minder verwarmd wordt dan gegeven is door het product van stroom en spanning van de betrokken electrode. Dit is van belang waar het betreft groote zendtrioden, wiens vermogen vaak gelimiteerd wordt door de verwarming der electroden.

Op enkele der hier behandelde questies hoop ik nog nader terug te komen in een uitvoeriger artikel in samenwerking met Dr. Appleton (Cambridge).

Summary.

In the first part of the paper the potential and charge distributions in a cold and hot plane diode are compared. It is shown that, for a given P. D. between cathode and anode, the field near the anode can be kept unaltered in the two cases if the cathode, when hot, is moved a third of the original distance further away from the anode. Next the electrostatic field in a cylindrical triode is considered in detail. The amplification factor g is defined as the ratio of the capacity between filament and grid to the capacity between filament and anode. It

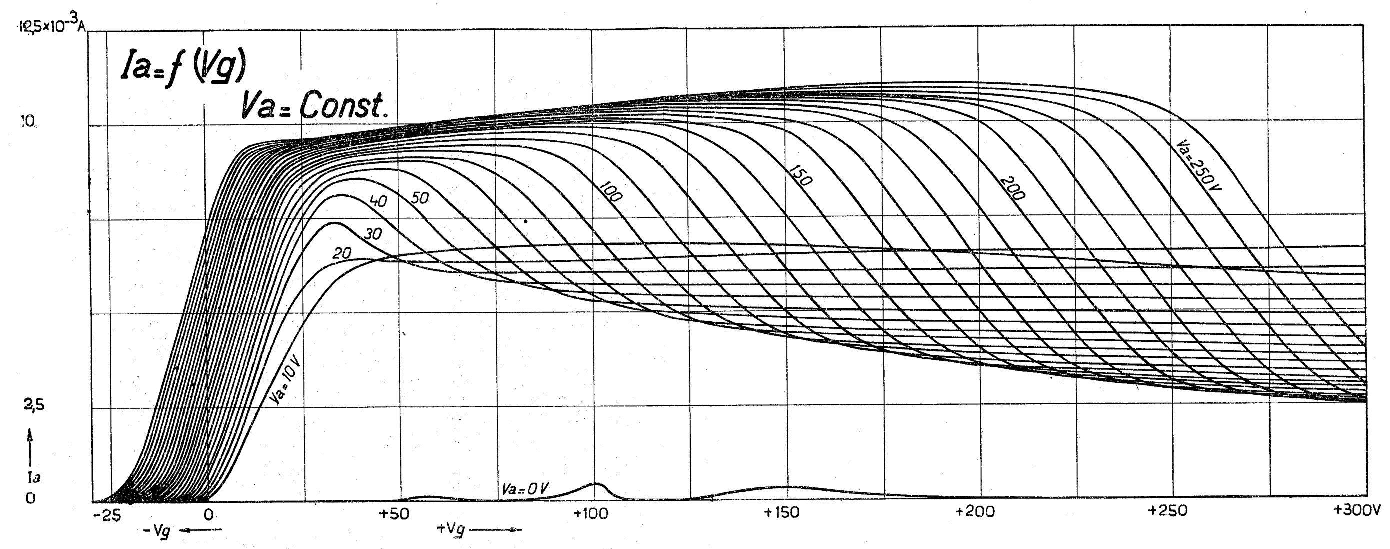


Fig. 5.

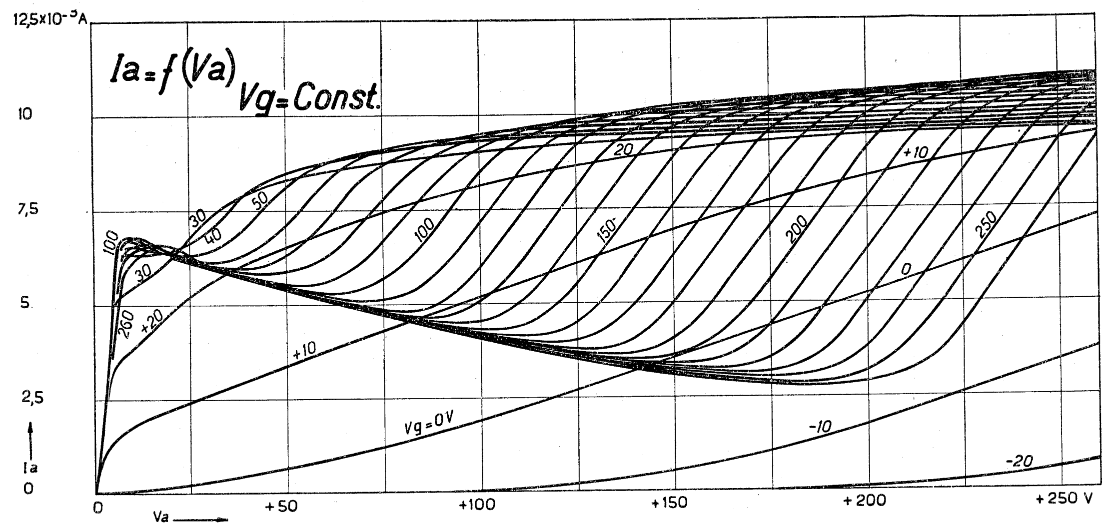


Fig. 6.

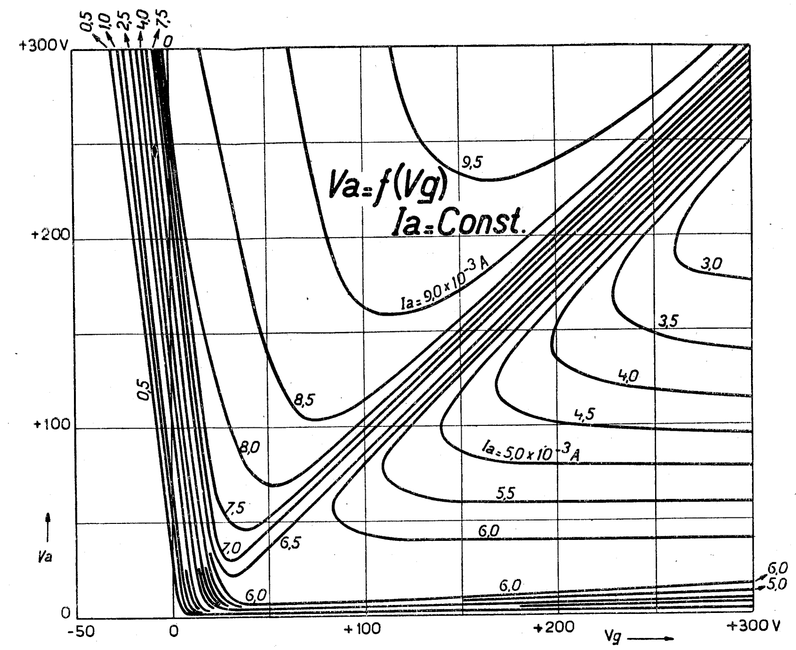


Fig. 9.

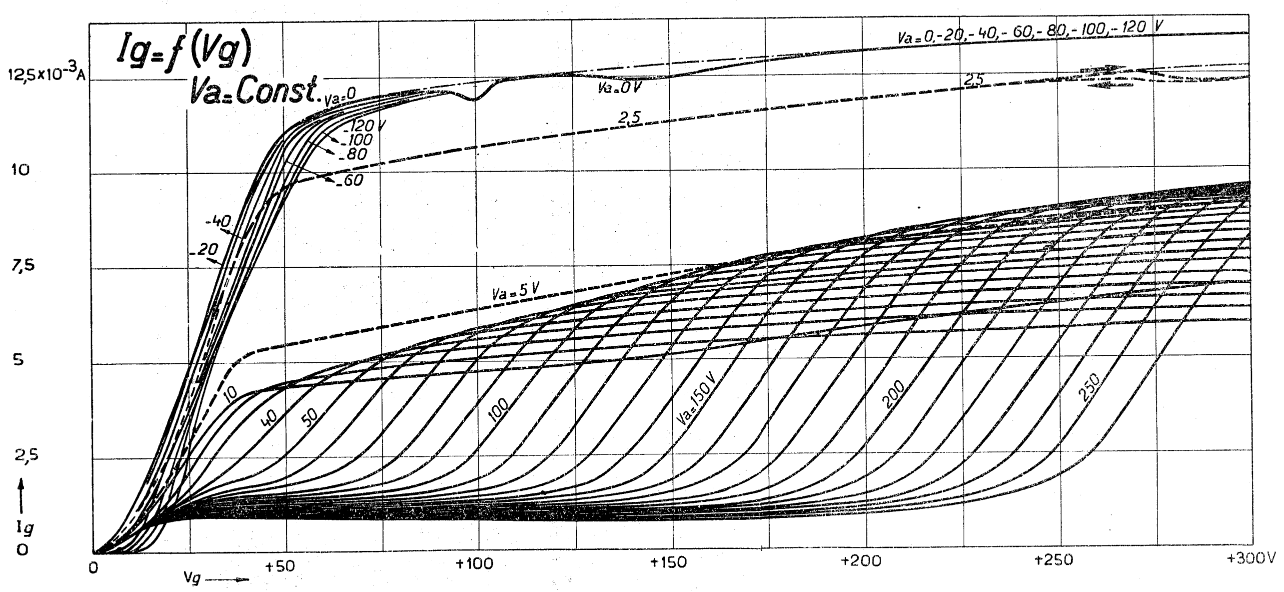


Fig. 7.

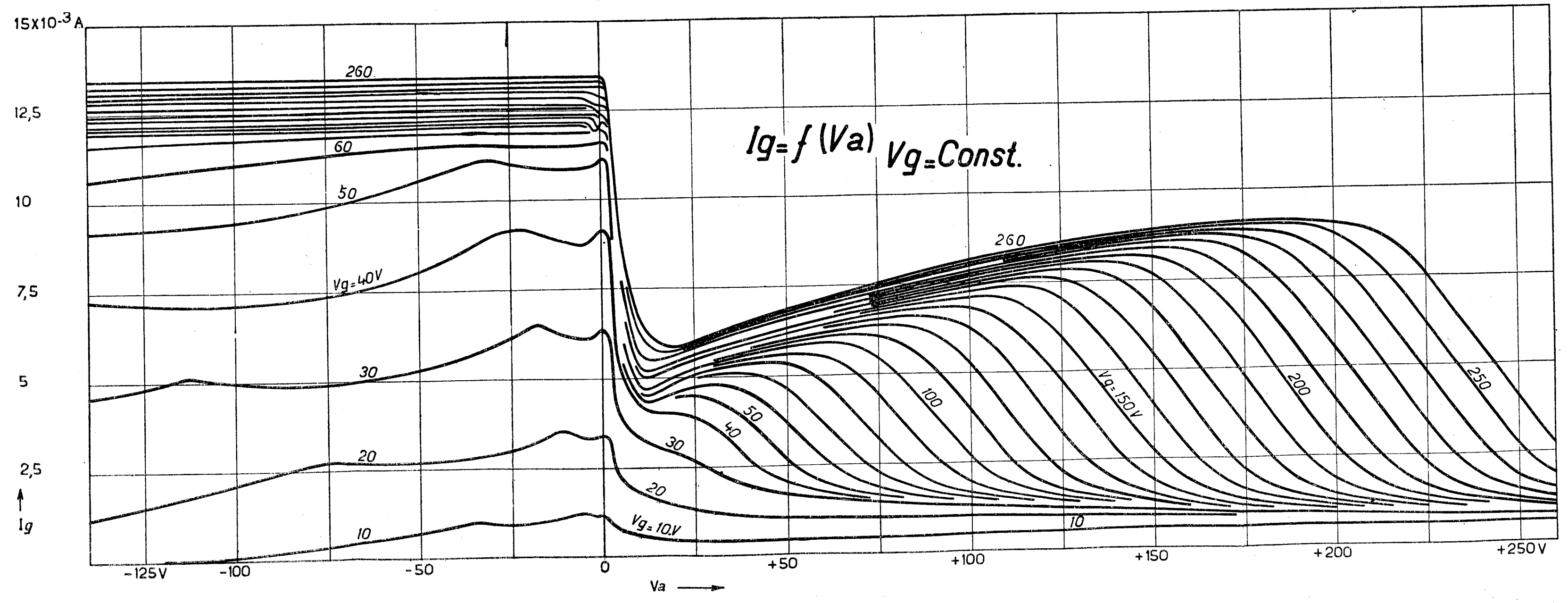


Fig. 8.

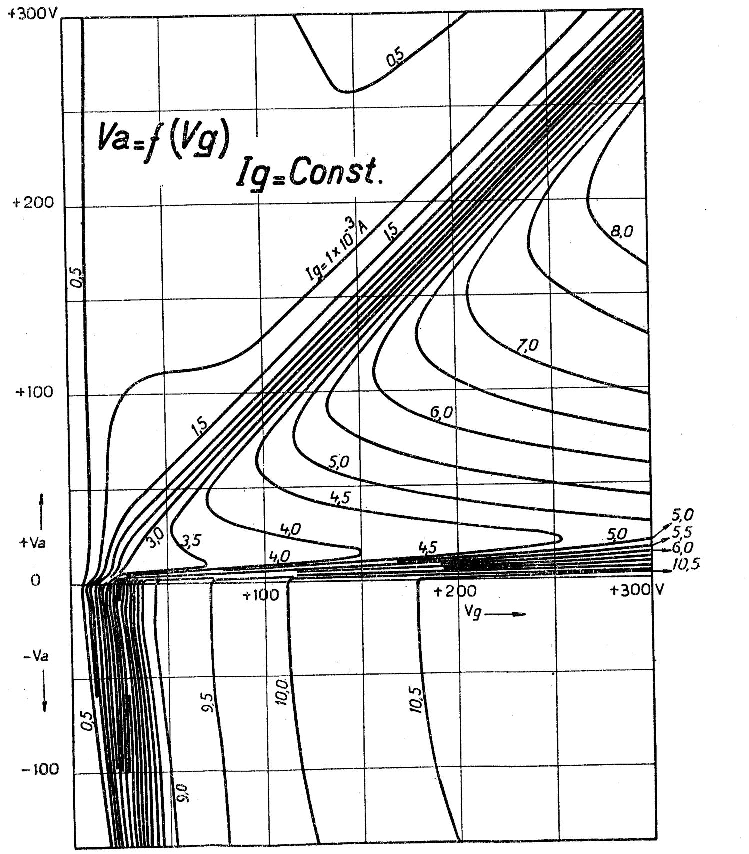


Fig. 10.

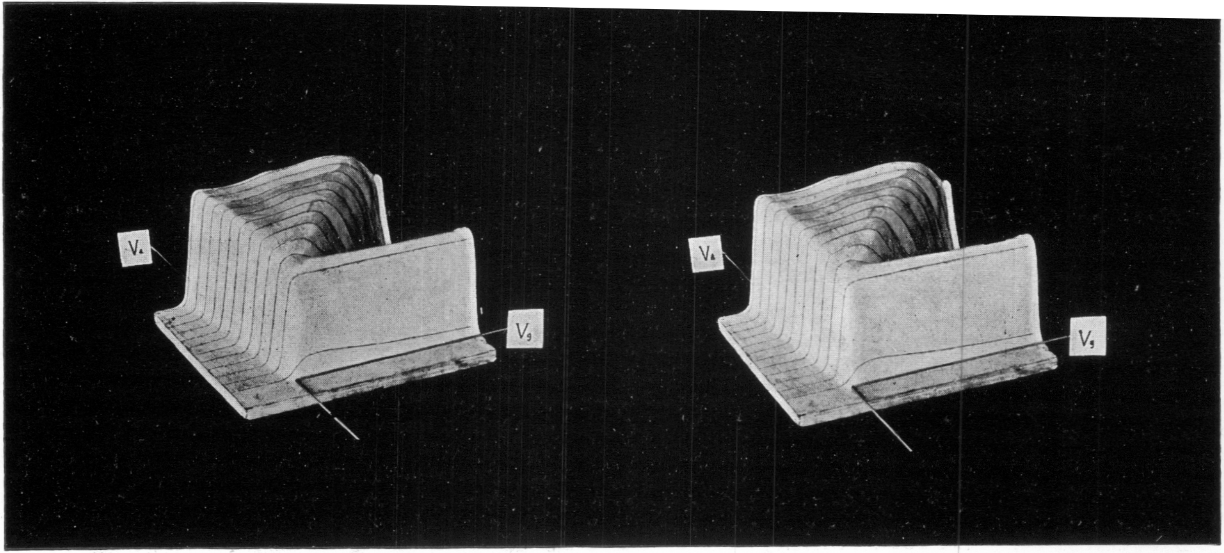


Fig. 3. Anodestroom van een triode (verticaal uitgezet) als functie van rooster- (V_g) en anodespanning (V_a).

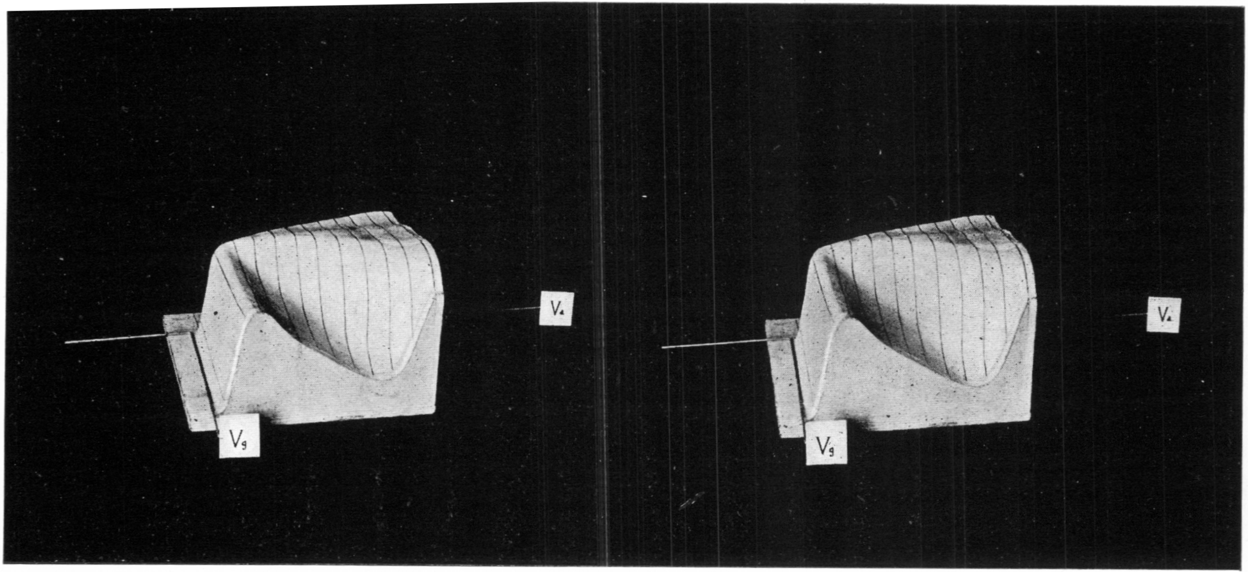


Fig. 4. Anodestroom van een triode (verticaal uitgezet) als functie van rooster- (V_g) en anodespanning (V_a).

is further shown that the total current $(i_a + i_g)$ leaving the filament is a function of $V_a + g\,V_g$ only, where V_a and V_g are the anode potential and grid potential respectively. Two exceptions however are considered: for very small currents the grid is in the middle of the electron cloud round the filament, this spacecharge disturbing the electrostatic field. Further a pronounced disturbance of this field is found in a certain region where $V_a < V_g$ and which is due to the spacecharge between grid and anode caused by the electrons returning to the grid after first having moved through the holes in the grid. Next the characteristic surfaces i_a and i_g are discussed with the aid of stereoscopic diagrams and a complete set of characteristics. Irregularities in these characteristics are found to occur where the triode generates spontaneously extremely short waves, first discovered by Barkhausen and wich are due to unstable spacecharges between grid and anode. The phenomenon of secondary electron emission wich plays a fundamental part in triodes is discussed in detail. The ratio of the number of secondaries formed per primary electron is found from an appropiate interpretation of the characteristics with the aid of law that, when no secondaries were formed, $i_a/i_g = f(V_a/V_g)$. Special oxyde-anodes were constructed yielding twenty and more secondary electrons per primary electron. Finally the total heating effect of the electrodes by the primary and secondary electrons is considered and it is shown that the electrode with the highest potential is heated less, and the electrode with the lowest potential is heated more than would follow from the product of potential and current to that electrode.

Eindhoven, Sept. '1923.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER
N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

KAN DE BEWEGING VAN EEN SYSTEEM MET s GRADEN VAN VRIJHEID MEER DAN $(2s-1)$-VOUDIG PERIODIEK ZIJN?

door P. EHRENFEST.

§ 1. Het zij mij geoorloofd in hetgeen volgt aan een vermoeden uiting te geven, waartegen of waarvoor het waarschijnlijk, bij geschikte wiskundige scholing, niet moeilijk zou vallen een weerlegging of streng bewijs te leveren. Mocht dit vermoeden — eventueel in eenigszins gewijzigden vorm, — blijken het juiste te treffen, dan zou dat voor de quantumtheorie niet van beteekenis ontbloot zijn.

§ 2. Beschouw vooreerst een deeltje dat zich in een vlak met cartesische coördinaten q_1, q_2 beweegt onder de werking van een krachtenveld met de potentiaal $\Phi(q_1, q_2)$. [Bijv.: $\Phi = \alpha q_1^2 + \beta q_2^2 + \gamma (q_1^2 + q_2^2)^2$]. Voorziet men het deeltje met een eindige energie, $T + \Phi = E$, dan kan het voortdurend in een eindig gebied van het vlak rondloopen. Het „phasenpunt" van het stelsel doorloopt daarbij in de vierdimensionale uitgebreidheid der coördinaten q_1, q_2 en der momenta p_1, p_2 een phasenbaan, die geheel gelegen is in het driedimensionale energie-(hyper-)vlak $T(q, p) + \Phi(q) = E$. Indien de beweging enkelvoudig periodiek is, is de phasenbaan een gesloten kromme; anders komt het phasenpunt gedurende zijn beweging *zoo dicht als men wil* bij elk punt van een *twee*dimensionaal gebied G_2 of zelfs van een *drie*dimensionaal gebied G_3. Het laatste geval doet zich voor wanneer de beweging *„quasi-ergodisch"* is. [1])

§ 3. Heeft men te maken met een systeem met s graden van vrijheid met de coördinaten $q_1 \ldots . q_s$, en de momenta $p_1 \ldots . p_s$ en de Hamiltoniaansche functie $H(q, p)$, dan komt zijn phasenbaan in de $2s$-dimensionale (q, p)-uitgebreidheid in den loop der beweging in het algemeen zoo dicht als men wil bij alle punten van een ϱ-dimensionaal gebied G_ϱ. Dit G_ϱ is natuurlijk gelegen in het $(2s - 1)$-dimensionaal energievlak $H(p, q) = E$. Voor een enkelvoudig periodieke beweging is $\varrho = 1$; daarentegen heeft ϱ zijn grootst mogelijke waarde $(2s - 1)$ indien de beweging quasi-ergodisch is. — Wij zullen kortweg van een „G_ϱ-beweging" spreken.

Bij geschikte regulariteit van $H(q, p)$ — vergelijk het voorbeeld van § 2 — wordt G_ϱ door de phasenbaan met „gladden streek" doorsponnen, en bovendien geldt, dat telkens als de phasenbaan weer in de buurt van een bepaald punt P terugkomt, dat reeds vroeger doorloopen werd, de beweging zich ten naaste bij in al haar trekken herhaalt. [2]) En wel met des te scherper benadering, hoe dichter en dichter de phasenbaan met toenemenden tijd langs P heen scheert.

---

1) L. Boltzmann (Sitz. Ber. Wien. Ak. **63**, p. 679, 1871 = Abhandl. I, p. 284; J. f. Math. **98**, p. 201, 1884 = Abh. III, p. 134) noemde een beweging *„ergodisch"* wanneer ze *„door"* elk punt van het energievlak heenloopt. — P. en T. Ehrenfest, (Enc. d. Math. Wiss. Bd. IV, art. 32, „Statistische Mechanik", § 10a (1919)) opperden als vermoeden, dat de definitie van ergodische bewegingen een innerlijke tegenspraak bevatte, en duidden met *„quasi-ergodisch"* (l.c. noot 90) dusdanige bewegingen aan, welker phasenbaan *zoo dicht als men wil* komt bij elk punt van het energievlak. Daarbij wezen zij er op, dat er nog geen *onomstootelijk* voorbeeld daarvan bekend was. — A. Rosenthal (Ann. d. Ph. **42**, p. 796, 1913) en M. Plancherel (ibidem, p. 1061) leverden vervolgens een streng bewijs voor de onmogelijkheid van *ergodische* stelsels. — Onlangs is het den heeren Herglotz en Artin gelukt een voorbeeld te construeeren, welks *quasi-ergodischen* aard zij streng konden aantoonen. (Korte mededeeling ter Naturforscher-Versammlung Leipzig 1922. De uitvoerige behandeling zal in deel III van Blaschke's Differentialgeometrie uitkomen.) — Zie verder: E. Fermi: „Beweis, dasz ein mechanisches Normalsystem im allgemeinen quasi-ergodisch ist", Phys. Zschr. **24**, p. 261, 1923.

2) Niet alleen q, p; $\dot{q}, \dot{p}$, maar ook $\ddot{q}, \ddot{p}$, enz.

§ 4. In den grond der zaak ons beroepende op dit quasi-periodieke gedrag formuleeren wij het volgende:

„vermoeden $u = \varrho$*": Indien*[1]) bij een G_ϱ-beweging de $q_1 \ldots q_s$; $p_1 \ldots p_s$ als functies van den tijd exact kunnen worden voorgesteld door een u-voudige reeks van Fourier, dan is $u = \varrho$; zoodat u ten hoogste gelijk is aan $(2s - 1)$ voor een quasi-ergodische beweging.

Met andere woorden: de algemeene term van zulk een Fourier-ontwikkeling

$$\begin{matrix}\cos \\ \sin\end{matrix}\, 2\pi(\tau_1 \omega_1 + \ldots \tau_u \omega_u)\, t \quad \left\{\begin{array}{l}\tau_1 \ldots \tau_u \text{ willekeurige} \\ \text{positieve of negatieve} \\ \text{geheele getallen}\end{array}\right\} \tag{1}$$

bevat een aantal $u = \varrho \leqq 2s - 1$ voor de gegeven beweging karakteristieke grondfrequenties $\omega_1, \omega_2 \ldots \omega_u$, tusschen welke geen betrekking bestaat van den vorm

$$k_1 \omega_1 + k_2 \omega + \ldots k_u \omega_u = o \qquad (k_1 \ldots k_u : \text{geheele getallen}) \tag{2}$$

§ 5. *Toelichting*. Beschouw een u-dimensionaal $(\xi_1 \ldots \xi_u)$-gebied en daarin de rechte

$$\xi_1 = \omega_1 t, \qquad \xi_2 = \omega_2 t \qquad \ldots \qquad \xi_u = \omega_u t. \tag{3}$$

Aan elk punt dezer rechte (3) wordt door de Fourier-reeks een punt der phasenbaan in het G_ϱ van de (q, p)-uitgebreidheid toegevoegd. Verdeel het ξ-gebied in eenheidskubussen. De rechte (3) doorloopt een rij kubussen. Vervang de stukken der rechte in de de verschillende kubussen door *homologe*[2]) einden in een enkelen kubus. Tengevolge van het ontbreken van betrekkingen van de soort (2) zullen deze — met elkander evenwijdige — einden dien kubus overal dicht opvullen[3]). Deze *„ξ-baan"* komt dus zoo dicht als men wil bij alle punten van een u-dimensionalen kubus, terwijl de phasenbaan zelf zoo dicht als men wil bij alle punten van het ϱ-dimensionale gebied G_ϱ komt. Men moet nu de correspondentie van deze twee gebieden nader beschouwen en daarbij in aanmerking nemen de opmerking aan het eind van § 3.[4]) Mocht

1) De vraag *of* zulk een beweging — zie het voorbeeld van § 2 — door een Fourier-reeks kan worden voorgesteld (en niet slechts bij benadering), moeten wij hier onbeantwoord laten.

2) Optelling of aftrekking van geheele getallen bij de grootheden (3) laat alle termen (1) in de Fourier-ontwikkeling onveranderd.

3) Vgl. bijv. O. Perron, Irrationalzahlen, Leipzig 1921. p. 156, „Inhomogene diophantische Approzimationen" en litteratuuropgaven daar ter plaatse.

4) Dat het noodzakelijk is, deze opmerking in acht te nemen, blijkt aan het volgende voorbeeld: Zij $q = \cos \varphi(t)$, $p = \sin \varphi(t)$, waarbij $\varphi(t)$ ontwikkelbaar gedacht wordt in een meervoudige Fourier-reeks, met bijv. $u = 3$. Het (q, p)-punt beschrijft dan een gesloten cirkel. Dus is $\varrho = 1$ en $u \neq \varrho$. Maar hier is ook te kort gedaan aan de voorwaarde, dat, overeenkomstig de vergelijkingen van Hamilton, tegelijk met (q, p) ook $(\dot{q}, \dot{p})$, $(\ddot{q}, \ddot{p})$ enz. tot hun beginwaarden moeten terugkeeren.

het gelukken, op deze wijze aan te toonen, dat de correspondentie is *één-éénduidig* en *continu*, dan ware daarmede het „vermoeden $u = \varrho$" bewezen, aangezien immers gelijk bekend is bij *zulke* correspondenties het dimensiegetal niet verandert. [1])

§ 6. Waar het nog onzeker is, of het „vermoeden $u = \varrho$" juist is, moge het verband met de quantumtheorie slechts even aangestipt worden. Indien men er in slagen zou inderdaad een systeem aan te geven, welks bewegingen meervoudig periodiek zijn met een periodiciteitsgraad $s < u \leqq 2s - 1$ dan zou men met de bekende quantiseeringsregels niet toekomen, daar deze immers zich beperken tot $u \leqq s$. [2])

---

[1]) L. E. Brouwer, Math. Ann. 70 (1911) 161; 71 (1912) 305, 314; 72 (1912) 55.

[2]) Een eenigszins verwant „te veel aan frequenties", maar toch van het andere soort, kon — voor een door en door eenvoudig voorbeeld met éénen graad van vrijheid — aan de hand van het correspondentiebeginsel behandeld worden. (Zie P. Ehrenfest en G. Breit, Versl. Ak. v. Wetensch. **31**, p. 5, 1922 = Zschr. f. Phys. **9**, p. 207, 1922. Vgl. N. Bohr, Zschr. f. Phys. **13**, p. 147, 1923).

Bohr geeft zijne meening te kennen over de gevallen, waarin *ten eenenmale geen* meervoudig periodiek verloop der beweging te verwachten is (l.c. p. 134, speciaal in de opmerking over A. Smekal, Zschr. f. Phys. **11**, 294, 1922) en over de gevallen van bewegingen, welker *benadering* door een $u(\leqq s)$-voudige periodieke beweging *zeer ver doorgevoerd* kan worden. (N. Bohr, Quantentheorie der Linienspectra (1918) — Vieweg 1923, p. 60, 70; p. 134). — Vergelijk ook Bohr's opmerkingen over het in gebreke blijven der quantumtheorie der periodiciteitssystemen bij enkele problemen van de komplexe structuur der spectraallijnen (Ann. d. Phys. **71**, p. 275, 276, 277 noot, 1923).

INTERNATIONALE KRITISCHE TABELLEN VAN NUMERIEKE GROOTHEDEN OP PHYSISCH, CHEMISCH EN TECHNOLOGISCH GEBIED.

De redactie-commissie voor de Internationale Kritische Tabellen heeft op 16 Augustus en beide volgende dagen te Washington eene vergadering gehouden, waarop een begin is gemaakt met het kiezen der medewerkende deskundigen, die zullen worden uitgenoodigd voor de kritische bewerking van verschillende grootheden, welke in de tabellen zullen worden opgenomen. Het laat zich aanzien dat drie- à vierhonderd medewerkers noodig zullen zijn, waarbij de keuze zooveel mogelijk zal gebaseerd worden op de aanbevelingen door de correspondeerende redacteuren en de hen bijstaande adviseerende commissies uit de voornaamste landen uitgebracht. In de adviseerende commissie voor Nederland hebben zitting genomen de Heeren Prof. Dr. E. Cohen, Dr. C. A. Crommelin en Ir. H. Baucke.

Er zullen verschillende zittingen der redactie-commissie gehouden moeten worden alvorens de lijst der medewerkers opgemaakt zal kunnen worden. Uitnoodigingen om als medewerker op te treden zullen door de Hoofd-redactie worden verzonden zoo spoedig de redactie-commissie eene keuze heeft gedaan. Voor zoover nu alreeds kan worden beoordeeld, wordt groote medewerking verwacht van de chemici en physici van de geheele wereld teneinde de onderneming tot een volledig succes te maken. Bij het verdeelen van de op te nemen stof heeft de redactie-commissie getracht elk onderdeel van zoodanigen omvang te doen zijn, dat de bewerking hiervan binnen den tijd van een jaar gemakkelijk kan worden voltooid, zonder den medewerker daardoor een te grooten last op de schouders te leggen. Wanneer een ieder, die een taak op zich neemt, zijn arbeid en verantwoordelijkheid ten volle ten einde brengt, zal het vereenigde werk van al degenen, die mede arbeiden ter bereiking van dit doel, van onschatbare waarde zijn voor wetenschap en industrie.

De omvang van het werk is zoo uitgebreid en de onderwerpen, die bewerkt moeten worden, zijn zoo verschillend van karakter, dat slechts door de vereenigde krachten van een groot aantal experts het mogelijk zal zijn, het geheele plan in afzienbaren tijd tot een succesvol einde te brengen. De bekende „Tables Annuelles" zijn nu in hun 12e jaar. Er is dus al bewezen, dat door internationale samenwerking het mogelijk is, een *jaarlijksch* overzicht te verkrijgen van de kwantitatieve gegevens, vervat in de onderzoekingen over de geheele wereld uitgevoerd.

Het doel van de „International Critical Tables" is een overzicht saam te stellen van onze tegenwoordige kennis en in geschikten vorm de resultaten van bevoegde *kritiek* aangaande deze kennis openbaar te maken. De bruikbaarheid van verdere doeltreffende internationale samenwerking op wetenschappelijk terrein zal zonder twijfel voornamelijk worden beoordeeld door de graad van succes in deze pogingen bereikt.

De Internationale Vereeniging van zuivere en toegepaste Scheikunde en de International Research Council steunen de International Critical Tables door hun gezag en invloed. De Amerikaansche industrieën verschaffen de benoodigde fondsen. Het is nu aan de beoefenaren der wetenschap hun tijd en kritische kennis te geven teneinde een succesvol einde aan de onderneming te verzekeren. De wetenschap zelve is internationaal. De bewerking van de hoogte, waarop de wetenschap in kwantitatief opzicht zich thans bevindt, zij eveneens internationaal. Indien van de resultaten van wetenschappelijk onderzoek op de meest vruchtbare wijze gebruik zal kunnen worden gemaakt, moeten deze gemakkelijk toegankelijk zijn. Hiertoe mede te werken is evenzeer de plicht van de mannen der wetenschap en dit te bereiken vereischt de medewerking van al degenen, die zich met wetenschappelijk onderzoek bezig houden.

Het ligt in de bedoeling, zoo gauw medewerkende experts zijn gekozen en zij de hun toevertrouwde taak hebben aanvaard, in de wetenschappelijke en technische pers hiervan mededeeling te doen.

Ten gebruike der medewerkers heeft de Hoofd-redactie een lijst samengesteld van definities en numerieke waarden van fundamenteele chemische en physische constanten en herleidingsfactoren. Deze lijst is gedrukt in den vorm van een boekje van 15 pagina's en zal waarschijnlijk van nut kunnen zijn ook voor anderen dan de medewerkers, daar het een gemakkelijke en handige samenstelling is voor het opzoeken van bovengenoemde grootheden en hare logarithmen. Afdrukken hiervan kunnen worden verkregen aan het adres der Hoofd-redactie: National Research Council, 1701 Massachusetts Avenue, Washington, D.C., tegen betaling van 25 dollarcenten.

W. J. VAN HETEREN,
Correspondeerend Redacteur voor Nederland.

BOEKBESPREKING.

Prof. Dr. D. van Gulik en *Prof. Dr. E. van Everdingen*. **Leerboek der Meteorologie,** 231 blz., 105 fig., 6 gekleurde wolkenfoto's en titelplaat. Tweede druk. — P. Noordhoff, 1923. Prijs ingen. f 6.25, geb. f 7.25.

Wanneer ooit het verschijnen van een nieuwen druk van een werk met vreugde is begroet, dan is dit zeker wel het geval met den tweeden druk van dit leerboek der Meteorologie, welks eerste druk, in 1910 verschenen, sinds lang uitverkocht was. Wel had men in 1920 als noodmaatregel het eerste gedeelte in nieuwe bewerking laten verschijnen, maar nu de tweede druk hier compleet voor me ligt, blijkt pas goed welke veranderingen het werk heeft ondergaan. Het is het werk in het algemeen zeer ten goede gekomen, dat Prof. van Gulik zich van de medewerking van Prof. van Everdingen heeft verzekerd, want niet alleen in de hoofdstukken over het weer, de weerdienst en de weervoorspelling heeft een grondige omwerking plaats gevonden, maar ook in vele andere hoofdstukken bemerkt men duidelijk, dat veel toegevoegd en gemoderniseerd is.

Wat de toevoegingen betreft, zoo is het zeer toe te juichen, dat waar dit leerboek eigenlijk het eenige leerboek in onze taal is, dat de Meteorologie tot onderwerp heeft, niet alleen, zooals vroeger reeds het geval was, waarnemingen en uitkomsten uit Oost-Indië zijn opgenomen, maar dat daarnaast onze koloniën in de West ook een plaats hebben gekregen.

Een belangrijke uitbreiding heeft hoofdstuk II van deel II ondergaan, waar de jaarlijksche warmtegolf uitvoerig wordt besproken en met twee nieuwe grafieken wordt verduidelijkt.

De rol, die de derde afmeting in de meteorologie is gaan spelen, teekent zich duidelijk af in de omwerking, die het hoofdstuk over temperatuur en warmtewisseling in den dampkring behandelt, heeft ondergaan. Aan de resultaten van ballonvaarten en geregelde vliegeroplatingen is aan de hand van een paar grafieken een belangrijke plaats ingeruimd.

In deel III vindt o.m. de nachtvorst een uitvoerige bespreking, met een getallenvoorbeeld toegelicht. De verschijnselen in opstijgende luchtkolommen, de z.g.n. hageltorens, het optreden van een „kraag" aan het front van een onweersbui, geven den lezers een duidelijk beeld, van de moderne denkbeelden over deze verschijnselen. Een duidelijke figuur licht dit toe.

In deel IV zijn in hoofdstuk II groote veranderingen aangebracht. Door de kennis van de derde afmeting, zijn onze begrippen over de stroomingen in den dampkring veel gewijzigd. Het is dus niet te verwonderen, dat dit hoofdstuk een grondige omwerking moest ondergaan. Terwijl nieuwe resultaten van loodsballon en vliegeroplatingen zijn opgenomen, is aan het eind toegevoegd de hoofdzaak van de theorie van Van Everdingen over het ontstaan van de gordels van hoogen luchtdruk.

Ook hoofdstuk III van dit deel heeft den invloed van Soesterberg en de Bilt ondergaan. Een nieuwe figuur over de windsnelheden in Soesterberg op verschillende hoogte en een diagram van een loodsballonwaarneming met het registreertoestel van Dr. Schoute verkregen, (Waarom geen plaatje van dit toestel zelf?) toonen duidelijk aan hoe in ons land de hoogere luchtlagen worden bestudeerd.

Zooals reeds boven met een enkel woord werd gezegd, heeft deel V (het weder en de weerdienst) een totale omwerking ondergaan, te uitvoerig om alles te vermelden. Om enkele veranderingen aan te geven:

Een nieuw plaatje voor de frontonweders, een grafiek van aantallen onweersdagen, trefgevallen enz., een mooie nieuwe foto van het K. N. M. I. een nieuw overzichtskaartje, een exemplaar van het maandelijksch overzicht.

In het hoofdstuk over weervoorspelling zijn naast de regels van Guilbert, en de kritiek van Gallé daarop, opgenomen de theorie van Bjerknes, over het ontstaan en het verdwijnen van depressies (als hydrodynamisch probleem zeer interessant), en de methode van Delcambre.

Een nieuw hoofdstuk over Landbouwweerkunde is aan dit deel toegevoegd. Hier wordt eerst geschetst hoe het K. N. M. I. zorgt voor de verspreiding van voor den landbouw belangrijke weerberichten, zoowel door het weerkaartje als door weertelegrammen en vooral ook langs radiotelegrafischen weg. De tweede helft van dit hoofdstuk is gewijd aan landbouw-ecologie.

In deel VI is een nieuwe halofiguur opgenomen en zijn in een noot in het kort de oorzaken van de verschillende halo-onderdeelen vermeld. De resultaten van de theorie van Störmer worden iets nader besproken. Bij de bespreking van de waarneming van bliksemstralen met roteerende camera zijn twee nieuwe plaatjes opgenomen, maar ten koste van fig. 94 uit den eersten druk, die wij zeer noode missen, daar zij veel meer details laat zien. Enkele conclusies in verband met bliksemafleiders besluiten dit hoofdstuk. In verhouding tot het geheele werk wordt aan de luchtelectriciteit en het ontstaan van onweders, in het laatste hoofdstuk wel wat te weinig plaats ingeruimd.

De uitvoering van het werk is keurig. Slechts weinig drukfouten kwam ik tegen. Zoo zal het aantal calorieën wel niet afhangen van de bevolking (p. 15) en in de noot op pag. 129 zal 43 wel 144 moeten zijn.

Mag bespreker dan met enkele wenschen eindigen? Waar, zooals boven gezegd is, het leerboek van Van Gulik en Van Everdingen eigenlijk het eenigste Nederlandsche leerboek is op het gebied der meteorologie, mogen de volgende wenschen voor een derde druk, die naar we hopen, niet zoo lang op zich zal laten wachten, geuit worden:

1°. Zou het niet mogelijk zijn (zie bijv. Börnstein Leitfaden der Wetterkunde) om alle platen van de internationale wolkenatlas in het werk op te nemen? Dit zou zijn waarde als leerboek zeker veel verhoogen.

2°. Zou het niet wenschelijk zijn in het hoofdstuk over „Neerslag" doorsneden van hagelsteenen en foto's van sneeuwkristallen op te nemen?

3°. Zou het, in verband met het evenwicht van het geheel, niet gewenscht zijn, het deel over optische en electrische verschijnselen in den dampkring te splitsen, en aan ieder der beide belangrijke onderdeelen uitvoeriger elk een deel te wijden?

T. v. L.

A. Wassmuth, **Grundlagen und Anwendungen der statistischen Mechanik,** 115 blz. — Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1922. Prijs ingen. f 2.—.

Het doel van den schrijver, zooals dat in de voorrede wordt uiteengezet, is, een inzicht te geven in het verband tusschen de onzichtbare, onmeetbare verschijnselen en de zichtbare, meetbare, die als gemiddelde of meest voorkomende gevallen beschouwd kunnen worden. Achtereenvolgens worden de mikrokanonische en de kanonische ensembles besproken en aan eenige voorbeelden verduidelijkt, en met hulp van de gemiddelden verschillende toestandsvergelijkingen afgeleid, zoowel voor ideale als voor niet ideale gassen. Vervolgens worden æquipartitie en Maxwellsche verdeeling behandeld en de betrekkingen opgesteld, die analoog zijn aan de entropievergelijkingen voor omkeerbare processen. Zeer in het kort komen dan de grondbeginselen der quantentheorie ter sprake, terwijl ten slotte gewezen wordt op de toepassing der statistiek voor het chemisch evenwicht.

Een dergelijk beknopt werkje, waarin veel stof verwerkt is, heeft voornamelijk waarde voor lezers, die reeds eenigszins in het behandelde gebied thuis zijn. Voor anderen is het te samengedrongen. Maar als samenvatting van verschillende beschouwingen kan het verhelderend werken. Een litteratuuroverzicht aan het eind geeft den weg tot verdere oriëntatie. Het wil niet volledig zijn, maar toch mocht er m.i. het werk van Boltzmann niet in ontbreken.

A. S.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

E. Buchwald, Das Korrespondenzprinzip, 127 blz., 28 fig. — Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1923. Prijs f 2.75.

E. Grimsehl, Lehrbuch der Physik, Erster Band, 6. Auflage, 1142 blz., 1090 fig. — B. G. Teubner, Leipzig-Berlin 1923.

A. Schoenflies, Theorie der Kristallstruktur, 552 blz., 257 fig. — Gebr. Borntraeger, Berlin 1923.

H. A. Lorentz, Lessen over theoretische Natuurkunde, VII. Entropie en Waarschijnlijkheid (1910-1911). Bewerkt door C. A. Crommelin, 75 blz. — E. J. Brill, Leiden, 1923. Prijs f 3.—.

MEDEDEELINGEN.

In zijne rede over de lotgevallen der Leidsche Universiteit zeide de rector, Prof. Dr. L. van Itallie, naar aanleiding van de nederlegging van het hoogleeraarsambt door Prof. Lorentz, nog het volgende:

„Lorentz, die van 1878—1912 als hoogleeraar in de natuurkunde de physica onderwees, en die daarna als buitengewoon hoogleeraar vooral de wiskundige natuurkunde doceerde, die nieuwe banen heeft geopend en door zijn werk andere groote geesten heeft bezield — hem zeggen wij dank voor alles wat hij voor de wetenschap en voor deze universiteit heeft gedaan. Was de Leidsche universiteit in vroegere tijden beroemd voor de wijze waarop andere faculteiten dan die der wis- en natuurkunde tot uitbreiding der wetenschap hebben bijgedragen, thans heeft ook deze faculteit haar deel in den roem onzer universiteit verworven, dank zij de plaats, die verschillende harer hoogleeraren op het gebied der wetenschap innemen. Dat Lorentz hier vooral genoemd moet worden spreekt haast van zelf voor ieder, die weet dat de naam Lorentz in binnen- en buitenland met den grootsten eerbied wordt uitgesproken.

In het genot van een voortreffelijke gezondheid van lichaam en geest zou voor Lorentz het gemis van het contact met de universiteit een grootere leegte doen ontstaan, dan bij anderen, voor wie de gebreken des ouderdoms zich op 70-jarigen leeftijd in meerdere of mindere mate doen gevoelen. Gelukkig, dat de wet op het hooger onderwijs de gelegenheid biedt, dat contact te behouden, en ook aan nieuwe reeksen studenten de gelegenheid te bieden, de wiskundige natuurkunde te hooren uit den mond van een harer scheppers.

Aan het Leidsche universiteitsfonds toch is toegestaan, overeenkomstig art. 183 der H. O.-wet, door Lorentz wetenschappelijke voordrachten te doen houden over natuurkunde. De hoedanigheid waarin Lorentz voortaan zijn lessen zal geven, moge gewijzigd zijn, in den aard dier voordrachten komt geen verandering. Wij achten ons gelukkig, tegelijk met den dank voor hetgeen door Lorentz in het belang van wetenschap en universiteit is verricht, onze vreugde uit te spreken over het feit, dat zijn bezielend en gezaghebbend woord ook het volgend jaar weder aan onze universiteit zal weerklinken."

De stap, door het universiteitsfonds gedaan, was de uitkomst van een gemeenschappelijk streven van bevriende physici naar een passende hulde voor den scheidenden hoogleeraar. Wij mogen thans openlijk ons erover verheugen dat prof. Lorentz de uitnoodiging van het Universiteitsfonds heeft willen aannemen, en wenschen Leiden geluk met hetgeen hij aan de Universiteit zal schenken.

STRIKVRAGEN.

Vraag XI: **Bij de interferentieproef van Quincke loopen de geluidsgolven door twee buizen langs ongelijke wegen, om, door een gemeenschappelijke opening uittredende, een versterkt geluid te geven of elkander op te heffen, al naar gelang van het wegverschil.**

Wanneer bij wederkeerige opheffing der geluidsgolven geen geluid uit de opening komt, waar blijft dan de energie der golven?

Antwoorden inzenden aan het gewone adres der Redactie.

Antwoord op vraag IX:

De redactie werd aangenaam verrast door verschillende antwoorden die inkwamen op Strikvraag no. IX (voorkomend in No. 7 van dezen jaargang), luidend:

In de secundaire keten van een transformator, welke primair aan een sinusvormige wisselspanning is aangesloten, bevindt zich een gelijkrichter, zoodat de stroom in de secundaire kring steeds in dezelfde richting vloeit. Zal de primaire stroom nu ook een gelijkstroomcomponente hebben?

De oplossingen bevatten tal van beschouwingen, welker beantwoording in details te veel plaatsruimte zou innemen. Een inzender ging zelfs zoo ver nader te beschouwen wat er gebeurt voor het geval dat de secundaire op de primaire oversloeg.

Het antwoord op de vraag is echter eenvoudig te geven en kan op verschillende manieren worden ingekleed. Misschien is de volgende wijze wel het eenvoudigst.

Men kan den gelijkrichter in de secundaire keten beschouwen als een geleider waarvan de weerstand afhangt van den momenteelen stroom erdoor. In de gebruikelijke notaties is dus r_2 niet een constante, maar een functie van i_2 en, daar er van een gelijkrichter sprake is, een functie die een oneven deel bevat, want in de eene richting wordt meer stroom doorgelaten dan in de andere. Zeer algemeen, (dus met de krommingen in de $B-H$ kromme van het ijzer) geldt dan voor de primaire en secundaire keten

$$n_1 \frac{dB}{dt} + i_1 r_1 = E_0 \sin \omega t \qquad (1)$$

$$n_2 \frac{dB}{dt} + i_2 r_2(i_2) = 0 . \qquad (2)$$

De gelijkstroomcomponent in de secundaire keten (waarvan men slechts kan spreken in het stationaire geval) is formeel gegen door (2) te integreeren over een periode. Het gemiddelde van dB/dt is uit den aard der zaak gelijk nul, daar we met een zuiver periodiek verschijnsel te doen hebben, en er blijft

$$\overline{i_2 r(i_2)} = 0 .$$

Evenzoo volgt de gemiddelde primaire stroom (dat is de gelijkstroomcomponent die in de primaire keten zou bestaan) uit de integratie van (1). Het gemiddelde van dB/dt is weer nul. Er blijft dus

$$\overline{i_1 r_1} = 0$$

of, daar r_1 constant is:

$$\overline{i_1} = 0 .$$

In de primaire keten treedt dus *geen* gelijkstroomcomponente op.

Ook zonder formules is dit wel in te zien. Immers de terugwerking van de secundaire keten op de primaire geschiedt slechts via de secundaire *stroomveranderingen*. De gelijkstroomcomponente in de secundaire keten brengt het ijzer gemiddeld wel een zeker deel hooger in de magnetisatiekromme, maar de E.M.K. in de primaire keten geïnduceerd is slechts afhankelijk van de veranderingen van de flux, en die verandering is gemiddeld nul, daar anders de B met den tijd oneindig zou toe- of afnemen.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

3e JAARGANG **OCTOBER 1923** **NUMMER 10.**

DE VERSTROOIING VAN LICHT IN DE AARDSCHE ATMOSFEER EN HAAR INVLOED OP DE UITKOMSTEN VAN ZONNEWAARNEMINGEN

door J. SPIJKERBOER.

1. Voor de intensiteit der door de aardatmosfeer doorgelaten zonnestraling wordt vrij algemeen geschreven (Bouguer):

$$I = I_0 \, a^{\sec z} \qquad (1),$$

waarbij I_0 de sterkte der buiten de atmosfeer invallende straling, z den zenithafstand van de zon en a den doorlatingscoëfficiënt voorstellen. De formule geldt slechts voor straling van een klein golflengtegebied en indien bij heldere lucht wordt waargenomen; a hangt af van de hoogte van het station van waarneming, van de helderheid en verandert met de golflengte. Neemt men aan dat de intensiteitsverandering in de atmosfeer enkel het gevolg is van moleculaire verstrooiïng, en daartoe heeft men volgens Schuster [1]) vrijwel het recht, dan kan voor (1) geschreven worden:

$$I = I_0 \, e^{-h \sec z} \qquad (2),$$

waarin h het aantal verstrooiende deeltjes in de lagen boven het waarnemingsstation meet en $h = s\,t$ indien s den verstrooiïngscoëfficiënt en t de dikte der, tot een gelijkmatige dichtheid samengedrukte, verstrooiende laag voorstellen.

2. Hoewel het juist is dat I de *doorgelaten* stralingsintensiteit aangeeft, is men nog niet gerechtigd de *gemeten* straling door (1) of (2) voor te stellen.

1) A. Schuster, Nature, 81, 97, 1909.

Want gemeten wordt behalve de doorgelaten straling ook de door de op den weg der straling aanwezige moleculen in de richting van het meetinstrument verstrooide intensiteit.

Bij gebruik van (1) en (2) wordt dus *wel* rekening gehouden met de intensiteit van de invallende straling die op den weg door de atmosfeer door verstrooiïng wordt *verloren*, terwijl *niet* in aanmerking wordt genomen wat door verstrooiïng wordt *gewonnen*. Bij die gewonnen intensiteit is straling die in naburige deelen (buiten den beschouwden bundel) der atmosfeer reeds eerder werd verstrooid en die na herhaalde verstrooiïng binnen den invallenden bundel aan de gemeten intensiteit ten goede komt.

Om een denkbeeld te krijgen van het bedrag der verwaarloozing ben ik bij m'n berekening uitgegaan van de uitkomsten der theorie van King [1]). Zooals uit mijn dissertatie is gebleken zal die theorie voor de hier volgende waarden van h met voldoende nauwkeurigheid kunnen worden toegepast.

3. Formule (16) van pag. 26 van mijn proefschrift gebruikende vind ik voor de intensiteit der straling komende uit een vlakke verstrooiende laag, die bestraald wordt met evenwijdig licht:

$$I = I_0 \left[e^{-h \sec z} + \frac{3}{8\pi} \left\{ h \sec z \, e^{-h \sec z} + \tfrac{1}{2} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon \\ \varepsilon_2 \end{pmatrix} \Phi(h, z) \right\} \right],$$

wanneer de doorgelaten intensiteit $(I_0 \, e^{-h \sec z})$ en de verstrooide straling worden samengeteld en worden gemeten voor de richting van het invallende licht, waardoor $\Theta = 0$ en $\varphi = z$.

I, I_0, h en z hebben hier dezelfde beteekenis als in § 1.

Noemen we den correctieterm c en schrijven we dus:

$I = I_0 \, (e^{-h \sec z} + c)$, dan vinden we voor $z = 0$ (zon in 't zenith) de in Tabel I gegeven waarden (zie volgende blz.).

De coëfficiënten van I_0, aangeduid met * zijn door grafische interpolatie verkregen; uit die coëfficiënten is vervolgens met de waarde e^{-h} c bepaald.

1) L. V. King, Phil. Trans. R. S. London, A (212), 381, 1912.

Tabel I.

h	e^{-h}	c	coëfficiënt van I_0
1	0,37	0,12	0,49
0,8	0,45	0,10	0,55
0,6	0,55	0,08	0,63
0,5	0,61	0,07	0,67
0,4	0,67	0,05	0,72 *
0,3	0,74	0,04	0,78
0,2	0,82	0,03	0,85 *
0,1	0,90	0,02	0,92 *
0,08	0,92	0,02	0,94 *
0,06	0,94	0,01	0,95 *
0,04	0,96	0,01	0,97 *
0,02	0,98	0,00	0,98 *
0,01	0,99	0,00	0,99
0,008	0,99	0,00	0,99

Voor $h = \frac{1}{4}$ en verschillende waarden van z krijgen we:

Tabel II.

sec z	$e^{-h \sec z}$	c	coëfficiënt van I_0
1	0,78	0,03	0,81
2	0,61	0,05	0,66
4	0,37	0,06	0,43

Door deze tabellen krijgt men een indruk van de beteekenis der door mij bedoelde correctie.

4. Voor Mount Wilson zal h voor verschillende golflengten ongeveer varieeren tusschen 0,5 en 0,02; voor Washington ongeveer tusschen 0,8 en 0,06.

Daaruit volgt hoe groot de invloed der correctie moet zijn op de uitkomsten van zonnewaarnemingen. Want ik meen dat de hier gegeven waarden voor h zeer voorzichtig zijn gekozen [1]). De moeilijkheid om de waarden van h met zekerheid te geven,

[1]) Mijn schatting staat in verband met de waarde van King (l.c., 403) voor C_x (te vergelijken met h) en de waarden van Abbot voor den transmissiecoëfficiënt a (te vergelijken met e^{-h}); C. G. Abbot, The Sun, 286, 296; C. G. Abbot, F. E. Fowle, L. B. Aldrich, Smithsonian Miscellaneous Collections, **65**, **4**, 17.

is gelegen in het feit, dat de waarden bij King voor C_x en die bij Abbot voor a zijn afgeleid in de veronderstelling dat de formule van Bouguer mag worden toegepast. Eerst indien de door mij bedoelde correctie mede in aanmerking wordt genomen bij het verwerken der uitkomsten van stralingsmetingen zal omtrent de waarden van h meer met zekerheid zijn te zeggen.

Bij de volgende beschouwingen heb ik steeds de mij ten dienste staande uitkomsten van zonnewaarnemingen moeten gebruiken.

Den invloed der correctie, welke ik op 't oog heb, bespreek ik nog kort in aansluiting aan de volgende kwesties:

a. Een discontinuïteit in de lijnen van diagram I bij King (l. c., 425).
b. Intensiteitsmetingen van de zonnestraling bij verschillende zenithafstanden van de zon.
c. De waarde van de zonneconstante.
d. Het maximum in het energiespectrum van de zonnestraling.

a. Voor uitkomsten van waarnemingen te Washington, Potsdam, op Mount Wilson en op Mount Whitney heeft King langs grafischen weg het verband gegeven tusschen λ^{-4} (afgezet op X-as; de factor s in h is evenredig met λ^{-4}) en C_x (op Y-as). C_x bevat bij King behalve h nog een term, die betrekking heeft op absorptie. Is de absorptie gering (wat voor 't infrarood door waterdamp niet zal gelden, doch overigens vrijwel mag worden aangenomen) dan mag voor C_x worden gesteld h en moet verwacht worden dat de lijnen elkaar in den oorsprong van coördinaten snijden.

Omdat ik, zooals reeds eerder gezegd, de uitkomsten moest gebruiken, die berusten op waarnemingen bij welker bewerking de formule van Bouguer werd toegepast, kon ik de door mij verkregen lijnen niet voldoende beoordeelen. Zeker was echter, dat indien ik uit de transmissiecoëfficiënten voor de verschillende stations met behulp van een bij de tabel der coëfficiënten voor I_0 als functie van h (§ 3) behoorende kromme de waarden h afleidde, ik een geheel ander verloop kreeg dan in het door King geteekende diagram.

b. Voor zenithafstanden van 0°, 60°, $70^\circ\,32'$ en $75^\circ\,32'$, waarvoor de waarden van $\sec z$ respectievelijk 1, 2, 3 en 4 zijn, wordt op pag. 286 van „The Sun" voor het golflengtegebied 0,00 tot 0,45 μ als straling op Mount Whitney opgegeven 0,250;

0,206; 0,165; 0,127 calorieën per cm^2 per minuut. De straling voor hetzelfde golflengtegebied buiten de atmosfeer wordt gegeven als 0,304 calorieën per cm^2 per minuut.

Het verloop zou volgens de formule van Bouguer te verklaren zijn.

Volgens de waarnemingen is de verhouding van de intensiteiten voor $\sec z = 2$ en $\sec z = 4$ tot die voor $\sec z = 1$ respectievelijk 0,82 en 0,51.

Volgens de formule van Bouguer zou uit de intensiteiten voor $\sec z = 1$ en die buiten de atmosfeer voor diezelfde verhouding zijn af te leiden respectievelijk 0,82 en 0,55.

Neemt men nu $h = \frac{1}{4}$ en past de correctie toe (de verhouding van 0,250 en 0,304 is 0,82 en komt hier dus goed mee overeen), dan vindt men 0,81 en 0,53.

c. Voor het golflengtegebied 0,00 μ tot 0,45 μ, waarbinnen in aansluiting aan de gegevens bij King en Abbot h voor Mount Whitney zou varieeren van 1 tot 0,2, zou de intensiteitsverzwakking door verstrooiïng bij in aanmerking nemen van de correctie zooveel minder zijn dan wordt aangenomen dat voor de intensiteit buiten de atmosfeer 0,274 in plaats van 0,304 (cal. per cm^2 per minuut) mag worden gesteld.

Voor het golflengtegebied 0,45 tot 0,70 μ, waarbinnen h zou veranderen van 0,2 tot 0,06 zou op dezelfde wijze 0,712 in plaats van 0,726 kunnen worden genomen.

Voor het gebied van 0,70 tot ∞ zou de invloed te verwaarloozen zijn.

De totale straling zou daardoor 1,883 in plaats van 1,927 worden.

Deze getallen zijn gegeven in aansluiting aan tabel XVIII uit „The Sun" van Abbot. Het komt mij voor, dat ik den invloed der correctie hierbij klein heb genomen en dat uitvoeriger berekeningen zullen doen uitkomen dat hij grooter moet zijn.

d. Door de sterke wijziging van h voor verschillende golflengten en den daaruit voortvloeienden minderen of meerderen invloed van de correctie van § 3 zal de golflengte, waarvoor de energie in het energiespectrum der zonnestraling maximaal is, een zij 't ook niet veel verschillende toch andere waarde hebben dan tot dusver werd aangenomen.

Summary.

Generally the formula of Bouguer is employed for the intensity of solar radiation transmitted by the atmosphere of the earth.

In using it one includes what is lost by scattering in this atmosphere but omits what is won by the same cause.

Numerical results have shown this omission must not be overlooked and have demonstrated the importance with regard to:

a. a discontinuity in the curves of the variation of coefficients of atmospheric attenuation with wave-length as drawn by King;

b. measurements of intensity of solar radiation for different air masses;

c. the value of the solar constant;

d. the maximum in the energy spectrum of solar radiation.

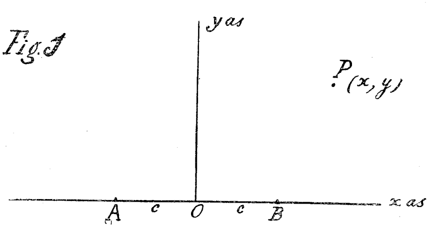
Bussum, September 1923.

DE POTENTIAAL VAN EEN OMWENTELINGS-ELLIPSOÏDE

door W. UITTERDIJK.

In het leerboek van M. Abraham und A. Föppl vindt men de berekening van den potentiaal van een omwentelingsellipsoïde, waarvan de lange as de omwentelingsas is. Alles wordt daar teruggebracht tot een gelijkmatige verdeeling van de totale lading op de lijn, die de brandpunten verbindt. Het overzicht is op deze wijze zoo eenvoudig, dat ik heb getracht, het geval, waarin de korte as omwentelingsas is, op soortgelijke wijze te behandelen. Het resultaat van mijn zoeken vindt men in de volgende bladzijden. Daar de beschouwing van beide gevallen feitelijk een geheel is, was ik genoodzaakt, de afleiding van het geval van de gerekte omwentelingsellipsoïde er bij te voegen, hoewel deze in beginsel natuurlijk overeenstemt met die van Abraham-Föppl.

Fig. 1



We denken ons op de lijn $AB\ (=2c)$, waarvan we de punten door den coördinaat ξ aanduiden, een lading Q gelijkmatig verdeeld. Op elk element $d\xi$ zit dus $\frac{2c}{Q}d\xi$ en de potentiaal φ in een punt P is dan volgens de gemodificeerde eenheden van Prof. Lorentz

$$\varphi = \frac{Q}{8\pi c}\int_{-c}^{+c}\frac{d\xi}{\sqrt{(x-\xi)^2+y^2}} = \frac{Q}{8\pi c}\ \lg\ \frac{x+c+\sqrt{(x+c)^2+y^2}}{x-c+\sqrt{(x-c)^2+y^2}} \quad (1)$$

Deze formule kan belangrijk worden vereenvoudigd. De vormen $\sqrt{(x+c)^2+y^2}$ en $\sqrt{(x-c)^2+y^2}$ stellen de afstanden voor van punt P naar de punten A en B. We zullen ze aanduiden door ϱ_1 en ϱ_2. Opmerkende, dat $(\varrho_1+\varrho_2)\,(\varrho_1-\varrho_2) = 4\,c\,x$ is, vinden we nu

$$\frac{x+c+\sqrt{(x+c)^2+y^2}}{x-c+\sqrt{(x+c)^2+y^2}} = \frac{x/c+\varrho_1/c+1}{x/c+\varrho_2/c-1} =$$

$$\frac{\left(\frac{\varrho_1+\varrho_2}{2c}+1\right)\left(\frac{\varrho_1-\varrho_2}{2c}+1\right)}{\left(\frac{\varrho_1+\varrho_2}{2c}-1\right)\left(\frac{\varrho_1-\varrho_2}{2c}+1\right)} = \frac{\frac{\varrho_1+\varrho_2}{2c}+1}{\frac{\varrho_1+\varrho_2}{2c}-1}$$

En hieruit volgt onmiddellijk, dat φ constant is, als P op een ellips ligt, want door $\varrho_1+\varrho_2$ constant wordt een ellips gedefinieerd. Stellen we de constante som $\varrho_1+\varrho_2$ voor door $2a$ (de groote as) dan vinden we voor den potentiaal van de ellipsoïde, die door de wenteling van de kromme om $A\,B$ wordt verkregen

$$\varphi = \frac{Q}{8\pi c}\ \lg\ \frac{a+c}{a-c}. \quad (2)$$

Denken we ons de lijn $A\,B$ steeds korter wordend en blijven we dezelfde hoeveelheid Q over haar verdeelen, dan wordt de ellipsoïde hoe langer hoe minder gerekt. Als eindelijk Q in punt O is geconcentreerd, is de ellipsoïde een bol geworden, want de formule (2) blijft dan nog doorgaan blijkens de volgende herleiding: Als c nadert tot den limiet nul hebben we

$$\lim\ \varphi = \lim\ \frac{Q}{8\pi c}\ \lg\ \frac{1+\frac{c}{a}}{1-\frac{c}{a}}$$

$$= \lim\ \frac{Q}{4\pi c}\left(\frac{c}{a}+\frac{c^3}{3a^3}+\frac{c^5}{5a^5}+\cdots\cdots\right)$$

$$= \frac{Q}{4\pi a},$$

waarin a dan de straal van den bol is.

De vormsverandering van de ellipsoïde is hier echter nog niet afgesloten. De bol kan overgaan in de geleidelijk zich meer en meer afplattende ellipsoïde. En nu rijst het vermoeden, dat de formule (2) ook nog verder reikt en dat de verdeeling van de lading over een steeds groeienden cirkel met O als middelpunt en loodrecht staande op AB kan worden beschouwd als de voortzetting van de concentratie van de lading op de regelmatig zich tot nul verkortende lijn AB.

In de eerste plaats dienen we nu te weten, hoe we ons de electriciteitsverdeeling op den cirkel moeten voorstellen. En daarvoor is het noodig, dat we eerst nog de gerekte ellipsoïde iets nader beschouwen.

De vergelijking

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \qquad (3)$$

bepaalt een ellips. Stellen we ons voor, dat deze lijn wentelt om de lange as, dan krijgen we een gerekte ellipsoïde. Op deze wijze is de ellipsoïde volkomen door de vergelijking (3) bepaald.

Nu weten we, dat de krachtlijnen loodrecht staan op de aequipotentiaalvlakken en dat confocale ellipsen en hyperbolen elkaar loodrecht snijden. Bij wenteling beschrijven de hyperbolen natuurlijk hyperboloïden en deze geven in hun doorsnijding met meridiaanvlakken door de omwentelingsas dan een beeld van het verloop der krachtlijnen. We zullen ze voorstellen door de vergelijking

$$\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{b_1^2} = 1. \qquad (4)$$

We zouden hier in plaats van het plusteeken het minteeken hebben kunnen nemen, doch in verband met het volgende geven we er de voorkeur aan, in b_1 een imaginair getal te zien. Hier tegen bestaat trouwens niet het minste bezwaar, want a_1 en b_1 staan tot elkaar in dezelfde formeele betrekking als a en b, n.l.

$$\begin{aligned} b^2 &= a^2 - c^2 \\ b_1^2 &= a_1^2 - c^2 . \end{aligned} \qquad (5)$$

Het eenige verschil is, dat we bij de ellips $a \geqq c$ en bij den hyperbool $a_1 \leqq c$ moeten nemen.

Voor elke bepaalde waarde van c nemen we a en a_1 als de parameters. Varieeren we a, dan krijgen we niveauvlakken en door een geschikt varieeren van a_1 krijgen we een beeld van het krachtveld.

Door het oplossen van (3) en (4) vinden we gemakkelijk voor de snijpunten van ellips en hyperbool

$$x^2 = \frac{a^2 a_1^2}{c^2},\ y^2 = -\frac{b^2 b_1^2}{c^2}.$$

We krijgen dus vier snijpunten met de coördinaten

$$x = \pm \frac{a a_1}{c},\ y = \pm \frac{i b b_1}{c} \tag{6}$$

Omdat b_1 imaginair is, is y hier evengoed als x reëel.
Uit (6) volgt

$$d x = \pm \frac{a_1}{c} d a,\ d y = \pm \frac{i b_1}{c} d b.$$

Omdat $a^2 - c^2 = b^2$ is en dus $d b = \frac{a}{b} d a$, krijgen we

$$d x = \pm \frac{a_1 b}{b c} d a,\ d y = \pm \frac{i a b_1}{b c} d a.$$

Voor den afstand tusschen twee confocale ellipsoïden vinden we dus

$$\sqrt{(d x)^2 + (d y)^2} = \frac{\sqrt{a_1^2 b^2 - a^2 b_1^2}\, d a}{b c}.$$

Als we in de formule (2) a nemen als onafhankelijke veranderlijke, vinden we

$$d \varphi = \frac{d}{d a} \frac{Q}{8 \pi c} lg \frac{a + c}{a - c},$$
$$= -\frac{Q}{4 \pi} \frac{d a}{a^2 - c^2} = -\frac{Q}{4 \pi b^2} d a.$$

Wanneer de eenheid van electriciteit wordt verplaatst over den afstand $\frac{\sqrt{a^2_1 b^2 - a^2 b_1^2}}{b c} d a$, verrichten de krachten van het veld den arbeid $\frac{Q}{4 \pi b^2} d a$. En hieruit volgt, dat de veldsterkte is

$$\frac{Q\,c}{4\,\pi\,b\,\sqrt{a_1^2\,b^2 - a^2\,b_1^2}}\,. \tag{7}$$

Uit deze formule kunnen we nu gemakkelijk afleiden, hoe we ons de electriciteitsverdeeling op den straks genoemden cirkel moeten voorstellen, als we aannemen, dat de formule (2) ook voor de afgeplatte ellipsoïde geldt. Laten we de lijn $A\,B$ geleidelijk naderen tot nul, dan gaat zooals we reeds opmerkten de ellipsoïde over in een bol en in de eerste van de betrekkingen (5) wordt b^2 dus gelijk a^2. Gaat de bol over in de afgeplatte ellipsoïde, dan wordt c^2 negatief. Wij kunnen c dus b.v. gelijk $i\,c_0$ stellen. In plaats van a wordt dan b de halve lange as. De kromme blijft echter wentelen om de lijn, waarop we a vinden en daardoor beschrijven de brandpunten een cirkel met den straal c_0. En dit is de cirkel, waarop we de electriciteitsverdeeling moeten bepalen.

Als inderdaad de formule (2) voor imaginaire waarden van c blijft doorgaan, moet de gevonden veldsterkte ook voor de afgeplatte ellipsoïde gelden. Want we kunnen in de tweede formule van (5) ook onmiddellijk imaginaire waarden van c invoeren. Bij de ellipsoïde nemen we dan $a^2 \geqq 0$ en bij den hyperbool $a_1^2 \leqq 0$. Dan wordt b_1^2 positief, want we moeten a_1^2 niet zoo ver beneden nul laten dalen, dat b_1^2 ook in dit geval negatief wordt, daar het geval a_1 en b_1 beide imaginair geen physische beteekenis meer geeft. Deze voorwaarden in acht nemende, kunnen we zeggen, *dat a en b altijd reëel zijn, terwijl b_1 imaginair is, als c reëel is en a_1 imaginair, als c imaginair is* Aan al onze voorgaande herleidingen verandert op deze wijze niets en dus blijft (7) doorgaan.

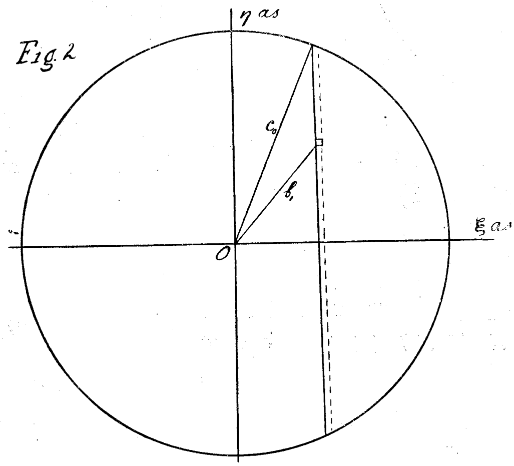
Laten we nu aannemen, dat de afgeplatte ellipsoïde zich geleidelijk zoo wijzigt dat a nadert tot den limiet nul. Het vlak wordt dan de cirkel met c_0 als straal en (7) gaat over in $\dfrac{Q\,c}{4\pi a_1 b^2}$. Uit de eerste der betrekkingen (5) volgt $b = i\,c = c_0$ en uit de tweede $a_1^2 = c^2 + b_1^2 = -\,c_0^2 + b_1^2$, dus $a_1 = i\sqrt{c_0^2 - b_1^2}$. Brengen we deze waarden in de formule $\dfrac{Q\,c}{4\pi a_1 b^2}$, dan vinden we, als we ook daar c door $i\,c_0$ vervangen $\dfrac{Q}{4\,\pi\,c_0\sqrt{c_0^2 - b_1^2}}$.

Deze kracht staat loodrecht op het vlak en wijst naar buiten: dus aan weerskanten van het vlak in tegengestelde richting. Bij het passeeren van het vlak maakt ze dus een sprong van $\dfrac{Q}{2\pi c_0 \sqrt{c_0^2 - b_1^2}}$. En omdat deze sprong numeriek gelijk is aan de oppervlaktedichtheid in de onmiddellijke omgeving van het punt van doorgang, hebben we dus tevens de functie, die de electriciteitsverdeeling bepaalt, gevonden.

Nu moeten we onderzoeken, of uit deze verdeelingswet de functie (2) kan worden afgeleid. Daarvoor geven we ze eerst een anderen vorm. Een oppervlakte-element $d\eta\, d\xi$ (zie fig. 2) is bedekt met de lading

$$\frac{Q}{2\pi c_0} \frac{d\eta\, d\xi}{\sqrt{c_0^2 - b_1^2}}.$$

Fig. 2



Hier is b_1 de afstand van O tot het punt waar de hyperbolische krachtlijn door het cirkelvlak gaat. Nu kunnen we blijkbaar $c_0^2 - b_1^2$ vervangen door $\eta_1^2 - \eta^2$, waarin η de ordinaat is van het oppervlakte-element en η_1 die van het snijpunt op den cirkel. We vinden dus voor de lading op dit element

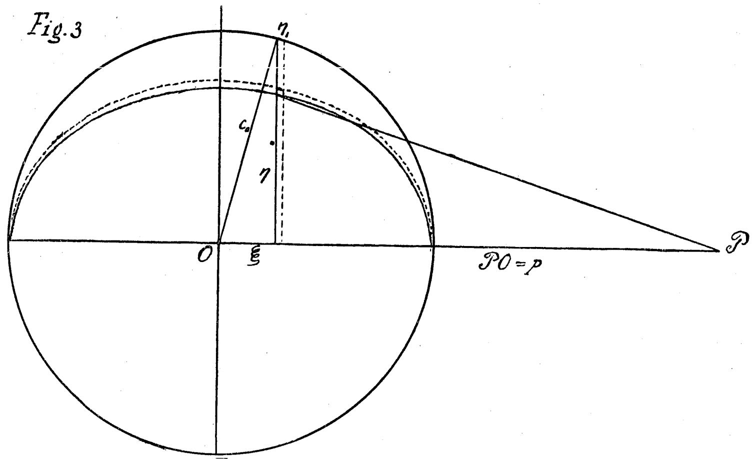
$$\frac{Q}{2\pi c_0} \frac{d\eta\, d\xi}{\sqrt{\eta_1^2 - \eta^2}}.$$

In dezen vorm kunnen we uit de verdeelingswet een belangrijke eigenschap afleiden. We hebben n.l.

$$\frac{Q\, d\xi}{2\pi c_0} \int_{-\eta_1}^{+\eta_1} \frac{d\eta}{\sqrt{\eta_1^2 - \eta^2}} = \frac{Q\, d\xi}{2\pi c_0} \operatorname{bg} \sin \frac{\eta_1}{\eta} \Bigg/_{-\eta_1}^{+\eta_1} = \frac{Q}{2c}\, d\xi.$$

We zien dus, dat steeds tusschen twee op elkaar volgende ordinaten, die een gelijk element $d\xi$ van elkaar verwijderd zijn, evenveel electriciteit zit. En deze opmerking geldt blijkbaar voor elk willekeurig assenstelsel.

Fig. 3



We bepalen nu den potentiaal in een punt, dat den afstand x loodrecht boven P ligt (Zie fig. 3).

We vinden

$$\varphi = \frac{Q}{8\pi^2 c_0} \iint \frac{d\eta\, d\xi}{\sqrt{\eta_1^2 - \eta^2}\sqrt{(p-\xi)^2 + \eta^2 + x^2}}\,. \tag{8}$$

We stellen nu $\eta = \mu\, \eta_1$.

Dan hebben we $d\eta = \eta_1\, d\mu$

$$\sqrt{\eta_1^2 - \eta^2} = \eta_1 \sqrt{1-\mu^2}$$
$$\eta^2 = \mu^2\, \eta_1^2 = \mu^2 (c_0^2 - \xi^2)\,.$$

En hierdoor krijgt (8) den vorm

$$\varphi = \frac{Q}{8\pi^2 c_0} \iint \frac{d\mu\, d\xi}{\sqrt{1-\mu^2}\sqrt{p^2 + x^2 + \mu^2 c_0^2 - 2p\xi + (1-\mu^2)\xi^2}}\,. \tag{9}$$

Het voordeel van deze subsitutie is, dat we nu eerst kunnen integreeren ten opzichte van ξ, daarbij μ en $d\mu$ als constanten nemend. Laten we μ geleidelijk klimmen van 0 tot 1, dan beteekent dit, dat we het vlak tusschen twee opvolgende ordinaten in een serie elementen verdeelen. Denken we ons het geheele vlak verdeeld in lange rechthoekjes, zooals er één in fig. 3 is geteekend, dan krijgen we op alle rechthoekjes bij een bepaalde μ en $d\mu$ een element met constante lading. Al die elementen liggen tusschen twee oneindig dicht bij elkaar liggende ellipsen (in de fig. half geteekend). We kunnen ons een oneindig aantal ellipsen in de figuur denken, bij elke waarde van μ één. Ze verdeelen de opeenvolgende rechthoekjes ten opzichte van de lading precies op dezelfde wijze.

De functie (9) kan nu aldus worden geschreven:

$$\varphi = \frac{Q}{8\pi^2 c_0} \int \frac{d\mu}{\sqrt{1-\mu^2}} \int \frac{d\xi}{\sqrt{p^2 + x^2 + \mu^2 c_0^2 - 2p\xi + (1-\mu^2)\xi^2}} \,. \quad (10)$$

Eerst nemen we de integratie ten opzichte van ξ. We krijgen

$$\int_{-c_0}^{+c_0} \frac{d\xi}{\sqrt{p^2 + x^2 + \mu^2 c_0^2 - 2p\xi + (1-\mu^2)\xi^2}} = \quad (11)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\mu^2}} \lg \Big\{ -p + (1-\mu^2)\xi + $$

$$+ \sqrt{1-\mu^2}\sqrt{p^2 + x^2 + \mu^2 c_0^2 - 2p\xi + (1-\mu^2)\xi^2} \Big\} \Big/_{-c_0}^{+c_0} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\mu^2}} \lg \frac{-p + (1-\mu^2)c_0 + \sqrt{1-\mu^2}\sqrt{(p-c_0)^2 + x^2}}{-p - (1-\mu^2)c_0 + \sqrt{1-\mu^2}\sqrt{(p+c_0)^2 + x^2}} \,.$$

Noemen we $\sqrt{(p+c_0)^2 + x^2}$, $\sqrt{(p-c_0)^2 + x^2}$ en $\sqrt{1-\mu^2}$

ϱ_1 , ϱ_2 en ν,

dan wordt de breuk, waaruit de logarithme moet worden genomen

$$\frac{-\dfrac{p}{c_0} + \dfrac{\varrho_2}{c_0}\nu + \nu^2}{-\dfrac{p}{c_0} + \dfrac{\varrho_1}{c_0}\nu - \nu^2} = \frac{\left(\dfrac{\varrho_1 + \varrho_2}{2c_0} + \nu\right)\left(\dfrac{\varrho_2 - \varrho_1}{2c_0} + \nu\right)}{\left(\dfrac{\varrho_1 + \varrho_2}{2c_0} - \nu\right)\left(\dfrac{\varrho_2 - \varrho_1}{2c_0} + \nu\right)} = \frac{\dfrac{\varrho_1 + \varrho_2}{2c_0} + \nu}{\dfrac{\varrho_1 + \varrho_2}{2c_0} - \nu} \,,$$

En hierdoor kunnen we voor (11) schrijven

$$\frac{1}{\sqrt{1-\mu^2}} \lg \frac{\dfrac{\varrho_1 + \varrho_2}{2c_0} + \sqrt{1-\mu^2}}{\dfrac{\varrho_1 + \varrho_2}{2c_0} - \sqrt{1-\mu^2}} \,.$$

We hebben echter nog maar geïntegreerd over de helft van de ellips. Nemen we de andere helft, die in fig. 3 niet is geteekend, erbij, dan wordt de uitkomst tweemaal zoo groot. En zoo wordt eindelijk (10)

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi^2 c_0} \int \frac{d\mu}{1-\mu^2} \lg \frac{\frac{\varrho_1+\varrho_2}{2\,c_0} + \sqrt{1-\mu^2}}{\frac{\varrho_1+\varrho_2}{2\,c_0} - \sqrt{1-\mu^2}} .$$

Uit deze formule blijkt reeds, dat de aequipotentiaalvlakken ellipsoïden zijn want als we $\varrho_1 + \varrho_2$ maar constant houden, krijgen we steeds dezelfde uitkomst. Stellen we $\varrho_1 + \varrho_2$ (de groote as) voor door $2\,a$ en noemen we de excentriciteit ε, dan krijgen we na een kleine herleiding

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi^2 c_0} \int \frac{d\mu}{1-\mu^2} \lg \frac{1+\varepsilon\sqrt{1-\mu^2}}{1-\varepsilon\sqrt{1-\mu^2}} .$$

We moeten hier integreeren tusschen de grenzen 0 en 1.

Stellen we nu $\mu = \cos\Theta$, dan vinden we

$$\varphi = -\frac{Q}{4\pi^2 c_0} \int_0^1 \frac{d\Theta}{\sin\Theta} \lg \frac{1+\varepsilon\sin\Theta}{1-\varepsilon\sin\Theta}$$

$$= -\frac{Q}{4\pi^2 c_0} \int_0^1 d\Theta \left(\varepsilon + \frac{\varepsilon^3}{3}\sin^2\Theta + \frac{\varepsilon^5}{5}\sin^4\Theta + \dots\right).$$

En hieruit volgt na eenige herleidingen

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi c_0}\left(\varepsilon + \frac{1}{2}\frac{\varepsilon^3}{3} + \frac{1\,.\,3}{2\,.\,4}\frac{\varepsilon^5}{5} + \dots\right) \tag{12}$$

$$= \frac{Q}{4\pi c_0} \operatorname{bg}\sin\varepsilon .$$

Een herleiding over een reeksontwikkeling is over het algemeen niet verkieslijk. We kunnen ze hier ook best vermijden. Als we hebben aangetoond, dat de potentiaal over het vlak van een ellipsoïde constant is, mogen we hem wel berekenen van uit den top. De afstand van den top tot een punt van het cirkelvlak stellen we s (de grootste waarde van s is dus de halve groote as α) en een oppervlakte-element van den cirkel duiden we op de gewone wijze aan door $b_1\, d\, b_1\, d\, \Theta$. We vinden dan

$$\varphi = \frac{Q}{8\,\pi^2\, c_0} \int\limits_0^{c_0} \int\limits_0^{2\pi} \frac{b_1\, d\, b_1\, d\, \Theta}{s \sqrt{c_0^{\,2} - b_1^{\,2}}}$$

$$= \frac{Q}{4\,\pi\, c_0} \int\limits_0^{c_0} \frac{b_1\, d\, b_1}{s \sqrt{c_0^{\,2} - b_1^{\,2}}}.$$

Nu is $d \sqrt{c_0^{\,2} - b_1^{\,2}} = - \dfrac{b_1\, d\, b_1}{\sqrt{c_0^{\,2} - b_1^{\,2}}}$.

We krijgen dus

$$\varphi = \frac{Q}{4\,\pi\, c_0} \int\limits_0^{c_0} \frac{d \sqrt{c_0^{\,2} - b_1^{\,2}}}{s} = \frac{Q}{4\,\pi\, c_0} \int\limits_0^{c_0} \frac{d \sqrt{c_0^{\,2} - b_1^{\,2}}}{\sqrt{\alpha^2 - (c_0^{\,2} - b_1^{\,2})}},$$

$$\text{of} \quad \varphi = \frac{Q}{4\,\pi\, c_0}\, bg \sin \frac{c_0}{\alpha}$$

$$= \frac{Q}{4\,\pi\, c_0}\, bg \sin \varepsilon .$$

En hiermede hebben we de formule (12) terug.

Dat de gevonden formule inderdaad dezelfde is als (2) blijkt uit de volgende herleiding Vervangen we in (2) de waarde c door $i\, c_0$, dan krijgen we

$$\varphi = \frac{Q}{8\,\pi\, i\, c_0} \lg \frac{a + i\, c_0}{a - i\, c_0}$$

$$= \frac{Q}{8\,\pi\, i\, c_0} \lg \frac{(a + i\, c_0)^2}{a^2 + c_0^{\,2}}$$

$$= \frac{Q}{4\,\pi\, i\, c_0} \lg \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + c_0^{\,2}}} + i \frac{c}{\sqrt{a^2 + c_0^{\,2}}} \right).$$

Noemen we bg sin $\dfrac{c}{\sqrt{a^2 + c_0^{\,2}}} \ldots . \psi$, dan wordt dit

$$\varphi = \frac{Q}{4\,\pi\,i\,c_0} \lg (\cos \psi + i \sin \psi)$$

$$= \frac{Q}{4\,\pi\,i\,c_0} \lg e^{i\,\psi}$$

$$= \frac{Q}{4\,\pi\,i\,c_0}\, i\,\psi$$

$$= \frac{Q}{4\,\pi\,c_0} \operatorname{bg} \sin \frac{c_0}{\sqrt{a^2 + c_0^2}}$$

$$= \frac{Q}{4\,\pi\,c_0} \operatorname{bg} \sin \varepsilon\,.$$

En hiermede is thans bewezen, dat inderdaad de formule (2) ook doorgaat voor de afgeplatte ellipsoïde.

Wij zullen nu nog eenige verdere conclusies trekken uit de gevonden formules. Ze gelden natuurlijk voor de gerekte en de afgeplatte ellipsoïde beide.

In de eerste plaats zullen we de veldsterkte (7) een eenvoudiger vorm geven. De raaklijn aan $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ in punt $\frac{a\,a_1}{c}, \frac{i\,b\,b_1}{c}$ is

$$\frac{x\,a_1}{c\,a} + \frac{i\,ij\,b^2}{c\,b} = 1$$

of

$$a_1\,b\,x + i\,a\,b_1\,ij - a\,b\,c = 0\,.$$

Door deze vergelijking in den normaalvorm te brengen, vinden we voor de loodlijn uit den oorsprong op de raaklijn (en dus op het raakvlak aan de ellipsoïde)

$$l = \frac{a\,b\,c}{\sqrt{a_1^2\,b^2 - a^2\,b_1^2}}\,.$$

En als we deze waarde in (7) invoeren, vinden we voor de veldsterkte

$$\frac{Q\,l}{4\,\pi\,a\,b^2}, \tag{13}$$

waarin we l als vektor kunnen beschouwen.

Als we ons voorstellen, dat een aequipotentiaalvlak door een geleidend oppervlak is ingenomen en we brengen daarop een lading gelijk aan Q, doch van het tegengestelde teeken, dan mogen we uit Faraday's ijsemmerproef besluiten, dat alle werking naar buiten is opgeheven. Hieruit volgt, dat het vektorveld van de tweede lading tegengesteld is aan het oorspronkelijke. Laten we dus de lading van binnen weg en brengen op het buitenvlak een lading Q van het teeken der oorspronkelijke lading, dan hebben we het oorspronkelijke vektorveld terug. Wenschen we nu de dichtheid van de lading op het oppervlak te kennen, dan kunnen we die uit het vektorveld afleiden. Daarvoor merken we op, dat de krachten loodrecht op het oppervlak staan. Omdat de normale component van de kracht steeds een sprong maakt bij het passeeren van zulk een vlak, die numeriek gelijk is aan de oppervlaktelading en omdat binnen de ellipsoïde de kracht nul is, zijn (7) en (13) dus tevens de oppervlaktedichtheid van de lading.

Wanneer we willen weten, hoeveel electriciteit er zit op een ring, die door twee opvolgende hyperbolen van de ellipsoïde wordt afgezonderd, moeten we eerst weten, hoe groot de afstand is van de twee cirkels, die den ring begrenzen. Door een herleiding volkomen gelijk aan die, welke ons den afstand van twee confocale ellipsen deed vinden, krijgen we

$$\frac{\sqrt{a^2 b_1^2 - a_1^2 b^2}}{b_1 c}\, d a_1 .$$

De y coördinaat is de straal van den cirkel. De omtrek is dus

$$\frac{2 \pi i b b_1}{c} .$$

Het oppervlak van den ring is dus

$$\frac{2 \pi i b \sqrt{a^2 b_1^2 - a_1^2 b^2}}{c^2}\, d a_1 = \frac{2 \pi b \sqrt{a_1^2 b^2 - a^2 b_1^2}}{c^2}\, d a_1 .$$

Vermenigvuldigen we dit met de oppervlaktedichtheid volgens de formule (7) dan vinden we voor de lading op den ring $\frac{Q}{2c} d a_1$.

In deze eenvoudige formule liggen de aanvangsonderstellingen omtrent de electriciteitsverdeeling op de rechte lijn en den cirkel opgesloten. Laten we a naderen tot c, dan wordt de gerekte ellipsoïde een lijn en hebben we de ladingsverdeeling op de lijn AB uit fig. 1 terug. De ladingsverdeeling op het cirkelvlak bij de afgeplatte ellipsoïde kan natuurlijk ook uit onze uitkomst worden gevonden. We laten de herleiding hier echter achterwege, omdat we de bedoelde verdeelingswet reeds uit (7) hebben afgeleid.

De lading op de lijn en het cirkelvlak is te beschouwen als de projectie van de lading der ellipsoïde in de richting der krachtlijnen, wat trouwens ook direct volgt uit de algemeene theorie van de krachtbuizen.

Ten slotte merken we nog op, dat de mathematisch volkomen gewettigde aanvangsonderstellingen geenszins overeenstemmen met de physische evenwichtsvoorwaarden van een lading op een rechte lijn of een cirkelvlak. Al laten we een ellipsoïde ook naderen tot een rechte lijn of cirkel, we krijgen toch nooit een werkelijke lijn of vlak. Bij oneindige vergrooting zou het gebogen vlak toch steeds weer voor den dag komen.

's-Gravenhage, 8 Sept. 1923.

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 29 September 1923, in het Natuurkundig Laboratorium der Universiteit te Amsterdam.

De Heer G. Hertz houdt een voordracht:

Over de lichtopwekking door electronenbotsing.

Het uitzenden van een spectraallijn door een atoom gaat volgens de theorie van Bohr samen met den overgang van het atoom uit een stationairen toestand A naar een anderen stationairen toestand B van lagere energie. Wanneer het uitzenden der spectraallijn veroorzaakt wordt door de botsing van een electron tegen het atoom, dan zal het electron bij de botsing zooveel energie moeten overdragen, dat het atoom daardoor uit zijn normalen toestand wordt overgebracht in den toestand A met de hoogere energie. De met deze overgedragene energie correspondeerende spanning kan de aanslagspanning voor de bedoelde spectraallijn worden genoemd.

De juistheid van deze opvatting kon voor de resonantielijnen van een aantal elementen experimenteel worden aangetoond; de aanslagspanning hangt hier volgens de betrekking $e\,V = h\,\nu$ samen met de frequentie der resonantielijn. Dit resultaat is een sterk bewijs voor het quanteuze karakter van het emissieproces, maar zegt niets voor of tegen het atoommodel van Bohr: een oscillator van Planck met de frequentie van de resonantielijn zou precies hetzelfde gedrag moeten vertoonen.

Voor de hoogere lijnen der spectraalreeksen hebben verschillende onderzoekers (o.a. Foote en Mohler, Davies, Déjardin) uit hunne metingen afgeleid, dat hierbij geen overeenstemming met de theorie van Bohr aanwezig is; het geheele boogspectrum zou volgens hen eerst kunnen optreden na overschrijding van de ionisatiespanning.

Daar dit resultaat niet zeer waarschijnlijk leek, doch vermoedelijk in een niet doeltreffende inrichting der proefneming zijn oorzaak vond, kwam het mij van belang voor te trachten deze kwestie door geschikt gekozen experimenten op te helderen. Het resultaat van deze proeven was, dat wel degelijk overeenstemming met de theorie van Bohr werd gevonden.

De keuze van de geschikte omstandigheden bleek bij deze proeven van groot belang te wezen; vooreerst moet de stroomsterkte voldoende klein worden genomen, om storing door ruimteladingen te vermijden; ook is het noodig de geometrische opstelling zoo te kiezen, dat ook boven de ionisatiespanning geen zelfstandige ontlading (boog) kan optreden. Ten slotte moet ervoor gezorgd worden, dat de potentiaalverschillen tusschen de verschillende punten der electronenbron niet grooter dan ongeveer 0,1 Volt zijn, daar de verschillen tusschen de aanslagspanningen der spectraallijnen dikwijls slechts enkele tienden deelen van een Volt bedragen.

Om zoo goed mogelijk aan deze verschillende voorwaarden te voldoen, werd een apparaat gebruikt waarin als electronenbron een oxyde-kathode werd gebezigd; deze kathode bevond zich op een afstand van niet meer dan 0,5 mm. van een fijn metalen gaasje; de electronen die door het electrische veld versneld werden, traden door dit gaas een veldvrije ruimte binnen. In deze ruimte botsten ze tegen de atomen van het gas. De daarbij optredende lichtemissie werd op gebruikelijke wijze onderzocht door de bij verschillende spanningen optredende spectra visueel of photografisch te onderzoeken.

De experimenten werden tot nu toe alleen gedaan met helium, neon, kwik, zink en thallium en bleven in hoofdzaak beperkt tot het zichtbare spectrum. Door geschikte keus van de spanning die de electronen hunne versnelling geeft, gelukt het b.v. om in helium een spectrum te krijgen waarin de lijnen 7066, 6678, 5876, 5016, 3889 met groote intensiteit aanwezig zijn, terwijl de lijnen 5048, 4713, 4472, 4121, 3964 en volgende ontbreken. Bij geleidelijke verhooging van de aangelegde spanning, m. a. w. van de snelheid der electronen, komen deze ontbrekende lijnen successievelijk te voorschijn en wel in een volgorde die geheel overeenstemt met hun aanslagspanningen, zooals deze zich uit de bijbehoorende „termen" laten berekenen.

Bij neon is het mogelijk om de groep der roode neonlijnen te verkrijgen, zonder dat tevens de onder gewone omstandigheden veel sterkere gele neonlijn optreedt; de aanslagspanning van deze gele lijn is dan ook ongeveer 0.4 Volt hooger dan die der roode lijnen. In kwikdamp geven electronen met een snelheid overeenkomend met 8 Volt een spectrum dat in het gebied dat met de glasspectograaf toegankelijk is, alleen uit het triplet 5461, 4358, 4047 en de lijn 4077 bestaat.

Een dergelijk bedrag vertoont ook zink. Bij thallium werd als resultaat van een voorloopige meting de waarde van de aanslagspanning voor de groene thalliumlijn 3.5 Volt gevonden. Dit is opnieuw een bewijs er voor dat hier de $2\,p_2$-toestand de normale toestand is, zooals Grotrian onlangs ook uit absorptie-waarnemingen heeft afgeleid.

Na de voordracht van den heer Hertz, leidde de voorzitter de besprekingen in over de vraag, of de Vereeniging toe zou treden tot de in December te constitueeren Union Internationale de Physique pure et appliquée. (Zie *Physica*, 2, p. 395). Hij gaf een uiteenzetting van de motieven voor en tegen, die in den boezem van het bestuur tegen elkander hadden opgewogen, zoodat dit als zoodanig geen voorstel aan de vergadering wilde doen.

Geen der sprekers bleek zich te kunnen vereenigen met de bepaling in de statuten der Union, die zekere landen van deelneming uitsluit; slechts verschilde men van gevoelen omtrent de gedragslijn die het spoedigst zou kunnen leiden tot een opheffing dier bepaling.

Na ampele discussie, waaraan de heeren Lorentz, M. de Haas, Elias, Fokker, Cannegieter, Holst, Hertz, Coster, Ornstein en Van Cittert deelnamen, werd bij stemming besloten, dat de Vereeniging zich van deelneming aan de Union zou onthouden.

De Secretaris der Vereeniging (Dr. P. H. van Cittert, Physisch Laboratorium Bijlhouwerstraat, Utrecht) zou gaarne mededeeling ontvangen van het tegenwoordig adres van Dr. A. J. Bijl, vroeger te Deventer.

BOEKBESPREKING.

E. Study. **Mathematik und Physik, eine erkenntnistheoretische Untersuchung,** 31 blz. — Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1923.

Evenals A. Müller is deze schijver (wiens brochure naar aanleiding van — hier en daar ter weerlegging van — opmerkingen van A. Müller, en van Vaihinger, is geschreven) van oordeel (pag. 3) dat „viele .. Fragen .. bei der Grundlegung der Physik .. für immer unbeantwortet bleiben müssen". Doel van zijn geschrift is de vraag te beantwoorden: „Was ist der Mathematik zuzurechnen, was ist spezifisch-physikalisch in der theoretischen Physik; wie geht es zu dass sich Teile der Mathematik überhaupt mit der Physik zu einer höheren Einheit verbinden lassen?" Natuurlijk zegt hij dat wij om de natuur te begrijpen haar idealiseeren moeten, d.w.z. „an Stelle der in ihrer ungeheuren Verwicklung (overeenstemming met Müller) unserem Verstande unfassbaren physischen Wirklichkeit eine (immer sehr viel) einfachere ideelle Wirklichkeit <setzen>; und zwar in der Physik die „Wirklichkeit" der Mathematik." Wat de beantwoording der driedubbele vraag betreft, onderscheidt hij in de theoretische physica de zuivere wiskunde, volgens modern inzicht *) alleen op het begrip geheel getal gegrond, die „in logischer Hinsicht keine noch so entfernte Beziehung zur materiellen Welt oder zu unserer sogenannten Raumvorstellung" heeft; de experimenteele physica; het grensgebied, de theoretische physica. In deze laatste komt een alogisch moment voor; de physicus kiest uit de wiskundige theoriën wat hij meent dat voor hem past. Wat het derde deel der vraag betreft, daarop kan ik in de brochure geen antwoord vinden. De ideale physicus zou moeten hebben een „Wirklichkeitssinn, der in höchster Ausbildung das Logische und Mathematische, das Psychologische und Historische, das Physische, in gleicher Weise umfasst und in der Darstellung das alles in organischen Zusammenhang zu bringen weiss". Hoe het echter mogelijk is dat uit de zuivere wiskunde, welker logica *„keine noch so entfernte Beziehung* zur materiellen Welt" heeft, systemen kunnen worden gekozen die in *organisch verband* staan met de waarnemingsfeiten, — dit wonder (want zoo mag men het wel noemen) wordt niet verklaard.

J. A. V.

*) De schrijver meent dus met Dedekind e. a. dat het begrip continuum berust op het begrip geheel getal. Dit komt mij onjuist voor. Verg. L. E. J. Brouwer, over de grondslagen der wiskunde, 1907, p. 180: „De uit de oerintuïtie of continuumintuïtie afgelezen bouwelementen etc."

E. Study. **Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume,** 85 blz. Fr. Vieweg und Sohn, Braunschweig 1923.

Evenals A Müller, meent de schrijver (p. 67) dat het wenschelijk ware dat de philosophie althans ten deele weder de plaats innam „den sie im wohlverstandenen Interesse aller Wissenschaften hätte behalten sollen." Hierbij moet de philosooph zich echter min of meer spiegelen aan den „schlichten Sinn des Naturforschers und Mathematikers, dem es nicht entgehen kann wie oft bei <vielen> Philosophen ein Wunsch der Vater des Gedankens ist." In de rangorde der „Erkenntnisse" wil hij dan ook logica en wiskunde vooropstellen. De kennisleer moet doen zien hoe eenerzijds zuivere wiskunde en logica (die geenszins op ervaring berusten), anderzijds de empirie „im Aufbau der Realwissenschaften" kunnen samenwerken. Een bepaalde verklaring van de mogelijkheid dezer samenwerking kan ik ook hier niet vinden; vermoedelijk is deze quaestie evenmin voor een duidelijke oplossing vatbaar als het vraagstuk van het verband tusschen geest en stof. Deschrijverdoeteen poging om hypothesen, ficties, feiten en conventies, die natuurlijk alle in de natuurwetenschappen voorkomen, te definieeren, en verdedigt tevens „die realistische Grundhypothese," d.w.z. het objectief bestaan eener buitenwereld, tegen Berkeley en diens moderne volgelingen. Hoewel het hem gelukt voor de begrippen „hypothese" enz. bepalingen te geven, moet hij toch erkennen, dat men in de praktijk dikwijls kan betwijfelen waarmede men te doen heeft: „<es> mischen sich besonders in den Naturwissenschaften häufig hypothetische und fiktive Bestandteile der Theorie. Durchweg ist er so in der theoretischen Physik." Deze laatste zinsnede doet zien dat de physicus aan de definities van St. vermoedelijk niet veel heeft. Hij gaat voort (p. 28): „Fiktion und Hypothese, und ausserdem noch der Begriff der Tatsache, sind Relativbegriffe; sie enthalten eine Beziehung zum erkennenden Subjekt." Dit, in overeenstemming met Vaihinger, aldus te verstaan: „Häufig kann im Laufe der Zeit, und auch schon zur gleichen Zeit von Subjekt zu Subjekt, der eine Begriff die Stelle des anderen einnehmen." Deze opmerking komt mij juist voor; volgens den schrijver heeft dus onze kennis in het algemeen slechts relatieve waarde. Zelfs kan men zeggen (p. 30) „dass der nackt hingestellte Satz: Dieses ist eine Hypothese, und jenes eine Fiktion, in manchen Fällen überhaupt keinen klaren Sinn gibt."

Als realist gelooft St. aan het „Ding an sich", onafhankelijk van den waarnemer, maar „was die Dinge sind, meinetwegen auch was existieren heisst, bleibt im Dunkeln." De realist (p. 46) beschouwt de hypothesen „als unvermeidliche Brücken zwischen den Erscheinungen"; de hypothesen moeten nooit dienen „zur Befriedigung von Herzenswünschen," maar „zu Erkenntniszwecken"; het bestaan der „Dinge an sich" is een zoodanige hypothese, daar het „Dingbegriff Erkenntniswert hat." De vraag (p. 49) „Worauf beruht der Erfolg solcher Begriffsbildungen wie Materie, Atome, Lichtwellen, usw." kan niet beantwoord worden door een „Immanenzphilosoph" voor wien de buitenwereld een illusie is. Daar St. er anderzijds weder bijvoegt (p. 51) dat toch de realist „den Anpruch gar nicht erhebt das Wesen der Dinge zu erschauen, und überhaupt niemand glauben kann im Besitz einer endgültigen Wahrheit su sein," meen ik dat zijn standpunt juist is.

Terecht keurt St. ook het standpunt van hen af die beweren (p. 55) dat b.v. de wet van het behoud van arbeidsvermogen niets dan een *conventie* is. Als hij echter opmerkt (p. 56): „Der Satz von der Erhaltung der Energie hat seine Wurzel in einer von Galilei gemachten Entdeckung" is hij m.i. eenzijdig. Het oude denkbeeld dat geen ding uit niets ontstaat of in niets overgaat, is historisch wel de voornaamste wortel dier algemeene wet. Maar deze opmerking doet hier weinig ter zake. Of men Galilei noemt of een ouderen denker, zeker waren voor hen de natuurwetten geen conventies.

J. A. V.

G. Fournier. **La relativité vraie et la gravitation universelle.** 130 blz. — Gauthier-Villars, Paris, 1923. Prijs 7 frs.

Hier is een tegenstander van Einstein aan het woord, die — zooals meestal geschiedt — de à prioristische strijdmethode toepast. Reeds in het eerste hoofdstuk, waar de grondslagen der wiskunde besproken worden, neemt schr. stelling tegenover de niet-Euclidische meetkunden, die genoemd worden „les fausses géométries" (aanhef van § 6 blz. 15), terwijl die van Euclides heet „la vraie géometrie", omdat ze steunt op axioma's „que notre entendement nous dicte avec évidence". Op dezelfde wijs wordt afgerekend met de meetkunde van vier en meer afmetingen.

Het tweede hoofdstuk handelt over de klassieke begrippen kracht en stof, en over de gewone mechanica.

Het derde hoofdstuk bevat vooreerst een uiteenzetting, ook aan de hand van enkele formules, van de beperkte en algemeene relativiteitstheorieën. In zijn bestrijding hiervan richt schr. zich hoofdzakelijk tegen Einstein's beroemde hypothese, dat in het materievrije gravitatieveld de krommingstensor nul is: het willekeurige, dat in deze onderstelling schuilt, wordt door schr. breed uitgemeten. In § 31, blz. 92 zet dan schr. uiteen, wat hij onder „la relativité vraie" verstaat, n.l. dat alle gemeten grootheden, zooals relatieve snelheid, versnelling, krachtenarbeid, onafhankelijk zijn van translaties (eenparige of versnelde) van het coördinatensysteem; maar rotaties zijn uitgesloten, waarvoor een beroep wordt gedaan op de proef van Foucault.

Hoofdstuk IV handelt over de voortplanting van werkingen als voorbereiding tot het laatste hoofdstuk, waarin schr. zijn theorie over de algemeene gravitatie ontvouwt. Deze grondt hij op twee hypothesen: 1e. rondom elk lichaam bestaat een conservatief potentieel veld met een „flux"; 2e. tusschen twee lichamen ontstaat naarmate ze elkaar naderen een veld van actie. Een oogenblikkelijke voortplanting aannemende komt men dan tot de wet van Newton; door vervolgens aan de voortplanting de snelheid c van het licht toe te kennen, brengt schr. in de planetenvergelijking op den omgekeerden voerstraal u een term met u^3 te voorschijn. Zijn coëfficiënt van u^3 is 't dubbele van dien, welken Einstein daarvoor bepaalde, maar de coëfficiënt van u^2 is ook gewijzigd en zoodoende is de schr. in staat, de bekende formule voor de periheliumafwijking op te stellen. Hierbij maken we de opmerking, dat niet op het klein zijn van $1 : c^2$ moet gelet worden, maar op dat van

$$\frac{M^2}{c^2 h^2} \text{ en } \frac{M u}{c^2}.$$

De stijl laat aan duidelijkheid niets te wenschen over en het werk is dan ook, afgezien van vooropgezette meeningen, wel te lezen.

L. C.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

H. Thirring, l'Idée de la théorie de la relativité, 182 blz. — Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1923.

O. Schlömilch, Kompendium der höheren Analysis I, 6. Auflage, bearbeitet von A. Kneser, 619 blz. 91 fig. — Vieweg und Sohn, Braunschweig 1923. Prijs f 8.—.

DE NEDERLANDSCHE LENGTE-EENHEID.

Mededeeling van de Commissie van Toezicht op de standaarden van den meter en het kilogram.

In het artikel „De Nederlandsche lengte-eenheid" verschenen in dezen jaargang van Physica, pag. 151—154, moet de volgende correctie worden aangebracht:

Op pag. 153 onderaan moeten de getallen 8, 631 en 8, 611 met elkaar worden verwisseld.

MEDEDEELINGEN.

Professor Keesom gaf 25 September zijn afscheidscollege naar aanleiding van zijn aftreden als hoogleeraar aan de Veeartsenijkundige Hoogeschool. Na afloop daarvan had de scheidende Hoogleeraar een huldiging in ontvangst te nemen, die getuigenis gaf van de hartelijke sympathie, welke hij zich aan de V.H.S. veroverd heeft. Namens het personeel van zijn laboratorium en namens de heeren, die onder zijne leiding wetenschappelijken arbeid in dat laboratorium verricht hebben, werden hem ook materieele bewijzen van vriendschap aangeboden.

Den 26^{en} Sept. aanvaardde Professor Keesom het hoogleeraarsambt aan de Universiteit te Leiden met het uitspreken van een rede over: Het belang van den tocht naar het absolute nulpunt.

STRIKVRAGEN.

Vraag XII: **Elk die wel eens suiker in een glas water geroerd heeft weet, dat wanneer hij met roeren ophoudt, in het wentelende water de suikerkorrels zich midden op den bodem van het glas vergaren. Suiker is zwaarder dan water. Waarom wordt het dan niet gecentrifugeerd?**

Antwoorden inzenden aan het gewone adres der Redactie.

Antwoord op vraag X:

Het antwoord op vraag X, luidende: *„door een wijde buis stroomt langzaam en gelijkmatig een ideaal gas van temperatuur T (gem. kin. energie van een molecuul* $= {}^3/_2\, k\, T$*). Per seconde gaan n moleculen door een doorsnede. Hoeveel energie wordt per seconde door een doorsnede getransporteerd?"* vindt men in de dissertatie van Bohr. Het energietransport bedraagt per molecuul niet ${}^3/_2$ —, maar ${}^5/_2\, k\, T$. Men ziet dit gemakkelijk in, door zich voor te stellen dat aan de eene zijde der buis een zuiger het gas opzij dringt, en aan den anderen kant een zuiger voor het gas plaats maakt. De arbeid, door den eersten bij de verdringing verricht, bedraagt volgens een bekende uitkomst der elementaire kinetische gastheorie ${}^2/_3$ van de kinetische energie in het verdrongen volumen. Deze arbeid moet door de stroomende molekulen getransporteerd worden naar den wijkenden zuiger. Bijgevolg bedraagt het energietransport per molecuul ${}^3/_2\, k\, T + {}^2/_3 \,.\, {}^3/_2\, k\, T = {}^5/_2\, k\, T$.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

3e JAARGANG NOVEMBER 1923 NUMMER 11.

GOLFLENGTEMETINGEN BIJ HELIUM IN HET ZICHTBARE SPECTRUM EN DE DAARBIJ GEBRUIKTE INTERFERENTIE-VERSCHIJNSELEN *)

door H. C. OFFERHAUS.

HOOFDSTUK I.

Michelson heeft met groote nauwkeurigheid de golflengte van de roode cadmiumlijn bepaald [1]) door vergelijking met den standaardmeter welke te Parijs bewaard wordt. Later werden deze metingen met andere instrumenten herhaald door Benoît, Fabry en Pérot, [2]) waarbij zij een goflengte vonden welke weinig van de door Michelson bepaalde afweek. Volgens B., F. en P. is deze golflengte in droge lucht van 15° en een spanning van 760 mm kwikdruk: 643,84696 $\mu\mu$. Deze cadmiumlijn is nu als standaardlijn aangenomen en door directe of indirecte vergelijking daarmee worden alle andere golflengten bepaald.

Voor nauwkeurige golflengtebepalingen van niet te zwakke lijnen wordt meestal de interferometer of het étalon van Fabry en Pérot gebruikt. Deze toestellen bestaan in hoofdzaak uit twee parallel geplaatste glasplaten, welke aan de naar elkaar toe gekeerde zijden dun verzilverd zijn. Bij het étalon worden deze platen op constanten afstand gehouden door drie staafjes van gelijke lengte. Bij den interferometer is een van de platen verschuifbaar, zoodat, met behoud van hun evenwijdigen stand, de platen op elken gewenschten afstand gebracht kunnen worden. De interferometer

*) Uit de dissertatie van de Schrijfster, Groningen 1923.

1) M. Travaux et mémoires du bureau international des poids et mesures, tome XI, 1894.

2) B., F. en P., Travaux et mémoires, tome XV, 1913.

is daardoor minder stabiel dan het étalon en doet dus meestal dienst bij voorloopige visueele waarnemingen. Het étalon daarentegen kan gebruikt worden om langdurige fotografische opnamen te maken.

Laat men nu op zoo'n étalon een bundel licht vallen, dan zal dit licht voor een deel rechtstreeks door het étalon gaan, en voor een deel door de verzilverde vlakken gereflecteerd worden. Achter het étalon krijgt men dus stralen die rechtstreeks het étalon doorloopen hebben, en stralen die resp. 1, 2, 3.... maal in het étalon heen en weer gegaan zijn. Deze stralen kunnen met elkaar interfereeren. Ze hebben telkens een wegverschil $2e\cos\alpha$, waarin e de afstand van de beide zilverlagen voorstelt en α de hoek, dien de straal met de normaal op de verzilverde vlakken maakt. Gebruikt men monochromatisch licht, dan zullen alleen wanneer $2e\cos\alpha$ een geheel aantal malen de beschouwde golflengte is, de stralen elkaar versterken. Verschilt $2e\cos\alpha/\lambda$ iets van een geheel getal, dan zullen b.v. het rechtstreeks doorgaande licht en het tien maal gereflecteerde elkaar verzwakken.

Laat men nu dit licht door een lens met brandpuntsafstand f gaan, dan onstaat op een scherm, geplaatst in het brandpunt van die lens, een stelsel concentrische ringen. Alle stralen die een hoek α met de normaal maakten komen samen op een cirkel met straal $f\alpha$. Men kan deze ringen ook met het ongewapende, op oneindig ingestelde, oog waarnemen.

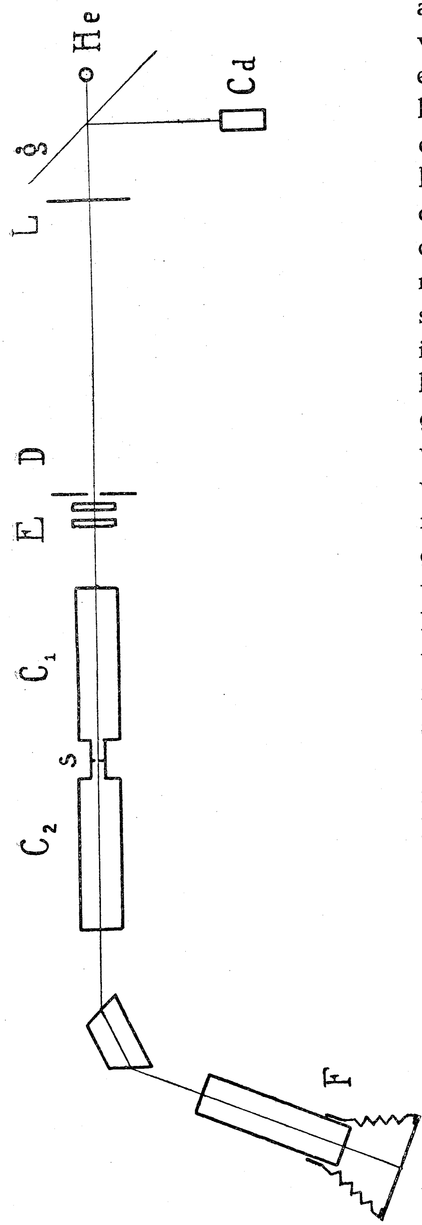
Laat men e toenemen, dus schuift men de platen van den interferometer van elkaar af, dan zal telkens wanneer $2e/\lambda$ een geheel getal is, in het centrum van de ringen licht zijn. Bij verder uit elkaar schuiven der platen vergroot de lichtvlek zich en wordt een ring. De zoo ontstane ringen kan men zich genummerd denken. Is $2e/\lambda = p$, dan zegt men dat p het ordegetal is van den ring, die in het midden ontstaat. Is $2e/\lambda$ geen geheel getal, dan noemt men dit toch maar het ordegetal in het midden.

Om een golflengte te bepalen is nu noodig dat e en p bekend zijn, dan is

$$\lambda = \frac{2e}{p}.$$

Men vindt e door dezelfde formule toe te passen voor een bekende golflengte, b.v. de roode Cadmium-lijn. Dan is $2e = p\lambda$. Alles komt dus neer op het bepalen van de ordegetallen, p, van de ringen.

Om nu de golflengten van helium te bepalen gebruikte ik een opstelling als in onderstaande figuur. Het licht van de cadmium-amalgaamlamp *Cd* wordt door de vlakke glasplaat *g* teruggekaatst en gaat, met het licht van het heliumbuisje *He*, door de lens *L* en vervolgens door het étalon *E*. De lens van den collimator C_1 ontwerpt nu op de spleet *S* van den collimator C_2 de bovengenoemde ringstelsels en wel de stelsels van alle golflengten, die in het licht van *Cd* en *He* voorkomen, door elkaar. Wanneer nu gezorgd wordt dat het centrum van de ringen met het midden van de spleet samenvalt, dan krijgt men in de camera *F* voor elke golflengte die zich in het licht van *Cd* en *He* bevindt een spleetbeeld met een centrale doorsnede van het bij die golflengte behoorende ringstelsel. Hierbij kan de spleet vrij wijd genomen worden.



Tusschen *E* en C_1 moet zooveel ruimte zijn, dat er een spiegeltje kan worden geplaatst onder een hoek van 45°, waarin men met ongewapend oog de interferentieringen kan waarnemen en kan beoordeelen of ze bij heen en weer bewegen van het oog even groot blijven, d. w. z. of de étalonplaten volkomen parallel staan.

Wat de plaats van de lichtbron betreft zijn twee opstellingen in gebruik:

1°. De lichtbron staat in het brandpunt van *L*. Dan ontstaat een beeld van de lichtbron op de spleet. (fig. 1)

2⁰. L beeldt de lichtbron af op het étalon. (fig. 2).

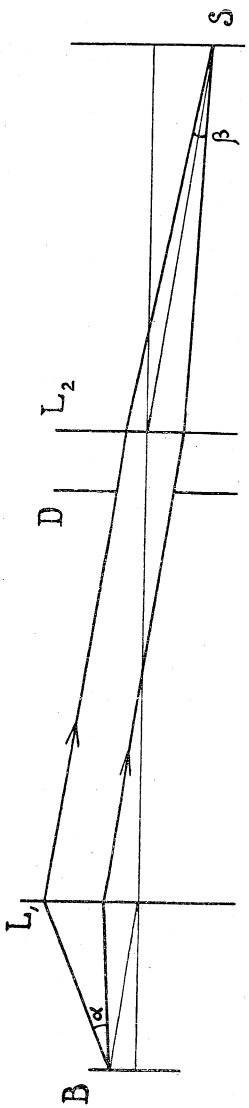


Fig. 1.

Om te beoordeelen welke opstelling de beste is, moet men letten op de lichtsterkte en op de gelijkmatige verdeeling van het licht.

Men zorgt dat bij de eerste opstelling het beeld van de lichtbron even groot is als de spleet, bij de tweede opstelling even groot als het diaphragma dat voor het étalon geplaatst is, en verder dat de lenzen een zoo groote doorsnede hebben dat alle stralen die door diaphragma en spleet kunnen komen werkelijk bestaan. In de figuren is B de lichtbron, L_1 de lens die de stralen concentreert, L_2 de lens van den collimator, D het diaphragma en S de spleet. De brandpuntsafstanden van de lenzen noemen we f_1 en f_2, de grootste afmeting van de lichtbron in verticale richting l, die van het diaphragma d, en de lengte van de spleet s. In de figuren is β de grootste hoek tusschen de stralen die de spleet bereiken onderling, en α de hoek waarbinnen die stralen bij het verlaten van de lichtbron loopen. Van de grootte van α hangt de lichtsterkte af. Voor

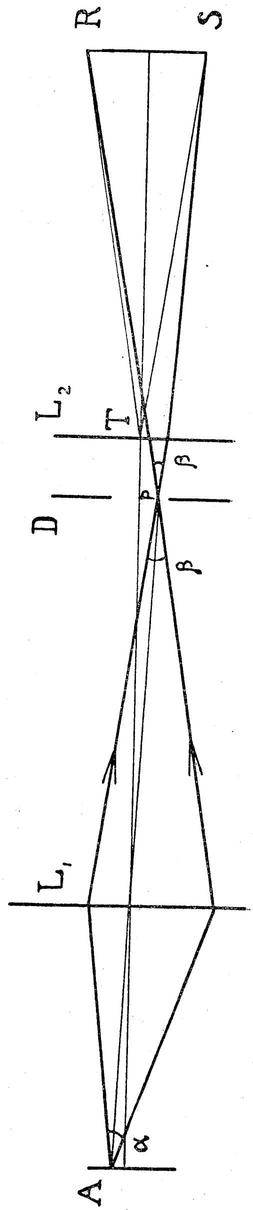


Fig 2.

α en β zijn voorloopig vlakke hoeken genomen. Eigenlijk moet men met ruimtehoeken werken. Doet men dit, dan zal men dezelfde uitkomsten vinden, wanneer men niet een lineaire afmeting van de lichtbron, spleet en diaphragma, maar hun oppervlakte door l, d en s voorstelt.

Uit fig. 1 volgt voor de eerste opstelling:

$$\alpha = \beta \times \frac{f_2}{f_1} = \beta \frac{s}{l},$$

waarin $\beta = \frac{d}{f_2}$, dus

$$\alpha = \frac{d}{f_2} \times \frac{s}{l}.$$

Bij de opstelling van fig. 2 vragen we ons af, welke stralen van een punt A, of, wat op hetzelfde neerkomt, welke stralen van het beeldpunt P uitgaande de spleet bereiken. De stralen, welke de uiteinden van de spleet, R en S, bereiken, liepen vóór L_2 resp. $// TR$ en TS. Trekken we dus lijnen door $p // TR$ en TS, dan zullen alle stralen binnen $\angle \beta$ de spleet bereiken, en $\angle \beta = \angle RTS$.

Noemen we nu de afstanden van lichtbron en beeld tot L_1 v en b, dan zal, wanneer het beeld van de lichtbron even groot is als het diaphragma, de spleet bereikt worden door alle stralen die de lichtbron verlaten binnen een hoek

$$\alpha = \beta \times \frac{b}{v} = \beta \times \frac{d}{l}.$$

Hierin is $\beta = \frac{s}{f_2}$ dus $\alpha = \frac{s}{f_2} \times \frac{d}{l} = \frac{d}{f_2} \times \frac{s}{l}$.

Dit is dezelfde formule als ook bij de eerste opstelling gevonden werd, d. w. z. de lichtsterkte is in beide gevallen gelijk.

Bij beide opstellingen kan men $\angle \alpha$ grooter maken door een sterkere vergrooting, maar doordat dan de stralen van een deel van de lichtbron niet door de spleet of door het diaphragma gaan, blijft toch de totale lichtsterkte onveranderd.

Aan den eisch van een gelijkmatige lichtverdeeling bij spleet en diaphragma wordt het best voldaan door voor het heliumbuisje de eerste opstelling te gebruiken, waarbij de capillair verticaal geplaatst wordt en deze op de spleet wordt afgebeeld. Dan toch vult het beeld van de lichtbron gemakkelijk de geheele spleet. Bij de *Cd*-lamp voldoet de tweede opstelling het beste. Op het voorvlak van deze lamp condenseerden n.l. dikwijls druppeltjes kwik. Bij de eerste opstelling zouden deze druppels op de spleet afgebeeld worden en daar een verschuiving van de lichtmaxima veroorzaken.

HOOFDSTUK II.

Wanneer men een nieuw étalon in gebruik neemt begint men met een voorloopige bepaling van den afstand der platen. Dit kan op twee manieren gebeuren:

1°. Met den spherometer. Men meet de lengte van de staafjes die de platen op constanten afstand houden.

2°. Met den interferometer. Men maakt daartoe den afstand van de platen van den interferometer gelijk aan dien afstand bij het étalon en leest dien afstand af op de schaalverdeeling van den interferometer.

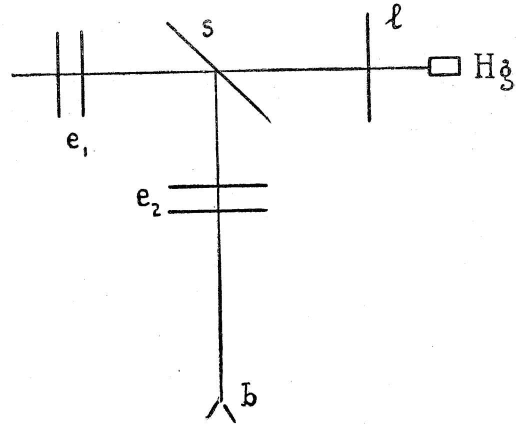
Ik gebruikte meestal beide manieren en wel de tweede ter correctie van de eerste, die minder nauwkeurig was.

Om de platen van interferometer en étalon op gelijken afstand te plaatsen gebruikt men interferenties welke door Fabry en Pérot beschreven zijn. Men plaatst beide toestellen achter elkaar zoodat hun verzilverde platen een kleine hoek met elkaar maken, en wel met hun snijlijn verticaal. In wit licht krijgt men dan, wanneer de afstanden der platen ongeveer gelijk zijn, een interferentieverschijnsel bestaande uit een centrale verticale witte lijn met daarnaast gekleurde strepen. Dit verschijnsel ontstaat door interferentie van licht dat rechtstreeks door het étalon en in den interferometer één keer heen en weer gegaan is, met licht dat één keer in het étalon heen en weer gegaan is en rechtstreeks door den interferometer.

Maakt een straal met de normalen op interferometer en étalon resp. hoeken α en β dan krijgt men interferentie tusschen licht dat een wegverschil $2\,e_1 \cos\alpha - 2\,e_2 \cos\beta$ heeft (e_1 en e_2 zijn de afstanden van de platen). Voor $2\,e_1 \cos\alpha = 2\,e_2 \cos\beta$ krijgt men de centrale witte lijn.

Is e_1 ongeveer $= \frac{1}{2}\,e_2$ dan krijgt men een dergelijk verschijnsel, nu door interferentie van stralen die tweemaal in den interferometer, met stralen die éénmaal in het étalon heen en weer gegaan zijn. Slaagt men er dus in met behulp van deze interferentiestrepen $e_1 = e_2$ te maken, dan kan evenzoo $e_1 = \frac{1}{2}\,e_2$ gemaakt worden en ook $e_1 = \frac{1}{3}\,e_2$, $\frac{2}{3}\,e_2$ enz.

Voor de centrale lijn is het wegverschil o dus $e_1 \cos\alpha = e_2 \cos\beta$. Kan men nu voor die lijn $\alpha = \beta$ maken dan is $e_1 = e_2$. Wanneer men het étalon om een verticale as draait, dan kan men de platen van étalon en interferometer tot den evenwijdigen stand doen naderen. Is die stand bereikt, dan is $\alpha = \beta$ geworden. Daarbij verbreeden de interferentielijnen zich en zullen op zij uit het gezichtsveld verdwijnen tenzij e_1 juist $= e_2$ is. Men kan nu den afstand van de platen van den interferometer veranderen tot de strepen niet meer verdwijnen, maar zich verbreeden zoodat ten slotte de witte lijn het geheele veld vult. Dan is $e_1 = e_2$, (of $= \frac{1}{2} e_2$, $\frac{1}{3} e_2$ enz.)



Om gemakkelijk de gezochte interferentie-strepen te vinden en tevens de platen van étalon en interferometer ieder voor zich evenwijdig te kunnen plaatsen met behulp der interferentie-ringen in monochromatisch licht werd een opstelling als in de figuur gebruikt. Hierbij ging het witte licht van de booglamp *b* door het étalon e_2 en werd door het zeer dun verzilverde spiegeltje *s* naar den interferometer e_1 teruggekaatst. Het étalon zelf was niet draaibaar, maar hetzelfde effect werd bereikt door draaien van *s*.

Het licht van de kwiklamp *Hg* ging door de lens *l* en door *s* naar e_1. In dit licht werden door e_1 interferentieringen gevormd en ik kon door heen en weer bewegen van het oog links van e_1 controleeren of de platen van e_1 evenwijdig waren.

Een deel van het licht van *Hg* ging na terugkaatsing op de eerste plaat van e_1, en vervolgens op *s*, door e_2 zoodat ik ook de platen van e_2 evenwijdig kon stellen. Daar de platen van e_1 slechts dun verzilverd waren ging een belangrijk deel van dit licht door de eerste plaat van e_1 en werd op de tweede plaat teruggekaatst. Ook dit licht kwam via *s* naar e_2. Het licht dat op de beide platen van e_1 teruggekaatst werd had nu hetzelfde wegverschil als licht zou hebben dat, van links komende rechtstreeks door e_1 ging, met licht dat daar een maal heen en weer gegaan was. Wanneer dit licht vervolgens door e_2 ging zag ik hetzelfde als wanneer er licht van links komende achtereenvolgens door e_1 en e_2 ging. Was dit licht wit, dan ontstonden dus de centrale witte lijn en gekleurde banden met daarnaast wit van hoogere orde. Alleen wanneer e_1 en e_2 bijna gelijk waren of een eenvoudige verhouding hadden zouden er dus interferentielijnen te zien zijn. In het licht van de gebruikte *Hg* lamp daarentegen waren de lijnen er altijd, maar soms was hun onderlinge afstand te klein of te groot om behoorlijk waarneembaar te zijn. Door draaiïng van *s* maakte ik den toestand zoo gunstig mogelijk, b.v. 5 à 10 lijnen in het geheele gezichtsveld. Dan werd de booglamp *b* aangestoken. Het witte licht ging door e_2, werd teruggekaatst op *s* en ging door e_1. Nu werd de plaatafstand van e_1 veranderd tot een oog, links van e_1 geplaatst, de witte lijn en gekleurde banden zag, en eindelijk werd weer geprobeerd of bij draaiïng van *s* de witte lijn in het gezichtsveld bleef. Was dit het geval dan was $e_1 = e_2$ en kon dus de afstand van de platen van het étalon op den interferometer afgelezen worden, of er kon, om de in hoofdstuk III te noemen reden, een opname van de door den interferometer gevormde ringen gemaakt worden.

HOOFDSTUK III.

We zagen dat we voor het vinden van een onbekende golflengte de formule

$$\lambda = \frac{2\,e}{p}$$

moeten gebruiken. We mogen daarbij wel onderstellen dat *e* en λ dus ook *p* reeds tot 0,0001 van hun waarde nauwkeurig bekend zijn. De juiste waarde van *e* wordt met behulp van een bekende λ gevonden. Nu moet *p* nog gezocht worden. Dit geschiedt zoowel voor een bekende als voor een onbekende λ in twee gedeelten, n.l. eerst wordt de breuk van *p* bepaald en daarna het geheele getal.

Laat *n* het (nog slechts ten ruwste bekende) ordegetal van een ring zijn, dan is het ordegetal in het midden:

$$p = \frac{n}{\cos \frac{1}{2}\,\alpha}\,.$$

Dit is bij benadering: $n\,(1 + \frac{1}{8}\,\alpha^2)$, waarin α de hoek is tusschen de stralen die twee diametraal tegenover elkaar gelegen punten van den ring vormen.

Bij de door mij gebruikte collimatorlens kwam 1 μ op de spleet overeen met 2.266×10^{-6} radiaal. De ringdiameter, d, werd op de foto gemeten. Om den diameter op de spleet te vinden, moest nog door de vergrooting, v, gedeeld worden, zoodat de formule werd:

$$p = n\left\{1 + \tfrac{1}{8}\left(\frac{d}{v} \times 2{,}266 \times 10^{-6}\right)^2\right\},$$

of, waar het hier alleen om de breuk van p ging, werd $p - n = b$ berekend, dus

$$b = n \times \tfrac{1}{8} \times \left(\frac{d}{v} \times 2{,}666 \times 10^{-6}\right)^2.$$

De voorloopig gevonden waarde van n was voldoende nauwkeurig om in deze formule gebruikt te worden.

Nu moest het geheele getal van p bepaald worden, en wel eerst voor een bekende golflengte om daaruit e te kunnen vinden. Had ik b.v. uit voorloopige metingen gevonden $2\,e = 29{,}79$ mm, dan werd dit bedrag gedeeld door enkele bekende golflengten, b.v. die van een paar bekende *He*-lijnen, die hier dus als standaardlijnen dienst deden.

	foto	verschil
29 790 000 : 504,7736 = 59016,56	.., 73	.., 17
29 790 000 : 501,5675 = 59393,80	.., 22	.., 42
29 790 000 : 492,1929 = 60525,05	.., 10	.., 05
29 790 000 : 471,3143 = 63206,23	.., 84	.., 61

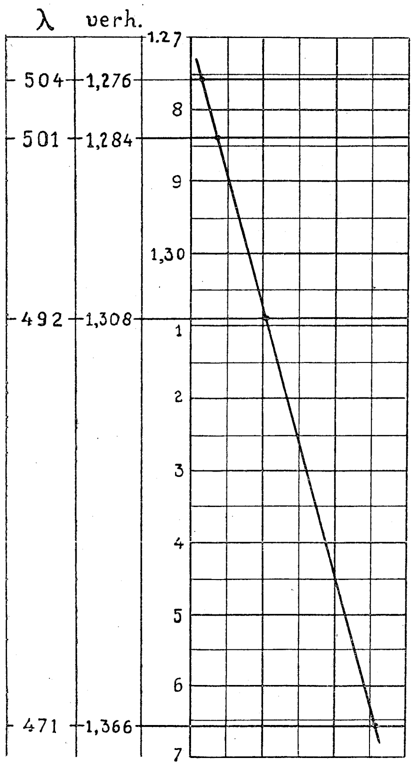
De nu berekende breuken van de ordegetallen kwamen niet overeen met de daarnaast geplaatste welke uit een foto gevonden werden. Het verschil is in de laatste kolom geplaatst. De aangenomen waarde van e was dus te klein, en wel een bedrag $(a_1 + 0{,}17) \times 504{,}7\ \mu\mu = a_2 \times 0{,}42 \times 501{,}6\ \mu\mu = (a_3 + 0{,}05) \times 492{,}1\ \mu\mu$ enz. waarin $a_1 . a_2 , a_3 \ldots$ geheele positieve of negatieve getallen zijn. Om deze a's te vinden deelde ik een λ b.v. die van de roode lijn $\lambda = 643{,}8$ door alle gebruikte λ's.

$$643{,}8 = 1{,}276 \times 504{,}7 = 1{,}284 \times 501{,}5 = 1{,}308 \times 492{,}1\ .$$

Hieruit volt: $(a_1 + 0{,}17) : (a_2 + 0{,}42) : (a_3 + 0{,}005) : \ldots . =$

$$= 1{,}275 : 1{,}284 : 1{,}308 \text{ enz.}$$

Om nu deze getallen a_1 a_2 enz. te vinden zette ik (zie fig) op millimeterpapier van boven naar beneden stukken van 27,6 cm, 28,4 cm enz. af langs een van de cm-lijnen van het papier en trok door die punten horizontale lijnen. De figuur is een klein gedeelte midden uit de door mij gebruikte teekening. De lijn bij 27,6 behoorde dus bij $\lambda = 504,7$ $\mu\mu$. Ergens op deze lijn op een geheel aantal $+ 0,17$ cm nam ik dan een punt en legde daarlangs een lineaal. Verder moest de lineaal gaan langs een punt bij een geheel aantal $+ 0,42$ cm op de lijn die behoort bij de golflengte 501,5. Ik koos daarvoor het punt dat zoo recht mogelijk onder het punt op de eerste horizontale lijn lag. Nu werd geprobeerd of de lineaal de lijn behoorende bij $\lambda = 492,1$ bij benadering sneed bij een geheel aantal $+ 0,05$ cm. Was dit niet het geval geweest, dan zou ik op de bij 501,5 behoorende lijn een punt genomen hebben dat 1 cm meer naar links of naar rechts lag. Op deze manier werd vlug een ligging van de lineaal gevonden, die voldeed.



Denken we ons op de verticale lijn nog 100 cm naar boven een punt A dan zal een willekeurige lijn door A schuin naar beneden getrokken van de horizontale lijnen stukken afsnijden die zich verhouden als 1,276 : 1,284 : 1,308 enz. Die lijn moet nu zoo gekozen kunnen worden dat deze stukken voorstellen $a_1 + 0,17$, $a_2 + 0,42$ enz. We hebben al een lijn die er stukken afsnijdt die geheele aantallen cm zijn plus de breuken 0,17, 0,42 enz. De gezochte lijn door A zal dus evenwijdig aan de gevondene zijn en kan, als de grootte van het papier het toelaat, getrokken worden. Daarmede zijn dan de a's gevonden.

Een zoo groote figuur is echter niet noodig. Immers: Uit de figuur zien we dat van de lijnen bij 504,7 en 471,3 stukken afgesneden zijn die $2 + (0{,}61 - 0{,}17) = 2{,}44$ cm verschillen. Dus we weten $(a_4 + 0{,}61) - (a_1 + 0{,}17) = 2{,}24$

$$\text{en } (a_4 + 0{,}61) : (a_1 + 0{,}17) = 1{,}366 : 1{,}275.$$

Uit deze twee vergelijkingen vindt men

$$a_4 + 0{,}61 = 36{,}62 \text{ (bij benadering)}$$

$$\text{dus } a_4 = 36\,.$$

Dus was $2e$ gelijk aan de voorloopig gevonden waarde vermeerderd met $36{,}61 \times 471{,}3\ \mu\mu$.

Het geheele getal van het ordegetal voor een onbekende golflengte kan niet uit één foto bepaald worden. Daar de golflengte uit voorloopige metingen in een tralie- of prismaspectrum wel in 4 cijfers nauwkeurig bekend is kan ook $p = 2e : \lambda$ wel bepaald worden met een fout < 20.

Nu moest ik b.v. op een foto p vinden voor de *He*-lijn die een golflengte $\pm 416{,}9\ \mu\mu$ heeft. De breuk van het ordegetal was op deze foto $\pm 0{,}1$. Ik maakte nu met den interferometer een opname waarbij de plaatafstand ongeveer $\frac{1}{3}$ van het étalon was. De breuk van het ordegetal was 0,46, maar uit de bekende lijnen bleek dat tijdens de opname de afstand van de verzilverde platen iets te klein geweest was. Er moest daarom 0,58 bij dit ordegetal opgeteld worden, zoodat de breuk 0,04 geweest zou zijn. Dit was alleen mogelijk als het ordegetal bij het étalon een 3 vond $+ 0{,}1$ geweest was.

Bij een tweede opname was de afstand bij den interferometer $\frac{1}{4}$ van dien van het étalon. Na correctie werd de breuk $\pm 0{,}00$. Bij het étalon was dus p een viervoud $+ 0{,}1$ geweest.

Bij een derde opname was de afstand $\frac{2}{5}$ van dien van het étalon. De breuk was na correctie 0,67. Voor het geheele étalon was dus $p = \frac{5}{2} \times 0{,}67$ (m is een geheel getal) $= \frac{5}{2}m + 1{,}67$ en dit moest ongeveer een geheel getal $+ 0{,}1$ zijn. Daartoe moest m oneven zijn $= 2m^1 + 1$, dus $p = (2m^1 + 1) \times \frac{5}{2} + 1{,}67 = m^1 \times 5 + 2{,}5 + 1{,}67 =$ een vijfvoud $+ 4{,}17$.

Dus het geheele getal van het ordegetal was:

een vijfvoud + 4, een viervoud en een drievoud. Het was dus een 60-voud + 24.

Was de benaderde waarde $\lambda = 4169$ juist dan zou zijn $p = 2e : \lambda = 298014700 : 4169 = 71483 = 60 \times 1191 + 23$, dat is een 60-voud $+ 23$. Het ordegetal was dus

$$60 \times 1191 + 24{,}1 = 71484{,}1$$

en $2e : 71484{,}1$ was de gezochte golflengte.

HOOFDSTUK IV.

Tot nu toe werd slechts over één étalon gesproken. Dit is echter voor nauwkeurige golflengtemetingen niet voldoende, daar bij terugkaatsing op de verzilverde vlakken een fasesprong optreedt, die niet voor alle golflengten gelijk is. Om dit verschil te elimineeren worden dezelfde platen met twee verschillende distantiestukken gebruikt. Zoo gebruikte ik distantiestukken van $\pm 7^1/_2$ mm en van 15 mm. Is nu voor beide de afstand van de platen, e, en het ordegetal van de ringen, p, bepaald, dan kan het verschil van de e's door de verschillen van de p's gedeeld worden om de golflengten te vinden.

Ik maakte met de beide distantiestukken verscheidene opnamen van verschillenden duur om zwakke en sterke lijnen beide te kunnen meten. Daar de distantiestukken van kwarts of invar genomen werden en het étalon in een rood koperen kast stond was het mogelijk opnamen van 2 à 3 uur te maken zonder merkbaren invloed van temperatuurveranderingen. Bovendien was alles zeer vast opgesteld op hardsteenen pijlers, los van den vloer van het lokaal.

De sterke lijnen die op deze foto's overbelicht waren, konden door verzwakken vaak nog bruikbaar gemaakt worden.

Om de uitkomsten van de foto's onderling te vergelijken en het gemiddelde te nemen ging ik aldus te werk: Was bij één opname b.v. $2e = 14979{,}000\,\mu$ en bij een volgende opname $0{,}765\,\mu$ meer, dan werd berekend hoeveel de ordegetallen geweest zouden zijn als $2e$ de oorspronkelijke waarde gehad had. Daartoe moest van elk ordegetal $0{,}765 : \lambda$ afgetrokken worden.

Dan moesten nog correcties voor temperatuur en druk van de lucht aangebracht worden, welke echter meestal zoo klein waren dat ze geen merkbaren invloed hadden. Van de zoo gecorrigeerde ordegetallen werd dan eindelijk het gemiddelde genomen en daaruit werden de golflengten berekend. De resultaten zijn opgenomen in onderstaande tabel. De metingen van Merril [1]) en Paschen [2]) zijn er naast geplaatst.

λ in $\mathring{A} E$	Merril	Verschil in $10^{-3} \mathring{A} E$	Paschen	Verschil in $10^{-3} \mathring{A} E$
7281,348	,349	−1	,360	−12
zwak 7065,705	—	—	,719	−14
sterk 7065,191	,188	+3	,200	−9
6678,150	,149	+1	,150	0
zwak 5875,962	—	—	,967	−5
sterk 5875,619	,618	+1	,622	−3
5047,737	,736	+1	,735	+2
5015,677	,675	+2	,680	−3
4921,929	,929	0	,930	−1
4713,145	,143	+2	,143	+2
4471,479	,477	+2	,479	0
4437,550	,549	+1	,552	−2
4387,929	,928	+1	,931	−2
4168,967	—	—	,965	+2
4143,762	,759	+3	,759	+3
4120,815	,812	+3	,817	−2
4026,192	,189	+3	,189	+3
3964,727	,727	0	,732	−5
3888,650	,646	+4	,649	+1

Behalve voor de roode lijnen komen mijn metingen gemiddeld het beste overeen met die van Paschen, maar wat hun onderlinge verhouding betreft beter met die van Merril, en met beide is de overeenkomst zeer bevredigend.

1) Merril, Bulletin of the Bureau of Standards, Vol. 14, No. 1, blz. 159.
2) F. Paschen und R. Götze, Seriengesetze der Linienspektren.

DE ELASTISCHE CONSTANTEN VAN WOLFRAAM ALS FUNCTIE VAN DE TEMPERATUUR.

door W. GEISS.

1. Uit talrijke onderzoekingen, verricht met verschillende metalen en legeeringen van metalen is bekend, dat de moduli van elasticiteit en van torsie kleiner worden met toenemende temperatuur. [1])

In den regel stelt men het verband tusschen een dezer moduli en de temperatuur voor door een kwadratische vergelijking. Is b.v. G de torsiemodulus, ϑ de temperatuur in graden C, dan geldt voor niet te groote waarden van ϑ de betrekking:

$$G = G_0 (1 + \alpha \vartheta + \beta \vartheta^2) \tag{1}$$

hierin zijn α en β constanten die van den aard van het materiaal afhangen.

Door schrijver dezes werd in een vorig artikel er op gewezen, dat de elastische constanten der metalen sterken invloed ondervinden van de elastische nawerking. [2]) Waar nu deze nawerking, zooals het experiment leert, sterk met de temperatuur toeneemt, zal ook de verandering der elastische constanten met de temperatuur uit twee gedeelten samengesteld zijn, n.l. uit een zuiver temperatuur-effect en een deel dat met de nawerking samenhangt. Wanneer men dit laatste wil elimineeren, dan moet men de metingen verrichten aan lichamen die vrij zijn van nawerking, zooals bij de uni-kristallijne metalen lichamen het geval is.

De proefnemingen over den invloed van de temperatuur op de elastische constanten, waarover in het volgende wordt gehandeld, zijn dan ook verricht met *uni-kristallijne draden van wolfraam*.

2. De *torsie-modulus* werd gemeten volgens de slingermethode van Coulomb; de lengte der gebezigde draden bedroeg ca. 50 cm., de middellijn 73.5, resp. 104 micron. Aan den draad werd een schijf met bekend traagheidsmoment opgehangen. De slingertijd (gewoonlijk 10 halve slingeringen) werd op de gewone wijze met behulp van spiegelaflezing bepaald.

De verhitting der draad geschiedde door er een electrischen stroom door te sturen; daartoe werd aan de onderzijde van de schijf een dunne geamalgameerde koperdraad bevestigd, waarvan het uiteinde in kwik was gedompeld. De demping welke hierdoor

[1]) Door K. R. Koch en C. Dannecker, Ann. der Phys. 47, 197, 1915, zijn metingen tot aan het smeltpunt verricht.
[2]) W. Geiss, Physica 3, 232, 1923.

ontstaat is gering, wanneer het oppervlak van het kwik zuiver is. Om de temperatuur van den te onderzoeken draad hoog te kunnen opvoeren, is het noodig de draad tegen oxydatie te beschermen. Daartoe werd de geheele apparatuur in een glazen vat opgesloten, waar doorheen een stroom van droog, zuurstofvrij gas (10 % waterstof 90 % stikstof) werd gevoerd.

De temperatuur werd eenvoudigheidshalve bepaald uit de verlenging van den draad. Worthing [1]) heeft de volgende betrekking tusschen de verlenging en de temperatuur gegeven:

$$\frac{T-300}{300} = 4.44.10^{-6}\,(T-300) + 4.5.10^{-11}\,(T-300)^2 + 2.2.10^{-13}\,(T-300)^3 \qquad (2)$$

Van te voren werd gecontroleerd dat de temperatuurmeting op deze wijze voldoende nauwkeurig is. In een bepaald geval werd b.v. uit de verlenging een temperatuur van 2160° K afgeleid, terwijl met de optische pyrometer gemeten werd 2120° K.

De experimenten werden verricht in het gebied van $T = 290°$ K tot 2850° K. In tabel I is als voorbeeld een reeks van metingen gegeven. De torsiehoek bleef steeds kleiner dan 20° per meter draadlengte.

TABEL I.

$T°$ K	290	340	450	660	1020
$10t$ sec.	53.8	53.9	53.9	54.25	55.3
1500	1790	2030	2490	2700	2850
56.75	57.7	60.3	62.8	63.6	65.9

Daar de torsie-modulus omgekeerd evenredig is met het kwadraat van den slingertijd, blijkt dus ook voor uni-kristallijne draden de torsie-modulus kleiner te worden met toenemende temperatuur.

Om den samenhang tusschen de torsiemodulus en de temperatuur in eene vergelijking uit te drukken, hebben wij niet eene kwadratische vergelijking gebruikt, maar een eenigszins anderen vorm. Bij het opstellen hiervan gingen wij uit van de volgende overwegingen: In overeenstemming met de gebruikelijke definities duiden wij als temperatuurscoëfficiënt van den torsiemodulus aan: de (oneindig kleine) procentische toename van dezen modulus met de temperatuur, met andere woorden:

$$\alpha = \frac{1}{G}\frac{dG}{dT}. \qquad (3)$$

1) A. G. Worthing: Phys. Rev. X. 638, 1917.

Nu is door verschillende onderzoekers, in het bijzonder door Cl. Schäfer [1]), er op gewezen, dat de temperatuurscoëfficiënt van de elastische constanten bij kamertemperatuur in een bepaalde betrekking staat tot het smeltpunt: hoe hooger het smeltpunt, des te kleiner de temperatuurscoëfficiënt. Hiervan uitgaande is het min of meer voor de hand liggend, om de temperatuurscoëfficiënt bij een zekere temperatuur T omgekeerd evenredig te stellen met den afstand van deze temperatuur tot het smeltpunt T_s, dus:

$$a = \frac{1}{G}\frac{dG}{dT} = \frac{-b}{T_s - T} \tag{4}$$

waarin b een constante is.

Door integratie vindt men dan dat de torsie-modulus de volgende functie zal zijn van de temperatuur:

$$ln\, G_T = b\, ln\,(T_s - T) + ln\, C\,, \tag{5}$$

en:

$$G_T = G_0 \left(\frac{T_s - T}{T_s}\right)^b. \tag{6}$$

De geldigheid van deze betrekking is experimenteel gemakkelijk te controleeren. Men heeft n.l.

$$\left(\frac{t_0}{t_T}\right)^2 = \frac{G_T}{G_0} \tag{7}$$

waarin t_0 en t_T de slingertijden zijn. Zoodoende komt men tot de betrekking:

$$\log t_T = -\frac{b}{2}\log(T_s - T) + (\log t_0 + \frac{b}{2}\log T_s) \tag{8}$$

m. a. w. de logarithme van den slingertijd t_T moet een lineaire functie zijn van $\log(T_s - T)$.

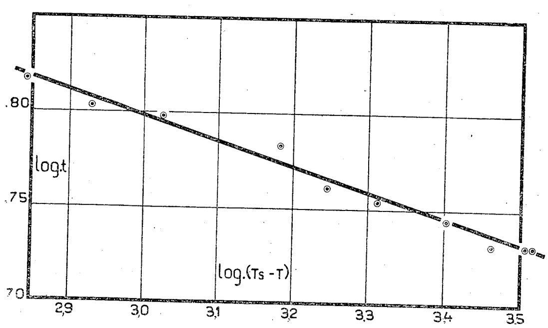


Fig. 1.

In fig. 1 is $\log t_T$ uitgezet als ordinaat, $\log(T_s - T)$ als abscis, waarbij voor T_s van wolfraam de waarde $3550^\circ\, K$ is aangenomen. Inderdaad blijken de uitgezette punten behoorlijk goed op een rechte lijn te liggen.

[1]) Cl. Schäfer, Drudes Ann. 9, 1124, 1902.

Het spreekt van zelf dat vergelijking (6) als een empirische vergelijking beschouwd moet worden. Boven een kwadratische vergelijking (zie 1) heeft ze voor dat ze eenvoudiger is, omdat er maar één nieuwe materiaal constante in voor komt. Als waarde voor de constanten vonden wij:

$$G_0 = 17\ 100\ \mathrm{kg/mm^2}$$
$$b = 0.263\,.$$

In fig. 2 is de torsie-modulus en de absolute waarde van den temperatuurscoëfficiënt als functie van de temperatuur uitgezet. Uit deze figuur blijkt het zeer opmerkelijke feit, dat de waarde van den torsie-modulus voor uni-kristallijne wolfraamdraad bij zeer hooge temperatuur buitengewoon groot blijft. *Bij 2800° K is de torsie-modulus nog belangrijk hooger dan die van staal bij kamertemperatuur ;* deze bedraagt nl. 8240 kg/mm² bij 20° C. [1]) De temperatuurscoëfficiënt van de torsiemodulus is bij kamertemperatuur voor unikristallijne wolfraamdraden aanmerkelijk kleiner dan voor de andere zuivere metalen voor zoover hieraan metingen zijn verricht. Voor platina b.v. is $\alpha = -200 \times 10^{-6}$; de unikristallijne wolframdraad heeft een waarde van $\alpha = -82 \times 10^{-6}$ en ligt in dit opzicht dus betrekkelijk dicht bij het nikkelijzer, dat, bij een samenstelling van 44% nikkel, 56% ijzer, de waarde $\alpha = -44 \times 10^{-6}$

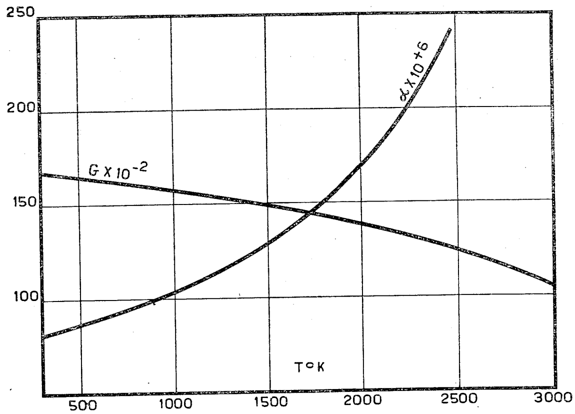


Fig. 2.

[1]) Kort geleden heeft W. Schriever: Phys. Rev. XX, 96, 1922, metingen over de torsiemodulus van getrokken wolfraamdraden in het gebied van kamertemperatuur tot 2000° K medegedeeld. Hij vond de volgende waarden:

$$G_{20^\circ\,C} = 22000\ \mathrm{kg/mm^2}$$
$$G_{2000^\circ\,K} = 3060\ \ ,,$$

Een vergelijking met onze resultaten leert, dat bij de getrokken draad die uit een groot aantal kristallieten bestaat, de torsiemodulus veel sneller afneemt met de temperatuur dan voor unikristallijne wolfraamdraad.

Dit is opnieuw een bewijs voor de boven reeds aangeduide bewering dat metingen aan metalen lichamen welke uit vele kristallieten bestaan in het algemeen niet geschikt zijn om de mechanische eigenschappen van het metaal vast te stellen. De waarde die Schriever bij 20° C vindt is aanzienlijk hooger dan wij bij getrokken draad hebben waargenomen.

Wij verrichtten een aanmerkelijk aantal metingen met verschillende soorten getrokken wolfraamdraden en vonden daarbij vrij veel uiteenloopende waarden voor de torsiemodulus, welke echter alle kleiner waren dan de waarde voor unikristallijne wolfraamdraad.

heeft en dat juist door de kleine gevoeligheid zijner elastische eigenschappen voor temperatuurveranderingen bekend is [1]).

3. Ook de *elasticiteitsmodulus van unikristallijne wolfraamdraad* werd gemeten en wel door de verlenging te bepalen bij belasting met verschillende gewichten. Bij kamertemperatuur vonden wij voor verschillende draden de volgende waarden:

TABEL II.

Draad No.	1	2	3	4	5
E	39.470	39.600	40.050	38.500	40.600

Gemiddeld $E = 39.600 \pm 800$ kg/mm^2.

Om de elasticiteitsmodulus bij hoogere temperaturen te meten, is deze methode niet geschikt, aangezien de thermische uitzetting vrij groot is in vergelijking met de elastische, zoodat een geringe variatie van de temperatuur reeds tamelijk veel invloed heeft op de bepaling van E. Wij hebben daarom de elasticiteitsmodulus bij hoogere temperaturen bepaald uit de doorbuiging.

Wanneer een draad aan zijn eene uiteinde in horizontalen stand vastgeklemd wordt, is de doorbuiging van het vrije eind tengevolge van het gewicht van den draad zelve:

$$h = \frac{l^3 g}{8 E \Theta}. \tag{9}$$

Hierin is h de doorbuiging, Θ het traagheidsmoment van de doorsnede van den draad, g het gewicht en l de lengte van den draad. Bij gegeven afmetingen van den draad is derhalve de verandering van h een maat voor de verandering van E.

De doorbuiging h werd bij verschillende temperaturen bepaald op de volgende wijze:

Een unikristallijne wolfraamdraad ter dikte van $73.6\,\mu$ en een lengte van 12 cm, werd in V-vorm gebogen en in een glazen ballon ingesmolten, die daarna werd geëvacueerd. De doorbuiging der punt van den V-vormigen draad werd gemeten. Door een electrischen stroom kon de draad op een hooge temperatuur worden gebracht. De temperatuur werd bepaald uit stroomsterkte en draaddiameter volgens de door Langmuir [2]) gegeven tabel.

In tabel III (volgende blz.) is een reeks metingen weergegeven.

Hooger dan 2550° K werd niet gemeten, omdat daar de

1) Vgl. Guillaume, Les aciers au nickel.
2) I. Langmuir, Phys. Rev. 7, 315, 1916.

TABEL III.

T° K	290	1360	1470	1660	1750
h %	100	108.3	110.8	113.2	115.6
T	1840	1930	2010	2100	2180
h %	118.0	120.4	122.3	122.8	126.8
T	2250	2330	2410	2490	2550
h %	127.6	128.7	130.0	132.4	133.6

elasticiteitsgrens overschreden werd.

Stelt men deze waarnemingen door een soortgelijke formule voor als bij de torsiemodulus is geschied, dus:

$$E_T = E_0 \left(\frac{T_S - T}{T_S}\right)^b \qquad (10)$$

dan heeft E_0 de waarde van 40.000 kg/mm²; $b = 0.263$. [1])

Voor de constante van Poisson μ vindt men onafhankelijk van de temperatuur,

$$\mu = {}^1/_2 \left(\frac{E}{G}\right) - 1 = 0.17\,.$$

Van de tot nu toe onderzochte metalen heeft alleen iridium [2]) een elasticiteitsmodulus welke hooger is dan die van wolfraam.

Summary.

The moduli of elasticity E and of torsion G as functions of the temperature have been determined for single crystal wires of tungsten. Up to high temperatures these moduli can fairly well be represented by the formulae:

$$E_T = E_0 \left(\frac{T_S - T}{T_S}\right)^b \quad \text{and} \quad G_T = G_0 \left(\frac{T_S - T}{T_S}\right)^b$$

T_S being the melting-point of tungsten.

The constants have the following values:

$E_0 = 40\,000 \pm 1000$ kg/mm².

$G_0 = 17\,100 \pm 300$ kg/mm².

$b = 0.263$.

The value of Poisson's ratio was found to be $\mu = 0.17$, independent on temperature.

Eindhoven, Sept. '1923.

NATUURKUNDIG LABORATORIUM DER N.V. PHILIPS' GLOEILAMPENFABRIEKEN.

1) H. Schönborn (Zs. f. Phys. 81, 377, 1912,) heeft bij kamertemperatuur de elasticiteitsmodulus voor unikristallijne wolfraamdraden bepaald door de knik te meten van horizontaal uitgespannen draden. Hij vond de waarde: $E = 34.920 \pm 2.400$ kg/mm², terwijl onze waarneming bij 20° C opleverden: $E = 39.600 \pm 1000$ kg/mm². Voor getrokken draden geeft Schönborn de waarde: 35.370 kg/mm² aan. Ook deze waarde is lager dan door anderen werd gevonden. Ellen Lax (Dissertation, Berlin 1919) bijv. vond 37.900, welke waarde niet veel verschilt van de door ons als gemiddelde van een aantal metingen van verschillende getrokken draden gevonden waarde van 39.500 kg/mm².

2) E. Grüneisen: (Ann. d. Phys. 22. 811, 1907) vond voor iridium $E = 52.900$ kg/mm².

OVER HET ONDERZOEK VAN ECLIPS-VERANDERLIJKEN [1])

door J. FETLAAR.

Eenige jaren geleden heeft Prof. Russell een methode gegeven om voor deze veranderlijke sterren de elementen van het stelsel af te leiden; in de eerste plaats $r_1 =$ straal groote bol; $r_2 =$ straal kleine bol en $i =$ hoek tusschen gezichtslijn en normaal op het baanvlak. Hij ging daarbij achtereenvolgens uit van twee onderstellingen, n.l.

1e. het licht is gelijkmatig over beide schijven verdeeld (U-hyp.);
2e. er heeft een verdonkering naar den rand toe plaats (D-hyp.)

Verder zijn o.a. de volgende grootheden ingevoerd:

$k = \frac{r_2}{r_1}$;

$\delta =$ schijnbare afstand der middelpunten op zeker oogenblik;

$P =$ periode;

$\tau =$ tijd in dagen vanaf het hoofdminimum;

$\Theta = \frac{2\pi}{P}\tau$; $\Theta(1/n) =$ waarde van Θ voor het punt van de lichtkromme, waar het lichtverlies bedraagt $1/n$ van het grootste lichtverlies;

$\alpha =$ lichtverlies uitgedrukt in het lichtverlies dat op zou treden bij inwendige raking der beide schijven.

Het blijkt, dat α alleen afhangt van de verhoudingen van r_1, r_2 en δ, dus $\alpha = f(k, \frac{\delta}{r_1})$ of

$$\frac{\delta}{r_1} = \varphi(\mathrm{k}, \alpha)$$

Verder stelt Russell $\delta/r_1 = 1 + kp$ en geeft een tafel, waaruit voor ieder stel waarden van k en α de bijbehoorende waarde van p is te bepalen.

Toen deze methode van Russell toegepast werd op de te Utrecht door Prof. Nijland bepaalde lichtkrommen, gaf ze tot allerlei moeilijkheden aanleiding.

Bij totale eclipsen leidt Russel uit verschillende punten van de lichtkromme een waarde van k af, waarbij 2 z.g. vaste punten van de lichtkromme een groote rol spelen. Deze reeks waarden

[1]) Voordracht, gehouden in de bijeenkomst der Nederlandsche Astronomenclub te Leiden, op 3 November 1923.

van k vertoonde in den regel groote verschillen of een sterken gang, of soms ook was voor sommige gedeelten van de lichtkromme geen waarde van k te bepalen.

Bij partiëele eclipsen leidt Russell uit verschillende punten van de lichtkromme een waarde van $C = \sin^2 \Theta(\frac{1}{4})$ af, waarbij de voor $D = \sin^2 \Theta(\frac{1}{2})$ gevonden waarde als juist wordt aangenomen. Deze reeks waarden van C was gewoonlijk zoo uiteenloopend, of vertoonde zulk een sterken gang, dat het in de praktijk niet mogelijk bleek een betrouwbaar stel elementen te vinden, te meer daar hiervoor de waarde van C/D vrij nauwkeurig bekend moet zijn. En bij de D-hyp. liep het heelemaal spaak.

Voor deze moeilijkheden konden twee oorzaken zijn:

1e. de lichtkrommen deugden niet om een of andere reden;

2e. de oorzaak lag in een of ander punt van de methode van Russell.

Begonnen werd met het onderzoek der eerste mogelijkheid. Dit lag voor de hand, omdat:

a. al wel gebleken was dat kleine wijzigingen in de lichtkrommen groote veranderingen in de elementen geven;

b. het wel was voorgekomen, dat men door de photometrische helderheden van de vergelijkingssterren te ontleenen aan de Harvard-catalogi tot een zeer zonderlinge lichtkromme kwam, die echter een normale gedaante kreeg als de photometrische helderheden opnieuw bepaald waren;

c. er soms opmerkelijke verschillen optraden tusschen de waargenomen graadintervallen en de in de Harvard-catalogi opgegeven photometrische helderheden der vergelijkingssterren.

Een onderzoek van verschillende Harvard-catalogi leidde nu tot het resultaat dat een catalogus-waarde gemiddeld een middelbare fout had van ruim $0.^m1$. Fouten $> 0.^m3$ komen dus niet zelden voor. Trouwens, Pickering verwierp niet gauw een meting. Te verwachten was dus wel, dat lichtkrommen, gebaseerd op photometrische helderheden der vergelijkingssterren, ontleend aan Harvard-catalogi, wel eens vrij sterk konden afwijken van de werkelijke lichtwisseling. Om deze reden werd dan ook voor enkele veranderlijken een lichtkromme afgeleid, uitsluitend gebaseerd op de waargenomen graadintervallen der vergelijkingssterren [1]) en een aangenomen waarde van 1 graad; en de uitkomsten

1) Verschil in helderheid tusschen twee vergelijkingsterren, uitgedrukt in lichtgraden („Stufen") De waarde van 1 graad is ongeveer $0.^m1$.

waren opvallend: de k-reeks vormde een veel beter geheel.

Hierdoor kwam de gedachte op den voorgrond de grootten der vergelijkingssterren alleen te grondvesten op de waargenomen graadintervallen en de photometrische helderheden als het kon buiten beschouwing te laten, en dus niet zooals tot nu toe aan beide een ongeveer even groot gewicht toe te kennen. De eerste vraag was nu de waarde van een graad te bepalen. Is die steeds dezelfde, of hangt ze van één of meer factoren af? Het bleek al spoedig uit een onderzoek van Algol-sterren, waarvoor de waarnemingen voltooid en de reducties verricht waren, dat de graadwaarde toenam met afnemende helderheid. En deze betrekking was lineair. Uit een verdergaand onderzoek van Prof. Nijland, verricht op het waarnemingsmateriaal van alle te Utrecht waargenomen Cepheïden en Algols, bleek dat geen andere factoren invloed hadden op de graadwaarde, ook niet, zooals steeds ondersteld was, het geschatte aantal graden in een interval.

Voortaan werden nu de grootten der vergelijkingssterren afgeleid op een manier, waarbij de photometrische helderheden uit de Harvard-catalogi zoo goed als geen rol meer speelden en de lichtkrommen, zoo noodig, opnieuw bepaald.

De resultaten met de methode van Russell waren nu veel beter. Toch waren er nog wel eens moeilijkheden, zoodat ook een onderzoek van deze methode noodzakelijk werd geacht.

Al spoedig bleek, dat de oorsprong van deze moeilijkheden moest gezocht worden in het gebruik maken van de twee z.g. vaste punten van de lichtkromme. Dit zijn (bij totale eclipsen) de punten, die behooren bij de waarde $\alpha = 0.6$ en $\alpha = 0.9$ van het maximale lichtverlies. Zij spelen een groote rol bij de afleiding van waarden van k uit andere punten van de lichtkromme. Het blijkt, dat de waarde van k, afgeleid uit punten van de lichtkromme dichtbij of tusschen de vaste punten, zeer afhankelijk zijn van de waarde van τ. Uiterst geringe wijzigingen in de waarde van τ voor deze punten of voor de vaste punten brengen groote veranderingen teweeg in de waarde van k. De waarden van k, gevonden uit punten in dit gedeelte van de lichtkromme kunnen dus bijna niet meetellen voor de bepaling van de definitieve waarde van k. Trouwens, Russell geeft ze ook een kleiner gewicht. Dit gedeelte van de lichtkromme is echter door de waarnemingen het best bepaald, en men zou dus ook graag daaruit betrouwbare waarden van k afleiden.

Zeer kleine afwijkingen in de waarde van τ voor de vaste punten kunnen tevens een andere oorzaak zijn voor het optreden van een gang in de reeks waarden van k.

Maar het hoofdbezwaar tegen de methode van Russell was wel dit, dat Russell, na de reeks waarden van k afgeleid te hebben, in de waarden van τ voor de beide vaste punten wijzigingen gaat aanbrengen, om te trachten de gemiddelde waarde van k voor het bovenste, het middelste en het onderste gedeelte van de lichtkromme zoo goed mogelijk met elkaar te doen overeenstemmen. Deze veranderingen kunnen bedragen tot $0.^d003$ toe, wat, zooals reeds is opgemerkt, een zeer belangrijk bedrag is. Hierdoor wordt dan de kromme, zooals ze te voren zoo goed mogelijk door de normaalplaatsen getrokken is, gewijzigd, om ze aan te passen aan de theorie.

Bij de partiëele eclipsen gebeurt iets dergelijks. De reeks waarden van $C = \sin^2 \Theta\,(\frac{1}{4})$ tracht Russell in overeenstemming met elkaar te brengen, door de waarde van $D = \sin^2 \Theta\,(\frac{1}{2})$, dus die van τ voor het bijbehoorende punt van de lichtkromme te wijzigen. Dan is bovendien in den regel nog maar een slechte overeenstemming in die C-reeks te bereiken, terwijl juist een goede overeenstemming noodig is om een eenigszins betrouwbaar stel elementen af te leiden. In de praktijk blijkt dan ook, dat het in den regel onmogelijk is, dit proces van verandering van de waarde van D te volgen om een geschikte C-reeks te vinden en waarden van de elementen die een theoretische kromme leveren, overeenstemmende met de waargenomen kromme.

De vraag kwam daardoor op den voorgrond, of het niet mogelijk was:

1e. te voorkomen dat 2 punten van de lichtkromme de hoofdrol spelen en de verschillende punten, die voor de bepaling van k en de andere elementen gebruikt worden, eenzelfde gewicht toe te kennen;

2e. de bepaling van k en de andere elementen aan te sluiten aan het door de waarnemingen best bepaalde deel van de lichtkromme, dus het deel bij het maximum en het minmum buiten beschouwing te laten;

3e. te voldoen aan den eisch, dat aan de lichtkromme zooals die van te voren zoo goed mogelijk, volgens de beginselen ontleend aan de foutentheorie, door de normaalplaatsen is getrokken later niets meer wordt veranderd.

Als gevolg van deze overwegingen is de theorie van Russell gewijzigd, waarbij alleen zijn p-tafels behouden bleven.

Uit geometrische beschouwingen blijkt:

$$\delta^2 = \cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \Theta ,$$

en ook was

$$\frac{\delta}{r_1} = 1 + k\,p ,$$

zoodat

$$\cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \Theta_n = r_1{}^2 (1 + k\,p_n)^2 .$$

Voor iedere waarde van α, dus voor ieder punt van de lichtkromme, is een dergelijke vergelijking af te leiden. Uit deze vergelijkingen moeten de onbekenden k, r_1 en i worden opgelost. Voor k komt een uitdrukking, waarin de grootheden p voorkomen. Door achtereenvolgende benaderingen is k te bepalen en vervolgens r_1 en i.

De partiëele eclipsen kunnen nu op dezelfde manier behandeld worden als de totale, alleen moet de diepte van het secundaire minimum hier bij benadering bekend zijn, omdat nu α_0, het maximale lichtverlies, ook onbekend is. En vooral deze partiëele eclipsen geven nu veel beter en ondubbelzinniger uitkomsten.

Door achteraf de theoretische lichtkromme te berekenen, blijkt dat deze in het voor de afleiding der elementen gebruikte deel zoo goed als nergens afwijkt van de waargenomen kromme. De voor de bepaling der elementen niet gebruikte deelen der waargenomen kromme kunnen dan, tenminste als de kromme door de waarnemingen zeer nauwkeurig bepaald is, aanwijzingen geven in sommige andere kwesties, zooals al of niet verdonkering naar den rand toe. Zooals uit latere onderzoekingen schijnt te volgen, kunnen deze deelen bij partiëele eclipsen ook nog een nieuwe aanwijzing geven voor de waarde van α_0, waarvoor overigens de diepte van het secundaire minimum bekend moest zijn. Ook is het eenige malen voorgekomen, dat men uitging van een partiëele eclips, terwijl later bleek, dat de eclips nog juist totaal moest zijn.

Ten slotte blijkt deze methode, toegepast op sterren van de *β Lyrae*-groep, tot algemeene uitkomsten te leiden, waarin het *Algol*-geval besloten is als bijzonder geval door de excentriciteit van de meriaandoorsnede der ster $\varepsilon = 0$ te stellen.

Zooals bekend is bestaat er een systematisch verschil tusschen de photometrische helderheden van Pickering en die van

Parkhurst. Zij kunnen niet beide hetzelfde verhoudingsgetal 2,512 gebruikt hebben. Door bij de afleiding der elementen beide schalen toe te passen, wijzen de uitkomsten zeer sterk in de richting, dat Parkhurst niet het juiste verhoudingsgetal 2,512 kan gebruikt hebben. Uit een onderzoek van nauwkeurig bepaalde lichtkrommen van sommige veranderlijken kan men langs dezen weg een vrij zekere uitspraak in deze kwestie krijgen. Het meest geschikt zijn hiervoor veranderlijken met totale eclipsen, waarvan de lichtwisseling in het hoofdminimum nauwkeurig bepaald is en die een diep secundair minimum vertoonen (b.v. *Z Herculis*). Want als uit de in beide gevallen gevonden elementen de theoretische lichtkromme bepaald wordt, dan blijken de diepten der secundaire minima zeer sterk uiteen te loopen; in het geval-Parkhurst is die diepte veel grooter. De waargenomen diepte kan dan de beslissing geven.

Ook komen er veranderlijken voor waarbij de diepten van beide minima ongeveer even groot zijn. In het geval-Pickering kunnen beide minima op zijn hoogst een diepte van $0.^{m}75$ hebben en in het geval-Parkhurst een diepte van $0.^{m}96^{5}$. Dit zou ook een beslissing kunnen geven.

Tot nu toe zijn nog slechts de lichtkrommen en de elementen van 8 systemen bepaald, maar de bedoeling is het geheele waarnemingsmateriaal, dat te Utrecht aanwezig is, en dat op een 70 à 80 veranderlijken betrekking heeft, achtereenvolgens te bewerken.

Summary.

1°. In trying to apply Russell's method for the derivation of the elements of eclipsing binaries to light-curves of variables, observed at Utrecht by Prof. Nijland after the step-method, different difficulties arose.

2°. These difficulties were partly due to the fact that in the derivation of magnitudes for the comparison-stars equal weight has been assigned to the photometric values of the Harvard Photometry and to the estimated light-steps. The average mean error of a catalogue-value of the Harvard Photometry appeared to be something more than $0.^{m}1$. Therefore the magnitudes of the comparison-stars and the light-curves, were determined anew, laying full weight upon the observed steps and taking into account the magnitudes of the Harvard Annals only for the derivation of the step-value. It appeared that this step-value only depends upon the stellar magnitude, increasing with decreasing brightness.

3°. Some of the difficulties, however, obviously had their origin in the method employed. Therefore the method of Russell has been modified. This revised method can be extended to the case of partial eclipses and to the light-curves of the β Lyrae-group.

4°. The revised method has been applied to the light-curves of four stars, with a view of extending this work to the remaining stars observed at Utrecht (some 70).

OVER HET ANOMALE PHASEVERLOOP BIJ EEN BRANDPUNT

door A. D. FOKKER.

Het is misschien niet onaardig, nog eens te herinneren aan het curieuze effect, het eerst door Gouy [1]) ontdekt en beschreven, waarmee men te maken krijgt, indien lichtgolven door een brandpunt heenloopen. De proef herhalende, heeft professor Zeeman [2]) de methode aangegeven, welke, welsprekend in haar eenvoud, gevolgd is geworden door alle physici, die na hem dit effect experimenteel hebben nagegaan. [3])

Van een lichtgevend punt ontwierp Zeeman met behulp eener dubbelbrekende lens uit kalkspaat (plat-bol, met de kristalas in het platte vóórvlak) twee beelden, het gewone en het extra-ordinaire. Door het invallende licht te polariseeren in een richting halverwege de hoofdrichtingen van het kalkspaat, konden achter de lens met een analysator interferentiekringen worden waargenomen. Teneinde het optische wegverschil voor de gewone en buitengewone stralen langs de centrale as op te heffen, werd vóór de lens een planparallel stuk kalkspaat gezet, ongeveer even dik als de lens in het midden, en met de optische as evenwijdig aan het voorvlak der lens, maar met de hoofdsneden rechthoekig op de overeenkomstige hoofdsneden der lens. Dit stuk kon ter volledige compenseering van bedoeld wegverschil een weinig gedraaid worden. Bij gekruiste nicols werd nu het centrum der interferentiefiguur tusschen lens en eerste beeldpunt zwart, tusschen de twee beeldpunten wit, om na het tweede beeldpunt weer in zwart om te slaan. De interpretatie van het verschijnsel kan geen andere dan deze zijn, dat de golven van de gewone stralen bij het passeeren van hun convergentiepunt hun phase omkeerden, en dat de golven van de buitengewone stralen iets later op hunne beurt in *hun* convergentiecentrum hetzelfde doen.

---

1) Gouy, *Sur la propagation anomale des ondes*, Ann. de Chimie et de Physique, (6), **24**, p. 145, 1891.

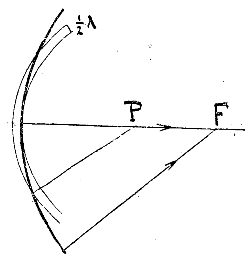
2) Zeeman, *Une expérience relative à la propagation anomale des ondes*, Arch. Néerl. (2), **4**, p. 318, 1901.

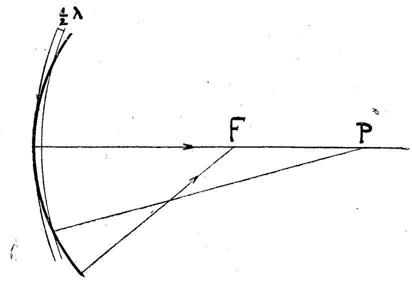
3) Sagnac, *Lois de la propagation anomale de la lumière dans les instruments d'optique*, C. R. 138, pp. 479, 619, 678, 1904; Boltzmann-Festschrift, p. 528.
Reiche, *Ueber die anomale Fortpflanzung von Kugelwellen beim Durchgang durch Brennpunkte*, Ann. d. Phys. (4), **29**, pp. 65, 401, 1909.

De goede theoretische verklaring van het verschijnsel is later gegeven door Sagnac, die de proeven op de manier van Zeeman herhaalde, maar met een lens van veel grooter brandpuntsafstand en met veel kleiner opening. Hierdoor werd de invloed der buiging op het verschijnsel sterk vergroot, welke op zichzelf reeds aanleiding geeft tot intensiteitsschommelingen en, zooals door Sagnac op den voorgrond werd gesteld, tot bepaalde phasesprongen in de plaatsen waar de intensiteit door nul, of door minima heengaat. Een dieper ingaan op details hiervan uitstellende, kunnen wij ons eerst op elementair eenvoudige wijze ervan rekenschap geven, wat de reden is van de phase-omkeering bij een brandpunt, zooals die overblijft ook bij een reduceeren van den invloed der diffractie.

Daartoe gaan wij te werk volgens het beginsel van Huygens, en verdeelen daarbij het naar zijn middelpunt toeloopende bolvormig golffront in de bekende zones van Fresnel. Bij het punt P waarin wij de lichtbeweging willen bestudeeren, behoort een „pool" van het golffront, d. i. het punt, waar de verbindingslijn met P loodrecht op het golffront staat. In gewone gevallen, maar niet altijd, is dit ook het dichtst bij P gelegen punt van het golffront. Deze pool van P is het midden van de eerste zone van Fresnel, die omrand wordt door de meetkundige plaats der punten van het golffront welke op een afstand van P liggen die een halve golflengte verschilt van den afstand van het midden tot P. De tweede zone van Fresnel wordt omrand door de punten, voor welke de afstand tot P verschilt van den centralen afstand met een volle golflengte, en zoo vervolgens.

Ik behoef hier niet de welbekende redeneeringen te herhalen waarmee men betoogt dat de lichtbeweging welke in P resulteert als gevolg van de interferentie der impulsen welke de verschillende zones in P geven, impulsen die elkander voor een groot deel vernietigen, tenslotte bepaald wordt door de helft van den impuls dien de binnenste, eerste, zone van Fresnel geeft. Wij willen slechts de aandacht vestigen op de phase van dezen impuls. Het zal duidelijk zijn dat de phase van den impuls dezer eerste zone als geheel halverwege zal liggen tusschen de phasen, die de onmiddellijke omgeving op het golffront romdom het centrum, resp. de onmiddellijke omgeving van den rand der zone, elk op zichzelf beschouwd, zouden geven, en die een halven trillingstijd van elkaar verschillen.





Beschouwt men een punt *P* tusschen het golffront en het brandpunt *F* waarheen de golf zich samentrekt, dan ligt het midden der centrale zone het dichtst bij *P*. De lichtimpuls in *P* is dus een kwart trillingstijd achter bij den impuls die van dat midden der centrale zone afkomstig is.

Beschouwt men echter een punt *P* aan gene zijde van het brandpunt, dan is het juist omgekeerd. Voor zóó'n punt liggen de brandpunten der eerste zone dichter bij dan het midden. In dit punt moet dus de lichtimpuls een kwart trillingstijd vóór zijn bij den impuls die direct van het midden der zone afkomstig is.

Dit verklaart ons den phasesprong. De impuls van het midden der eerste zone plant zich regelmatig voort. De totale resulteerende impuls der centrale zone is eerst een kwart trillingstijd daarbij achter, later een kwart trillingstijd vóór. Hij wint dus een halven trillingstijd. Deze uitkomst is in overeenstemming met wat de experimenten leerden.

Van de fijnere door Sagnac aangegeven details kan men zich het gemakkelijkst rekenschap geven op de volgende manier. Het zich samentrekkende golffront zij een zuiver rond bolkapje. Staat men in het middelpunt van den bol waarvan dit kapje deel uitmaakt, dan komen de impulsen van alle deelen van het kapje precies tegelijk aan. Het geheele kapje behoort tot het centrum van de eerste zone van Fresnel.

Beweegt men zich langs de centrale as naar het bolkapje toe, dan komt men in punten, waar de impulsen van den rand afkomstig steeds meer vertraging hebben vergeleken bij den impuls uit het midden. De intensiteit van den resulteerenden impuls neemt af, en de resulteerende phase raakt iets achter vergeleken bij de phase van den impuls uit de pool. Eindelijk komt men in een punt, van waaruit gezien het geheele kapje juist de eerste zone uitmaakt. Gaat men nog meer naar het golffront toe, dan beginnen de impulsen van den rand de impulsen van het midden tegen te werken; de tweede zone van Fresnel maakt haar verschijning. De intensiteit neemt steeds meer af, en de phase raakt meer en meer achter. Eindelijk bereikt men een punt, van waaruit gezien het bolkapje juist de binnenste twee zones van Fresnel uitmaakt. In dit punt is de intensiteit van den resulteerenden impuls nul te stellen. Even voor dit punt bereikt werd, was de phase van den zeer zwakken totalen impuls op een kleinigheid na een halven trillingstijd achter bij den impuls van het midden van het bolkapje afkomstig. Zijn wij dit punt voorbij, dan treedt aan den rand van het bolkapje de derde zone van Fresnel te voorschijn. Deze doet de intensiteit weer aangroeien, en, de impuls afkomstig van deze binnenste elementen der derde zone hebben dezelfde phase als de impuls uit het centrum der eerste zone. Bij den doorgang door het punt van minimum-intensiteit, het golffront tegemoet, wordt dus de phase ineens een halven trillingstijd vooruitgezet.

Beweegt men zich van het brandpunt langs de centrale as in de tegenovergestelde richting, dan doen zich dergelijke buigingsverschijnselen voor, maar in omgekeerden zin. Men krijgt dan eerst een geleidelijke vervroeging van de phase, totdat in het punt, waar men het minimum van intensiteit bereikt, de phase een halven trillingstijd is voorgeraakt. Gaat men door dit punt heen, dan wordt de totale impuls in phase een halven trillingstijd achteruitgezet; hij komt dan weer gelijk met den impuls afkomstig van het midden der centrale zone.

Verder van het brandpunt af vermindert de grootte van deze phaseverschuivingen en phasesprongen. De phaseschommelingen beperken zich gaandeweg tot steeds kleiner interval om de phasen, zooals men die een flink eind vóór, resp. achter het brandpunt aantreft, en waarvan, zooals wij gezien hebben, de phase voorbij het brandpunt een halve trillingstijd vóórgeraakt is vergeleken bij de phase vóór het brandpunt.

BOEKBESPREKING.

Dr. Eberhard Buchwald, **Das Korrespondenzprinzip.** 127 blz. — Sammlung Vieweg, prijs f 2.75.

Dit uitmuntende boekje stelt den lezer op duidelijke, zakelijke en juiste wijze op de hoogte van den inhoud van het correspondentieprincipe van Bohr en van de toepassingen die tot nu toe van dit principe in de atoomtheorie gemaakt zijn.

Het kan daarom als een zeer waardevolle aanvulling van het bekende leerboek van Sommerfeld beschouwd worden, waarin de rol die het correspondentie-principe in de atoomtheorie speelt, wel ietwat stiefmoederlijk behandeld is. Aan een ieder die zich voor de ontwikkeling van de theorie der quanta interesseert, en vooral ook aan studenten, zij Dr. Buchwald's werkje ten zeerste aanbevolen!

Het is misschien niet ondienstig op enkele m. i. onjuistheden en onvolkomenheden nog even de aandacht te vestigen. De beschouwingen op blz. 18 en 19 over wat het correspondentieprincipe ons aangaande de gemiddelde levensduur van een atoom in een van zijn stationnaire toestanden vertellen kan, mede in verband met de dispersie-verschijnselen, zijn prijzenswaardig kort, maar tevens onduidelijk en ietwat onkritisch.

De wijze, waarop op blz. 25 de quanta-voorwaarden voor de stationnaire toestanden ingevoerd worden, is niet geheel juist en daardoor onbegrijpelijk voor wie de theorie der phasen-integralen en van de meervoudig-periodieke systemen niet reeds kent. Deze kritiek is ook van toepassing op het algemeene voorschrift, dat de schrijver geeft op blz. 33 voor de bepaling van de coëfficiënten in de meervoudige Fourier-reeksen die de beweging der electronen binnen in het atoom beschrijven. De wijze, waarop dan later in het boekje verschillende bijzondere gevallen behandeld worden, laat daarentegen niets te wenschen over.

In zijn behandeling in § 9 van den polarisatietoestand van de componenten, die in het Stark-effect der waterstoflijnen optreden, wekt de schrijver den indruk dat het er bij de bepaling van deze polarisatie op aan komt, drie quantumgetallen in te voeren, in tegenstelling met wat bij de bepaling van de energie der stationnaire toestanden het geval is, waar twee quantumgetallen reeds voldoende zijn. Inderdaad is de bewuste polarisatie door die twee quantumgetallen reeds geheel en al bepaald, en heeft niets uitstaande met den regel, dat in 't algemeen in een axiaal symmetrisch atoom het draaimoment om de as bij een sprong van een stationnairen toestand naar een andere, òf onveranderd blijft, òfwel met $h/2\pi$ toeneemt of afneemt, een regel die bij de bepaling van de polarisatie van de componenten van het Zeeman-effect een zoo belangrijke rol speelt. Schrijvers dwaling is echter in hooge mate vergeeflijk omdat Bohr pas zeer kort geleden in een verhandeling in de „Proceedings of the Physical Society of London" (Guthrie-lecture 1922) heeft laten zien hoe het probleem van de polarisatie bij het Stark-effect behandeld dient te worden.

Op blz. 117 doet het ietwat wonderlijk aan dat de schrijver, over de rotatie van twee-atomige moleculen sprekend, nog van een draaimoment om de as van het molecuul spreekt, nadat hij beloofd heeft het draaimoment dat de electronen bezetten, te zullen verwaarloozen.

In de laatste paragraaf is de in de theorie der molecuulspectra belangrijke vraag aangaande het optreden van overgangen bij welke het totale draaimoment van het molecuul geen verandering ondergaat, wel wat oppervlakkig behandeld.

De lezer late zich door al deze kritiek niet afschrikken. Dr. Buchwald's werkje biedt hem inderdaad de beste en gemakkelijkste gelegenheid om zich van de techniek van het correspondentieprincipe op de hoogte te stellen. H. A. K.

A. H. Borgesius, **De relativiteitsleer**, vijf voordrachten, 167 blz., 7 figuren. — Den Haag, N. V. Boekhandel, v.h. W. P. van Stockum en Zoon, 1923. Prijs f 2.50.

Het blijft uiterst moeilijk, den niet wiskundig en natuurwetenschappelijk gevormden lezer meer dan een zeer oppervlakkigen kijk op de relativiteitstheorie te geven. Wel heeft de samensteller dezer voordrachten gelijk met zijn bewering, dat een niet-mathematische behandeling toch ook een voordeel heeft, dat zij namelijk niet gevaar loopt, het doel te bereiken zonder een recht besef van de moeilijkheden van den tocht. Deze opmerking heeft echter alleen zin voor den wel wiskundig gevormden. Voor dezen is dan ook het prettig geschreven boekje onderhoudende lectuur. Het blijkt echter bestemd voor lezers, die van wiskunde zoo weinig weten, dat de eerste beginselen van de analytische meetkunde hun moet worden uitgelegd en die aan natuurkunde ook niet zooveel hebben gedaan, dat ze b.v. een uiteenzetting van de beteekenis van interferentie kunnen missen. Inderdaad zijn er velen zonder deze voorbereiding, die toch kennis willen maken met de relativiteitstheorie. Van hen mag men natuurlijk verwachten, dat ze tot eenige inspanning bereid zijn. Maar dan nog is het te vreezen, dat zij in het bijzonder in de beide laatste der vijf hoofdstukken, die over Minkowski's vierdimensionale ruimte-tijdwereld en over de algemeene relativiteitstheorie, door al de boomen het bosch niet zien.

De drie eerste hoofdstukken kunnen we zeer geslaagd noemen. Na een zeer korte bespreking van de relatieve beweging in de klassieke mechanica, komt al spoedig een beknopte, maar duidelijke uiteenzetting van de proef van Michelson (jammer dat fig. 4, die hier ter toelichting dient, niet meer sprekend is) en de Lorentz-contractie. Dan volgt in hoofdstuk II de relativiteitstheorie voor translaties, waarvan de grondbegrippen op overtuigende wijze bevattelijk worden gemaakt. Als hij heeft uitgelegd, dat absolute gelijktijdigheid op twee verschillende punten niet bestaat, zegt schrijver, dat deze eerste stap voor de meesten de moeilijkste is. Dit moge waar zijn voor den mathematisch onderlegden beoefenaar der wetenschap, menig lezer uit die groep, waarvoor dit boekje bestemd is, zal nog wel onder den indruk komen, dat de volgende stappen volstrekt niet gemakkelijk zijn. In het derde hoofdstuk worden dan eenige gevolgen der fundamenteele hypothesen besproken, de relativiteit der massa en de gelijkwaardigheid van massa en energie.

Aan het eind zijn een aantal eenvoudige afleidingen van formules bijeengebracht, die door lezers met eenige oefening in de elementaire wiskunde stellig zeer gewaardeerd zullen worden. Dit aanhangsel, dat maar 8 bladzijden telt, had nog wel met eenige dergelijke formules kunnen worden uitgebreid. H. B.

Ir. J. M. Steegstra, **Ruimte en Materie als aanvangsbegrippen in klassieke en moderne natuurfilosofie.** 72 blz. — Meinema, Delft, 1923. Prijs f 1.50.

In het *eerste deel* van dit werk stelt de schr. in 't licht, dat (en waarin) de uitgangspunten der „klassieke" — d. i. de school van Hegel! — en der „moderne" natuurkunde als tegengesteld te begrijpen zijn.

De eerste natuurbeschouwing plaatst voorop het begrip der *ruimte*, als eindeloos en eigenschaploos en als zoodanig drie-dimensionaal; dan volgt de overgang tot het begrip van den *tijd*, door de ontkenning of vernietiging der ruimte tot punt, dat zelf ruimtelijk is. Vervolgens wordt ingevoerd het begrip van de *materie* als eerste zakelijke grens in de ruimte, en dat van de *beweging* als 't overgaan van tijd in ruimte en omgekeerd; de *zwaarte* dier materie moet dan opgevat worden als één met haar wezen en als streven naar een middelpunt buiten zichzelf.

De „moderne" natuurkunde daarentegen gaat uit van de materie als het oorspronkelijk gegevene; door die materie wordt de ruimte — en de tijd — bepaald en toegerust met allerlei *eigenschappen*, waardoor ze dan ook eindig, gekromd en niet-driedimensionaal kan zijn en met de „wereld" vereenzelvigd worden.

In het *tweede deel* worden beide natuurbeschouwingen met elkaar vergeleken ten opzichte van haar waarde voor de verheldering van het menschelijk begrip.

Daar volgens schr. het begrip der oneindigheid van 's menschen geest onafscheidbaar is van dat der eindeloosheid van de ruimte, valt de waardeering niet ten gunste van de Einsteiniaansche philosophie uit; hetzelfde zou gelden ten aanzien van de zwaarte van het licht, want in de opvatting van schr. doet het licht — als zijnde in tegenstelling met de materie zonder zwaarte en in tegenstelling met den geest niet zich door zichzelf openbarend — dienst als onontbeerlijke trap in de ontwikkeling van ons begrip.

Tot besluit volgt dan een lang *aanhangsel* van toelichtingen en aanvullingen. Hierbij maken we de opmerking: op blz. 62 18e regel zal wel moeten gelezen worden „zoo komt er nooit een einde aan het *waarnemen* van welke gebeurtenis ook", zoodat die opwerping tegen de relativiteit der gelijktijdigheid ontzenuwd wordt door hetgeen de schr. zelf betoogt in de daarop volgende alinea. L. C.

TER BESPREKING ONTVANGEN BOEKEN.

Jean Perrin, Die Atome, in het Duitsch bewerkt door A. Lottermoser, 213 blz., 16 fig. — Theod. Steinkopff, Dresden-Leipzig 1923. Prijs f 2,85.

P. P. Ewald, Kristalle und Röntgenstrahlen, 327 blz., 189 fig. — Springer, Berlin 1923. Prijs 6 dollar, geb. 6,35 dollar.

STRIKVRAGEN.

Aangezien het antwoord op een in dit nummer te plaatsen strikvraag eerst in het Januarinummer van den volgenden jaargang zou kunnen worden opgenomen, en het niet gewenscht is dat vraag en antwoord in verschillende jaargangen verschijnen, behoudt de Redactie vraag no. XIII liever in portefeuille.

Aangaande het antwoord op vraag XI, luidende:

Bij de interferentieproef ven Quincke loopen de geluidsgolven door twee buizen langs ongelijke wegen, om, door een gemeenschappelijke opening uittredende, een versterkt geluid te geven of elkander op te heffen, al naar gelang van het wegverschil. Wanneer bij wederkeerige opheffing der geluidsgolven geen geluid uit de opening komt, waar blijft dan de energie der golven?

kan het volgende worden opgemerkt;

Dat de twee golfslierten, bij de uittrede-opening aankomende met een halve golflengte wegverschil, elkander zouden vernietigen, is een onjuiste uitdrukking. Zij loopen over elkander gesuperponeerd door, de een tegen de andere in, totdat zij, na een vollen ommegang, elkander weder, en ditmaal met gelijke phase, ontmoeten bij de intrede-opening. Een overschot van energie zal door deze opening de buizen van Quincke weer verlaten. Anders uitgedrukt: in het onderstelde geval wordt de geluidsbeweging bij de intrede-opening door de terugkeerende golven zoodanig beïnvloed, dat er niet meer energie de buizen binnengaat dan er door de inwendige wrijving verbruikt wordt.

PHYSICA

NEDERLANDSCH TIJDSCHRIFT VOOR NATUURKUNDE

3e JAARGANG DECEMBER 1923 NUMMER 12.

SMERING VAN ASBUSSEN

door A. MICHELS.

Het is een vaak door vele physici miskende waarheid, dat menig op het oog zuiver technisch onderwerp een aantal vraagstukken kan bevatten, welke ook van zuiver natuurkundig standpunt alleszins de moeite van een nadere beschouwing waard zijn. Van den anderen kant blijken vaak technici te weinig de waarde te beseffen van een naar hunne meening te theoretische bespreking. Gelukkig mindert deze wederzijdsche miskenning en ziet men de techniek haar nut trekken uit zeer theoretische beschouwingen.

Een voorbeeld van zulk een vraagstuk is zeker wel het bovengenoemde, waar niemand minder dan Sommerfeld een uitvoerige verhandeling aan wijdde [1]. Sommerfeld slaagt erin, doorgaande op de oudere besprekingen van Osborne Reynolds [2]) een zeer wetenschappelijke verhandeling te geven, zij het ook dat hier en daar onderstellingen worden gemaakt welke in de praktijk niet te vervullen zijn. Misschien was dit dan ook wel de reden, dat we in de B. B. C. Mitteillungen van 1919 nog de klacht aantreffen [3]) :

Betrachtet man die verschiedenen Lagerconstructionen, die von einzelnen Firmen ausgeführt werden, so gewinnt man den Eindruck dass keine allgemein anerkannten Richtlinien zu Grunde gelegt sind; vielmehr blieb die Ausbildung dieser Konstruktion den Willkür des Einzelnen überlassen.

Later hebben anderen o.a. Gümbel [4]) het vraagstuk opnieuw van meer technische zijde aangegrepen. Alvorens ons hierin te verdiepen, ga vooraf eene korte behandeling van Sommerfeld's werk.

1) Zeitschrift für Math. und Physik 1904.
2) On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Towers experiments, Phil. Trans. R. Soc. of London, 1886.
3) Allgemeine Richtliniën für die Konstruktion von Traglager, B. B. C. Mitteilungen, 1919.
4) Jahresbuch der Schiffbautechn. Geselschaft, 1917.

Sommerfeld begint met eene afleiding van de z.g. vergelijking van Osborne Reynolds, waarbij hij zich geheel buiten de lastige en veel minder overzichtelijke reeksontwikkeling van den laatste weet te houden.

Stel gegeven een vloeistoflaag tusschen twee platen, welke niet juist evenwijdig behoeven te zijn opgesteld. Wel moet de hoek tusschen de beide platen klein zijn. Stel verder, een der beide platen beweegt zich evenwijdig aan haar oorspronkelijken stand. (Fig. 1). Als coördinaten stelsel nemen we aan, een X as evenwijdig aan de bewegingsrichting en een Y as loodrecht op de bewegende plaat.

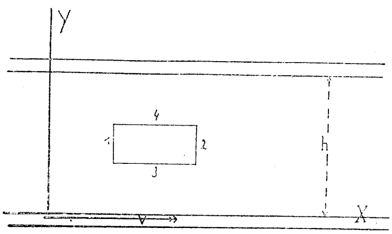


Fig. 1.

Ter vereenvoudiging maakt Sommerfeld een paar onderstellingen, n.m.

1. de traagheid der vloeistof kan ten opzichte van de veel grootere andere invloeden verwaarloosd worden,
2. er heeft geen beweging plaats in de Z-richting,
3. de beweging in de Y-richting is te verwaarloozen.

Beschouwen we de krachten welke op een volumen-element met afmetingen

$$dx\,dy \text{ en } 1$$

worden uitgeoefend.

We noemen

η de viscositeit van de vloeistof,
V de snelheid van de bewegende plaat,
v de snelheid van een vloeistofdeeltje,
p de druk,

dan is de druk op de zijwanden 1 en 2 resp.

$$p\,dy \qquad \text{en} \qquad -\left(p+\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dy$$

dus de resulteerende kracht in de X-richting

$$-\frac{\partial p}{\partial x}dx\,dy\,;$$

op de vlakken 3 en 4 grijpen wrijvingskrachten aan en wel

$$-\eta \frac{\partial v}{\partial y} dx, \qquad \text{resp.} \qquad \eta \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} dy \right) dx ,$$

de resultante in de X-richting is dus

$$\eta \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} dx dy .$$

Voor stationaire strooming is dan noodig

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \eta \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$$

Zouden we hetzelfde toepassen op de Y-richting dan zouden we een soortgelijke vergelijking verkrijgen. Daar echter de beweging in de Y-richting verwaarloosbaar is ondersteld, moeten we ook de wrijving in die richting 0 stellen. Hierdoor wordt

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 .$$

dus p onafhankelijk van y.

Zoodoende zijn de partieele afgeleiden door totale te vervangen en de vergelijking wordt integrabel

$$\frac{dp}{dx} = \eta \frac{d^2 v}{d y^2}$$

$$v = \frac{1}{y} \frac{dp}{dx} \frac{y^2}{2} + a y + b$$

waarin a en b integratieconstanten zijn.

Neemt men met Osborne Reynolds aan dat de vloeistof volkomen aan de wanden hecht, dan is

$$\begin{aligned} \text{voor} \quad & y = 0 , \quad v = V , \\ & y = h , \quad v = 0 , \\ \text{dus} \quad & b = V , \\ & a = -\frac{1}{2\eta} \frac{dp}{dx} h - \frac{V}{h} , \\ \text{of} \quad & v = V \left(1 - \frac{y}{h}\right) - \frac{1}{2\eta} \frac{dp}{dx} y h \left(1 - \frac{y}{h}\right) . \end{aligned}$$

Deze betrekking is nog te vereenvoudigen met behulp van de z.g. continuiteitsvergelijking

$$\frac{dQ}{dx} = 0 ,$$

waarin Q de hoeveelheid vloeistof is stroomende door een doorsnede loodrecht op de X-as

$$Q = \int_0^h v\,d\,y = V\frac{h}{2} - \frac{d\,p}{d\,x}\frac{h^3}{12\,\eta}\,,$$

$$V\frac{d\,h}{d\,x} = \frac{Q}{d\,x}\left(\frac{h^3}{6\,y}\frac{d\,p}{d\,x}\right);$$

hieruit volgt door integratie

$$\frac{h^3}{6\,\eta}\frac{d\,p}{d\,x} = V\,h + C\,.$$

Voor $\frac{d\,p}{d\,x} = 0$ is $V\,h = -C$. Stel de afstand waar $\frac{d\,p}{d\,x} = 0$ gelijk h_0, dan is $C = V\,h_0$,

$$\frac{h^3}{6\,\eta}\frac{d\,p}{d\,x} = V(h - h_0),$$

$$\frac{d\,p}{d\,x} - 6\,\eta\,V\,\frac{h - h_0}{h^3}\,.$$

Dit is de z.g. *vergelijking van Osborne Reynolds* doch afgeleid volgens de methode van Sommerfeld. Van deze vergelijking is het dat vrijwel alle nieuwere beschouwingen over oliesmering uitgaan.

Stel een der bewegende platen b v. de bovenste is beperkt van van afmeting (fig. 2), dan is

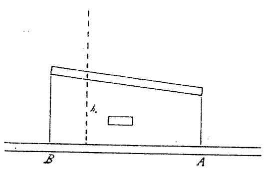


Fig. 2.

$$p_A = p_B = \text{atmospherische druk}$$

In B zal verder de h grooter zijn dan de h_0 dus bij een positieve V wordt

$$\frac{d\,p}{d\,x} > 0,$$

in A is echter h kleiner dan h_0 dus

$$\frac{d\,p}{d\,x} < 0\,.$$

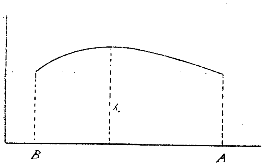


Fig. 3.

Het drukverloop zal dan de gedaante hebben van figuur 3. Er ontstaat dan dus een druk op de bovenste plaat welke haar van de onderste tracht te verwijderen. Resultante laat zich in grootte en aangrijpingspunt langs niet te ingewikkelden weg berekenen. Hiervoor verwijs ik echter naar Gümbel (l.c.)

Keert echter V van teeken om, dan verandert ook het teeken van $\frac{dp}{dx}$ zoowel in A als in B. De graphische voorstelling van het drukverloop krijgt de gedaante van figuur 4 en de bovenste plaat wordt naar beneden gezogen.

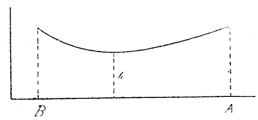


Fig. 4.

Ook zonder berekening kan men dit globaal wel inzien. Beweegt zich de bovenste plaat naar rechts dan wordt, daar de vloeistof aan de plaat hangt, de vloeistof naar het nauwere spleetgedeelte gebracht. Dit moet een drukverhooging tengevolge hebben. Bij beweging naar links geschiedt het tegengestelde.

Experimenteel laat zich het bovenstaande eenvoudig aantoonen. De onderzijde van een cirkelvormige plaat wordt in sectoren verdeeld (Fig. 5) en iedere sector schuin weggevijld, zoodat zij een hellend vlak vormen. In de figuur is voor één der sectoren de diepte van invijling aangegeven. Nu wordt deze schijf rondgedraaid op een vlakke plaat, terwijl overvloedig olie wordt toegevoegd. Draait men in de eene richting dan ontstaat weder een druk welke de schijf omhoog brengt. De schijf loopt als het ware tegen de olie op en de wrijving wordt gering. Bij draaiïng in de andere richting ontstaat juist een zuiging, de platen naderen

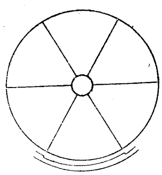


Fig. 5.

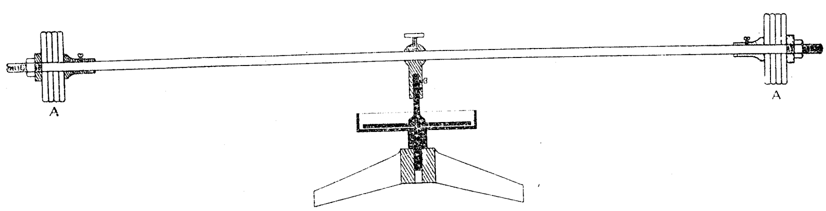


Fig. 6.

elkander en de wrijving wordt groot. Fig. 6 geeft een denkbeeld van een demonstratietoestel. Door aanbrenging van de gewichten A is aan de plaat een grooter traagheidsmoment gegeven. Brengt men de plaat in draaiïng en laat haar daarna vrij dan zal ze in de eene richting geruimen tijd doordraaien en in de andere zeer snel stoppen.

Een praktische toepassing hiervan heeft de Firma Brown Boveri & Co. gemaakt bij hare turbines. Teneinde deze zware verticaal draaiende machines een geringe wrijving op haar onderste „druk-lager" te geven lieten zij de onderzijde van de verticale as op gelijke wijze bewerken als bovenvermelde plaat. Bij ronddraaiïng verheft zich dan de as van zelf een weinig, doch voldoende om het metaal contact tusschen as en grondplaat weg te nemen. Hoe groot deze invloeden zijn blijkt wel hieruit, dat bij een asbelasting van 30 ton volstaan kon worden met een infreezing van enkele honderdsten mm.

Een minder overzichtelijke doch technisch veel belangrijker toepassing vindt men bij de smering van gewone asbussen. Reeds Reynolds bewees (l.c.) dat bij voldoende omtreksnelheid en smering het metaal-contact tusschen lager en as verdwenen is en dat de as een excentrischen stand in zijn bus inneemt (fig. 7).

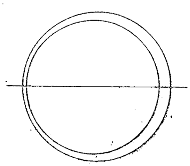


Fig. 7.

Van welken aard de krachten zijn, die dezen stand bewerken, laat zich aan de hand van het bovenstaande wel overzien doch de berening wordt minder eenvoudig. Denken we ons de olielaag verdeeld in twee helften, de een onder, de ander boven *a-b*, dan zien we, dat beide deelen te beschouwen zijn als wigvormige spleten, waarop we de theorie, boven ontwikkeld kunnen toepassen. In de onderste helft krijgen we dan het druk-, in de bovenste het zuiggeval. Beide leveren een invloed, welke zich zullen samenstellen tot een kracht die de as zal moeten dragen.

Mathematisch laat zich het vraagstuk natuurlijk ook behandelen. Ieder der boven aangehaalde schrijvers heeft getracht zijn eigen methode te geven. Wij zullen hier de methode van Sommerfeld volgen, al moge dan ook deze door Gümbel, om redenen waarop we zullen terugkomen, als waardeloos worden verworpen.

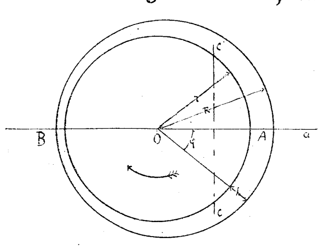


Fig. 8.

Sommerfeld grijpt het vraagstuk als volgt aan: „Gegeven", zegt hij „de as heeft zich ingesteld volgens figuur 8, welke betrekkingen moeten er dan bestaan usschen gewicht, omtreksnelheid, enz.

Nemen we

$$R - r = \delta,$$

$$e = \text{de excentriciteit},$$

dan is

$$r + h = e \cos \varphi + R,$$

$$h = \delta + e \cos \varphi .$$

Boven bewezen we, dat in een wigvormige spleet

$$\frac{dp}{dx} = 6 \eta V \frac{h - h_0}{h^3} .$$

Hier moeten we x langs den omtrek meten; stel daarom

$$x = r \varphi ,$$

dan wordt

$$\frac{dp}{d\varphi} = 6 \eta V r \frac{h - h_0}{h^3} .$$

Daar de lijn *a-b* door de beide middelpunten van as en asbus gaat, zal in twee punten symmetrisch ten opzichte van deze lijn gelegen de h en dus

$$\frac{dp}{d\varphi}$$

gelijk zijn. Noemen we den druk in A p_0, en gaan we van dit punt uit integreeren dan vinden we voor den druk in C

$$p_c = p_0 + \int_0^{\varphi} \frac{dp}{d\varphi} d\varphi ,$$

en in C'

$$p_{c'} = p_0 + \int_0^{\varphi} \frac{dp}{d\varphi} d\varphi .$$

De waarden der beide integralen zijn gelijk, doch verschillend van teeken. Stelt men hun waarde gelijk p_1 dan krijgen we

$$p_c = p_0 + p_1$$

$$p_{c'} = p_0 = p_1 .$$

Daar echter de druk een continue functie moet zijn, zal

$$p_{(\varphi)} = p_{(\varphi + 2\pi)} ,$$

dus ook

$$p(-\pi) = p(+\pi),$$

en voor het punt B

$$p = p_0 + p_1 = p_0 - p_1,$$

dus moet zijn

$$p_1 = 0.$$

Daar echter van het punt A uit naar beneden toe de druk zal stijgen, moet ergens tusschen A en B een drukmaximum bestaan. Eveneens aan de bovenzijde een minimum. Het graphisch verloop van den druk wordt dan volgens figuur 9.

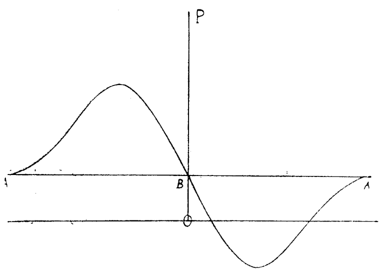


Fig. 9.

Dat zich hierbij moeilijkheden zullen voordoen, wanneer de waarde van p_1 die van p_0 zou overschrijden, ligt voor de hand. Voorloopig willen we echter aannemen, dat het drukverloop van figuur 9 aan de werkelijkheid beantwoordt en trachten de resultanten van de op de as aangrijpende krachten te bepalen.

Hierbij blijkt terstond het groote voordeel van de splitsing van den druk in p_0 en p_1. De eerste toch werkt alzijdig, heeft dus als resultante 0, zoodat we ons tot den laatste kunnen beperken.

In twee, symmetrisch ten opzichte van *a-b* gelegen punten, is de p_1, behoudens het teeken, gelijk. Werkt hij beneden als een drukkracht, boven is hij als een zuiging op te vatten. Stellen we deze krachten twee aan twee samen dan krijgen we volgens fig. 10 telkens resultanten welke loodrecht op *a-b* staan. De totale kracht zal dit dan ook doen, terwijl haar aangrijping natuurlijk ook het ascentrum is. Omtrent de waardebepaling verwijzen we naar Sommerfeld's publicatie.

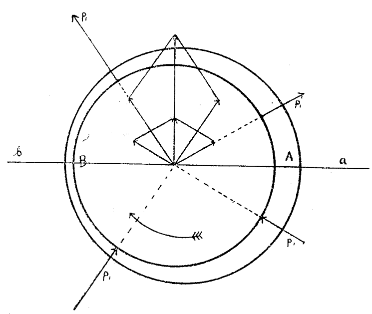


Fig. 10.

Behalve deze druk is er nog een tweede invloed, welke op de as werkt n.l. de wrijving. Stellen we de door de vloeistof op de as overgedragen wrijving q per cm^2, dan is

$$q = \eta \frac{dv}{dy},$$

$$v = V\left(1 - \frac{y}{h}\right) - \frac{1}{2\eta}\frac{dp}{dx}\, y h \left(1 - \frac{y}{h}\right),$$

$$\frac{dv}{dx} = -\frac{V}{h} - \frac{1}{2\eta}\frac{dp}{dx}\, h \left(1 - \frac{y}{h}\right) + \frac{1}{2\eta}\frac{dp}{dx}\, y\,.$$

Voor de as is $y = 0$,

$$q = y\frac{dv}{dy},$$

$$q = y\left(-\frac{V}{h} - \frac{1}{2\eta}\frac{dp}{dx}\, h\right),$$

$$\frac{dp}{dx} = 6\,\eta\, V\,\frac{h - h_0}{h^3},$$

$$q = -\eta\, V\,\frac{4\,h - 3\,h_0}{h^2},$$

Uit de vergelijking volgt terstond weder, dat de wrijving in twee symmetrisch ten opzichte van *a-b* gelegen punten gelijk is. Om de resultante te vinden, behandelen wij de krachten ook paarsgewijze (fig. 11). De partieele resultanten staan allen loodrecht op de excentriciteit doch grijpen nu niet in het ascentrum aan. Ook de totale resultante zal dit niet doen, daar de spleetwijdte en dus ook de q links en rechts verschillen. Op de bekende manier kunnen we echter de kracht vervangen door een koppel, dat vertragend op de beweging zal werken en een in het middelpunt aangrijpende kracht, welke we met den vloeistofdruk kunnen samenstellen.

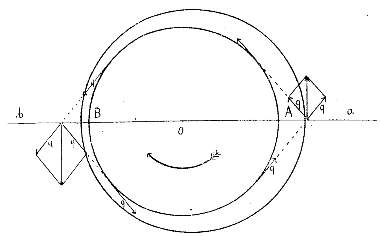


Fig. 11.

Sommerfeld berekende een en ander uitvoerig en vond voor de totale op de as uitgeoefende kracht, welke we in navolging van hem den blokdruk zullen noemen

$$P = \frac{6\,\eta\, r^2\, U}{\delta^2}\,\beta\,,$$

waarin
$$\beta = \frac{2\pi}{\sqrt{\alpha^2 - 1}} \frac{\alpha^2}{2\alpha + 1},$$
$$\delta = R - r,$$
$$\alpha = \frac{\delta}{e},$$
$U =$ omtreksnelheid.

P is dus evenredig met

de omtreksnelheid
het blokoppervlak
de viscositeit

en neemt met stijging van de excentriciteit toe om voor

$\alpha = 0$, $\alpha = 1$ een waarde te bezitten $P = 0$, $P = \infty$

Sommerfeld neemt aan, dat bij ieder willekeurig toerental de as den haar passenden stand zal zoeken, doch verzuimt hierbij na te gaan, vooreerst hoe deze stand bereikt wordt en vervolgens aan te geven of en zoo ja waarom, deze stand er een van stabiel evenwicht is.

De eerste questie is op te lossen, wanneer we twee dingen in onze beschouwing betrekken, welke door Sommerfeld niet in aanmerking zijn genomen. Vooreerst veronderstelt S. bij zijne afleiding, dat blok en as volkomen glad zijn Dit toch is voor de bovenstaande beschouwing noodig, al is het niet met evenveel woorden uitgesproken. Nu zal het zeker, zelfs bij de meest zorgvuldige uitvoering steeds een onoplosbaar probleem blijven een absoluut glad oppervlak te vervaardigen. Voor een volkomen oliesmering, voor een doorgaan van bovenstaande theorie, is dus zeker noodzakelijk, dat de afstand der metaalvlakken grooter is dan de som der beide grootste oneffenheden welke elkander moeten passeeren.

Vervolgens beschouwt Sommerfeld niet de vraag wat er zal gebeuren wanneer p_1 grooter zou worden dan p_0. Wanneer men nu nagaat dat volgens de B B. C. Mitteilungen (l.c.) de maximale waarde van den druk, welke in een blokruimte kan voorkomen, wel 1000 Atm. kan bedragen, dan is het wel duidelijk, dat men voor de grootheid $p_0 - p_1$ zeker moeilijkheden moet verwachten.

Wel is waar zijn in blokken negatieve drukken aangetoond doch hiervoor vindt men cijfers als b.v. 0.12 Atm. opgegeven.

Beide bezwaren zijn Sommerfeld, zooals uit het slot van zijn artikel blijkt, wel bekend, doch zooals hij schrijft, is het hem er slechts om te doen „zu zeigen wie weit man mit der reinen Hydrodynamik kommt" het aan anderen overlatende de wijziging voor de techniek aan te brengen en de conclusies te trekken.

Gümbel die beide bezwaren zeer gewichtig telt, verwerpt hierom zelfs Sommerfeld's theorie geheel.

Laten we thans eerst eens nagaan, wat de gevolgen zullen zijn van het optreden van groote waarden voor p_1. Zoodra $p_0 - p_1$ negatief wordt of zelfs maar den druk van de buitenlucht overschrijdt, zal er iets bijzonders gebeuren. De olielaag, niet in staat groote negatieve drukken te doorstaan, verscheurt, en waar zulks eenvoudig kan, dringt de lucht van terzijde in de de spleetruimte binnen. Het symmetrisch verloop van p_1 is nu geheel verstoord. Hierdoor zal echter niet alleen de blokdruk verminderen, doch ook zijne richting zal een wijziging ondergaan.

De ligging toch van het maximum in p_1 zooals aangegeven in figuur 10, is dichter in de buurt van B dan van A gelegen en verschuift bij stijging van de waarde van dit maximum steeds meer naar B om er in het limiet geval mede samen te vallen (zie S.) Wanneer we nu de resultante der drukkrachten gaan bepalen, voor het geval, dat in de bovenste spleetruimte verscheuring van het olievlies is opgetreden, dan zal de gezochte resultante niet meer loodrecht op de excentriciteitsas staan, doch een component evenwijdig aan deze as bezitten, en wel zoo gericht, dat zij de excentriciteit tracht te verkleinen.

Hieruit is af te leiden hoe het evenwicht zich zal instellen.

Stel een as bevindt zich in rust.[1]) De stand moet nu zeker zijn volgens figuur 12. Begint de as te draaien dan grijpen de oneffenheden van as en asbus in elkander en de as loopt tegen zijn blok op. Fig. 13. Natuurlijk zullen hierbij beiden elkander niet over de geheele lengte raken, doch slechts aan de meest uitstekende oneffenheden. Zoodoende kan de olie zich nog tusschen de beide

1) A. Michels, Einfluss der Rotation auf die Empfindlichkeit einer absoluten Druckwage, Ann. der Physik, 72, pag. 290, 1923.

wanden door bewegen. Anders zouden we trouwens ook tot de physisch onmogelijke conclusie moeten komen dat

$$\alpha = 1 \; , \; p_1 = \infty \; ,$$

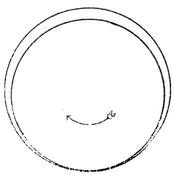


Fig. 12.

welke conclusie we ook zouden moeten aanvaarden, zelfs indien wij geen negatieve waarden van p aannemen. Een herrekening van Sommerfeld's formule leert dit terstond.

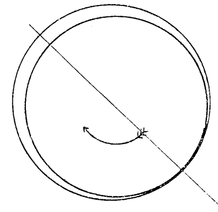


Fig. 13.

Zeker zal nu echter, mits we de omtreksnelheid groot genoeg kiezen, p_1 grooter worden dan p_0. Volgens het boven behandelde treedt er nu echter een drukcomponent op, welke de as van den blokwand afdrukt. Is deze groot genoeg om den afstand grooter te maken dan de som der maximale oneffenheden welke elkander moeten passeeren, dan verdwijnt het metaalcontact en de vloeistofwrijving treedt in. Opgemerkt dient hierbij echter te worden, dat de excentriciteit nu niet naar links doch naar rechts gericht is. De blokdruk werkt dus niet naar boven doch naar beneden. Zelfs wanneer de component evenwijdig aan de excentriciteitsas zou verdwijnen, zou nog een stel krachten ontstaan volgens figuur 14. De resultante van druk en asgewicht drijft het ascentrum voor zich uit. Met wijziging van den stand verandert de richting van P en een evenwicht is slechts mogelijk, wanneer P en G elkander opheffen (fig. 15). Waarnemingen van Vieweg bevestigen deze verklaring. [2])

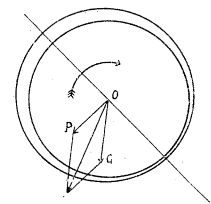


Fig. 14.

Het toerental waarbij het metaal-contact verdwijnt noemt men het kritische. Voor goede functioneering moet men steeds boven dit toerental werken om warm loopen en z.g. vreten te voorkomen.

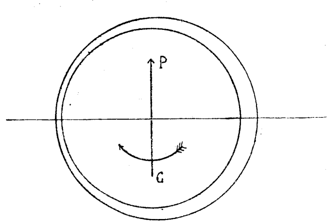


Fig. 15.

Nemen we aan, dat het geval,

$$p_1 > p_0$$

niet aanwezig is, dan laat zich eenvoudig bewijzen, dat het aldus verkregen evenwicht stabiel is. Voor het geval dat aan deze voorwaarde niet is voldaan, zullen we aanstonds de wijziging bespreken.

2) Vieweg, Arch. fur Electrotechnik, pag. 364, 1920.

Stel eens een oogenblik, de as beweegt zich een weinig uit haar boven beschreven stand, b.v. naar links. Terstond stijgt de blokdruk, de as verheft zich en de richting van de excentriciteit, dus ook van P, verandert (fig. 16). De resultante van P en G helt nu naar rechts. Wanneer de as hieraan weder gehoorzaamt vermindert de excentriciteit en dus de P en de as daalt weder. Zou zich de as echter naar rechts bewegen dan mindert P, de as daalt. De resultante van P en G wijst naar links (fig. 17). De excentriciteit en dus P vermeerdert en de as stijgt dus weder.

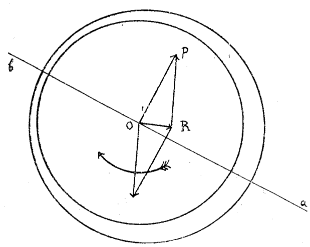


Fig. 16.

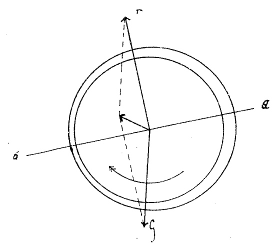


Fig. 17.

Wanneer we echter niet mogen aannemen dat $p_0 - p_1$ geen onbereikbare negatieve waarde zou verkrijgen, verandert wel is waar niets aan de wijze waarop de evenwichtstoestand bereikt wordt, en aan het feit dat dit evenwicht stabiel is, doch wel aan de ligging van de as in dezen evenwichtstoestand. De resultante der drukkrachten staat nu n.m. niet meer loodrecht op de excentriciteit. Wil dus de lagerdruk het gewicht van de as kunnen dragen, dan mag de excentriciteitsas geen horizontale stand innemen, doch moet zich stellen volgens fig. 18. Hierdoor verplaatsen zich dan meteen de punten van grootste en kleinste spleetwijdte.

Er is echter nog een andere oorzaak waardoor onze evenwichtsstand een belangrijke wijziging kan ondergaan en welke door vele constructeurs niet voldoende in het oog wordt gehouden.[1])

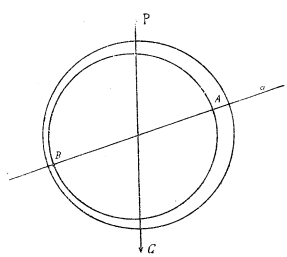


Fig. 18.

Tot hiertoe hebben we als eenig aanwezige krachten gevonden, de oliedruk, het gewicht en de wrijving. De laatste leverde een koppel dat door aandrijving moet worden opgeheven, willen we een stationnairen toestand bereiken, benevens een kracht, welke we met den oliedruk samenstelden tot den z.g. blokdruk.

Dit alles is goed, wanneer de aandrijving

1) Verg. A. Michels, Zt. d. Ver. Deutscher Ingenieure, 1923.

als een zuiver koppel werkt, zooals bij een onbelast loopende turbine mogelijk is. Bij de meeste methoden van aandrijving echter zooals bij drijfriem, tandrad enz. zal men geen koppel mogen verwachten. (Behalve aandrijvende zal men ook vertragende krachten in aanmerking moeten nemen. Wanneer b.v. een turbine een mechanisme in beweging moet brengen, worden op de turbine zelf vertragende krachten uitgeoefend. Deze vertragende krachten zijn echter van de aandrijvende door een enkel teekenverschil te onderscheiden. We zullen ze daarom verderop in het algemeen niet meer afzonderlijk vermelden.)

Kiezen we, om den invloed na te gaan, eens het voorbeeld dat figuur 19 geeft van een riemaandrijving. De door den riem uitgeoefende kracht kunnen we ook hier weder op de bekende wijze terugbrengen tot een koppel, en een kracht aangrijpende in het middelpunt. Het koppel zal in het geval van stationnaire beweging met het wrijvingskoppel evenwicht moeten maken. De kracht echter kunnen we het beste samenstellen met het gewicht G. De resultante zij R. Deze R zal het nu zijn, welke door den blokdruk moet worden opgeheven, zoodat deze den stand P moet innemen. Voor een rondom gesmeerd lager zal dit leiden tot een excentriciteit volgens a-b, terwijl voor een niet rondom gesmeerd lager bovendien de vroeger besproken verschuiving moet worden toegepast.

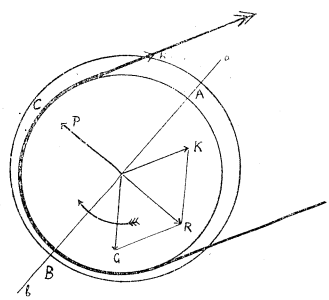


Fig. 19.

Thans willen we het optreden van de negatieve waarden voor de p_1 nader nagaan. Gümbel voert als het grootste bezwaar tegen het werk van Sommerfeld aan, dat deze zeer groote negatieve waarden zou toestaan. Voor zoover de theorie van Sommerfeld hier werkelijk toe zou leiden moeten de bezwaren zeker als geldig worden erkend. M. i. gaat Gümbel weer te ver den anderen kant uit. Vooreerst wezen we er reeds op, dat geringe negative drukken in zulke visceuze vloeistoffen zeker aanneembaar zijn en ook experimenteel werden aangetoond. Er is echter meer. Gümbel zegt in zijne verhandeling o.a.:

Für die Berechnung des Druckes in der Schmierschicht eines Zapfens kommt hiernach nur der Teil der Schmiersschicht zwischen Einlauf und engster Lagerstelle im Frage.

Dit nu is zeker in zijne algemeenheid niet het geval. Zoolang n.l. de waarde van den druk niet daalt beneden 1 Atm. zullen we in een gedeelte van de spleet zijn, dat aan de vorming van den lagerdruk medewerkt. Beschouwden we slechts een asligging als figuur 20 aangeeft en zouden we de olie-invoer juist in het wijdste gedeelte leggen, terwijl we bovendien de olie zonder overdruk toevoegden, dan had G ü m b e l gelijk. Boven bewezen we toch dat de druk in A en B dezelfde is. Onder A-B hebben we dan overdruk, er boven onderdruk te verwachten. Sluiten we alle negatieven druk uit, dan heeft in de bovenste spleethelft overal verscheuring van het olievlies plaats.

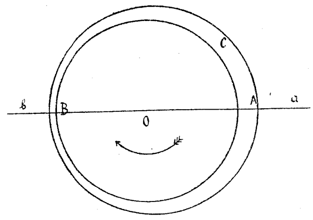


Fig. 20.

Zoodra echter in het wijdste spleetgedeelte de druk een andere waarde dan 1 Atm. heeft zal dit ook zoo in het nauwste gedeelte het geval zijn. Dit kan zoowel voor- als nadeel leveren. Nemen we b.v. de asligging van fig. 20 en voeren we de olie in bij C' [1]) dan moet in A zeker een druk heerschen minder dan 1 Atm., eveneens zoo bij B. De werkzame olielaag zal zich dan niet eens tot B uitstrekken. Dit alles wanneer we toe zouden geven, dat geen negatieve druk mogelijk is.

Geven we echter in het punt van grootste verwijdering tusschen as en buswand een druk grooter dan 1 Atm. dan strekt zich de werkzame olielaag zoowel boven A als boven B uit. Dit kan men o.a. bereiken door z.g. druksmering waarbij de olie in het lager geperst wordt. G ü m b e l zegt hierover ergens in zijn geschrift (pg. 294):

Im Allgemeinen ist die Ansicht verbreitet dasz man bei Verwendung von Spülöl oder Pressöl die im Drehsinn der Welle durch ein Lager tretende Schmiermittelmenge beëinflussen könne... Hij spreekt zich hiertegen uit en gaat dan verder: „Wenn über diese Ölmenge hinaus Press-oder Spülöl zugeführt wird, so tritt lediglich auf einem Teil des Wellenumfanges eine axiale Strömung zu derjenigen im Drehsinn der Welle hinzu, d.h. das Mehr an Öl, welches über das durch die Pumpwirkung der Welle geförderte zugebracht wird, fliesst in dem Gebiete der Lagerschale in welchem der Druck in der Schmierschicht noch geringer ist, wie der Druck der Preszöles, seitlich ab. Die Wirkung des überschieszenden Öles ist also lediglich die eines, konstruktiv allerdings sehr bequemen, Kühlmittels.

1) Het punt C' is in de fig. niet aangegeven; het ligt beneden de horizontale lijn, symmetrisch t.o.v. C.

Hiermede kunnen we niet accoord gaan. Immers door opvoering van de waarde van den druk, waaronder we de olie in de asbus persen, wordt de waarde van p_0 verhoogd. Wordt de olie ingebracht in het punt van grootste spleetwijdte dan is p_0 gelijk aan den druk waaronder de olie wordt ingebracht. Kiezen we nu dezen druk gelijk aan de maximale waarde welke p_1 kan bereiken dan zal $p_0 - p_1$ nooit negatief worden en de as rondom gesmeerd worden, zooals Sommerfeld wil. Tegen zijdelingsch indringen van lucht zou men de druk moeten kiezen gelijk aan dit maximaal bedrag vermeerderd met 1 Atm.

Hetzelfde is echter op veel eenvoudiger wijze ook te bereiken n.m. door een juiste keuze van de invoerplaats voor de olie. Brengt men deze n.m. aan juist in het drukminimum dan zal overal elders een druk boven één Atm. heerschen, zoodat men dan op een zeer eenvoudige wijze een rondom gesmeerd lager verkrijgt.

Nu zal echter dit vraagstuk in de techniek niet steeds zoo eenvoudig zijn op te lossen, daar zooals we vroeger zagen de juiste plaats van het minimum van vele factoren afhankelijk is, als daar zijn

rotatiesnelheid
viscositeit (dus temperatuur)
belasting enz.

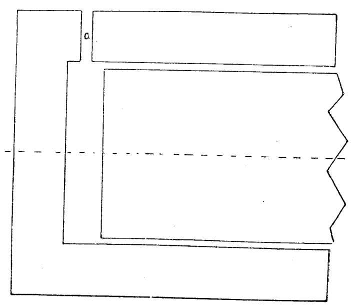


Fig. 21.

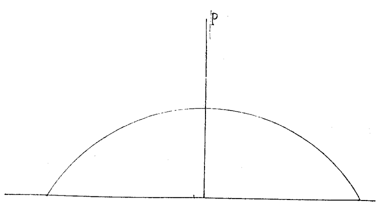


Fig. 22.

Een smering onder, zij het dan ook geringen, overdruk, zal daarom steeds raadzaam zijn.

Nemen we het door ons gekozen voorbeeld van fig. 19 dan zal de meest gunstige invoerplaats gelegen zijn tusschen B en C. Het experiment is hier zeker noodig om het punt precies vast te stellen.

Een andere oplossing ware te vinden door een invoer in axiale richting aan te brengen, doch dan onder druk; een voorbeeld hiervan geeft figuur 21 welke we een dopsmering willen noemen. Men zou dan de olie moeten inbrengen bij a. De olie zal nu het lager binnendringen daar, waar zij den minsten weerstand ondervindt, dus juist in het drukminimum

Gelijktijdig zal echter de drukverdeeling in axiale richting een wijziging ondergaan. Wegens terugstrooming van de olie toch in die richting heeft men (zooals ook de B. B. C. Mitteilungen op experimenteelen grond bevestigt) een drukverdeeling te verwachten volgens figuur 22. Het blokgedeelte gelegen dicht bij het uiteinde zal dan een zeer geringe bijdrage leveren voor den blokdruk. Bij boven voorgesteld type zal natuurlijk het terugvloeien van de olie in het drukmaximum blijven bestaan, naar de zijde van den oliedop echter niet in die mate als naar de open zijde. Het drukdiagram parallel aan de as zal dan het type vertoonen van figuur 23, wat op een grooteren blokdruk wijst.

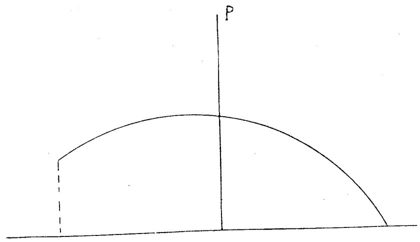


Fig. 23.

Bij niet eindstandige asbussen zou men een model volgens figuur 24 kunnen kiezen.

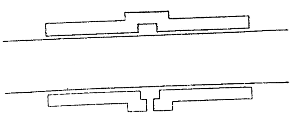


Fig. 24.

Een bijzonder geval vraagt nog onze aandacht. We bespraken n.m. hoe als stabiliseerende factor voor ons evenwicht de zwaarte optreedt, al of niet vermeerderd met den invloed van een niet als koppel aangrijpende aandrijvingskracht. Wanneer nu deze beide grootheden ontbreken, wanneer n.l. een as verticaal staat en aangedreven wordt door een zuiver koppel, of op zijn eenmaal verkregen snelheid uitloopt, hoe zal zich dan de toestand ontwikkelen? (een voorbeeld is te vinden bij A. M. Ann. d. Physik 72). Zoodra de as een excentrischen stand in zijn asbus inneemt zal er nu geen kracht meer aanwezig zijn welke zich tegen den lagerdruk instelt. De eenige evenwichtstand zou een centrische zijn. Dit evenwicht is evenwel labiel en is dus niet te verwezenlijken.

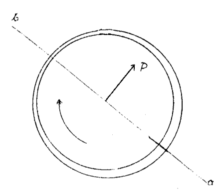


Fig. 25.

Is echter de stand niet centrisch dan zal een kracht aangrijpen volgens figuur 25. Het as-centrum zal een cirkel beschrijven om het centrum van de bus. Deze cirkel zal steeds grooter worden tot de excentriciteit zoo groot wordt dat weer ergens een negatieve druk zou optreden. Nu ontstaat van zelf de kracht welke de as van den buswand afdrukt.

Eenigen tijd geleden hebben we ons afgevraagd of, en zoo ja, hoe de capillaire krachten werken, welke toch in het dunne olievlies een zeker niet geringe rol zullen spelen [1]). Het resultaat was toen, dat, wanneer steeds voldoende olie aanwezig is, en de olielaag een gesloten geheel vormt de resulteerende werking op de as nul wordt. Is echter de olielaag niet aaneengesloten, dan zal zooals direct uit het toen medegedeelde volgt, een kracht ontstaan welke de as naar het wel bevochtigde deel van de asbus trekt. Deze kracht werkt dan dus weder den blokdruk tegen. Dit zal mede als een ongunstige factor van een niet rondom gesmeerde as in aanmerking genomen moeten worden.

Even willen we nog de aandacht vragen voor een kwestie, welke door allen, die het smeringsprobleem behandelden, op gelijke wijze wordt beoordeeld, n.l. de vraag of het aanbrengen van oliegroeven gewenscht is of niet. Allen beantwoorden deze vraag ontkennend en met reden. Zoodra n.l. de oliegroef punten verbindt van verschillenden druk zal zij de olie gelegenheid geven terug te stroomen naar het punt van geringsten druk. De olie wordt zoodoende aan haar functie onttrokken en de blokdruk vermindert sterk. Het juist verbinden van punten van gelijken druk is in de eerste plaats een practisch onuitvoerbaar iets, waar het nauwkeurig verloop van den druk van zoovele factoren afhankelijk is, en ware het ook al mogelijk, dan zou de practische waarde nog zeer problematiek zijn.

1) Schijnbare aantrekking van twee gedeeltelijk in vloeistof gedompelde voorwerpen. Physica II, 1922 p. 375.

LIJNENFLUORESCENTIE BIJ FLUORIET-KRISTALLEN [1])

door W. DE GROOT.

Onderzocht werd het fluorescentielicht van eenige fluorietkristallen ($Ca\,F_2$), alle afkomstig van verschillende vindplaatsen in Engeland (Durham, Waerdale, Cumberland). Onder deze kristallen trekken twee variëteiten de aandacht, éen groen getinte met blauwe weerschijn en een violetbruin gekleurde die in sterk daglicht een meer violette weerschijn vertoont. Deze weerschijn is de fluorescentie, die door de meer violette bestanddeelen van het daglicht

1) Het volgende is een verkort verslag van een onderzoek uitgevoerd in het laboratorium Physica te Amsterdam onder leiding van prof. Zeeman; uitvoeriger is dit onderzoek gepubliceerd in de dissertatie van den schrijver; Zie ook Archives Neerlandaises, Serie III A Tome VII.

wordt opgewekt. In den spectroscoop vertoont ze zich als een flauwe band, 400-500 $\mu\mu$ ongeveer en niet zeer verschillend van beide variëteiten. Sinds Lecoq [1]) weten wij dat ze moet worden toegeschreven aan de aanwezigheid van bepaalde zware metalen in colloïdalen toestand.

Behalve deze bandenfluorescentie vertoonen nu juist de fluorieten van genoemde vindplaatsen een tweede fluorescentieverschijnsel, met name wanneer zij worden beschenen door het licht van een electrische vonk tusschen metaalspitsen vooral wanneer deze (zooals bij Cd, Al, Zn) sterke ultraviolette trillingen bevat. Deze „*lijnenfluorescentie*" door Stokes reeds bij gering oplossend vermogen van de spectroscoop opgemerkt, o.a. door H. Bequerel uitvoeriger beschreven [2]), werd door Morse [3]) gefotografeerd; de opnamen van Morse, werden met een zelfgeconstrueerde spectrograaf gemaakt waarvan de lenzen portretlenzen waren met opening $f:3$; hierdoor werd een groote lichtsterkte bereikt, wat voor de waarneming van het zwakke verschijnsel onontbeerlijk is. De opnamen van Morse duurden eenige uren (1 — 4) het aantal door hem waargenomen lijnen bedraagt c.a. 200, waaronder enkele zeer sterke alle in het zichtbare deel van het spectrum.

Doel van het onderzoek was in de eerste plaats, na te gaan of de fluorescentielijnen ook in het *ultraviolette* deel van het spectrum voorkomen. Een aanwijzing van de mogelijkheid hiervan was reeds aanwezig door waarnemingen van Urbain [4]) die verschillende praeparaten van zeldzame aarden en ook fluorietvariëteiten met kathodestralen bestraalde; hij kon op deze wijze constateeren dat de zeldzame aardatomen de centra moeten zijn die aanleiding geven tot de lijnenemissie der fluorietkristallen, terwijl in het geciteerde stuk reeds een vermelding voorkomt van een waarneming van de Watteville die dezelfde lijnen, door Urbain met kathodestralen verkregen, op kon wekken met vonklicht [5]). Bij de door Urbain naar de elementen gerangschikte lijnen vindt men nu twee ultraviolette groepen en wel voor Tb een groep van drie lijnen:

1) Urbain, Ann. Chim. et Phys. **18**, 1909.
2) Zie o.a. Kayser Handbuch d. Spectroscopie, bd. IV.
3) Astrophys. Journ. 1905 pag. 84.
4) l.c.
5) Zie ook C. R. **142**, 1078 1906. De waarneming wordt nergens uitvoerig medegedeeld; de lijnen van Morse stemmen voor een deel (sterkste lijnen) bevredigend met die van Urbain overeen; voor een groot deel echter niet.

380 très faible, diffuse,
382, — extrêmement fort
385 douteuse (λ in $\mu\mu$)

en voor Gd een talrijke groep met golflengten tusschen 310 en 314,7 $\mu\mu$; een dergelijke groep, hoewel niet steeds in fijne lijnen opgelost, vond Odenkranz bij bestraling van fluorieten met kathode- en kanaalstralen en α- en β- stralen van Ra.

Bij het bestralen der groene kristallen met licht van Cd en Zn vonk kwam nu bij mijn proeven een triplet van lijnen voor den dag, met golflengten

379—380 diffuus
381—383 helder
384—387 diffuus.

Dit triplet stemt goed overeen met dat van Urbain; op grond daarvan mag men de aanwezigheid van Terbium in de kristallen wel bewezen achten. (De uitmeting geschiedde ten opzichte van een mede op de plaat ontworpen ijzerboogspectrum).

Fig. 1 geeft een afbeelding van het triplet (*a*). Rechts van *a* de blauwe band; de andere lijnen zijn „gesmokkelde" lijnen uit de vonk (Cd) vergelijkingsspectrum Cd.

Bij de violetkleurige kristallen kwamen bij belichting met Cd vonk 1 à 2 lijnen, met Al en Zn 4 lijnen voor den dag die blijkbaar aan Gd moeten worden toegeschreven — (behalve deze vertoonde het kristal met alle drie de vonken eveneens het triplet bovengenoemd, zij het in iets andere intensiteitsverhouding)

Fig. 2 is een opname met Al. vonk; bij *a* de bedoelde groep, bij *b* het triplet, rechts de blauwe band: de andere lijnen zijn vonklijnen vergelijkingsspectrum Fe.

De golflengten dezer lijnen werden nauwkeurig gemeten en vergeleken met de door Urbain opgegeven lijnen; bovendien werd nagegaan of dezelfde lijnen misschien zijn terug te vinden in het boog- of vonkspectrum van Gd. Dit geschiedde uit de volgende overweging: Uit de beschouwingen van Bohr over de successieve opbouw der atomen is het zeer waarschijnlijk geworden dat bij de atomen der zeldzame aarden electronen uit de meer naar binnen gelegen schillen van den romp gemakkelijk naar buiten gebracht moeten kunnen worden, en zich dus min of meer als een valentie-electron gaan gedragen; dit gedrag zou nu goed rekenschap kunnen geven van het verschijnsel der lijnenemissie in kristallen; immers juist stoffen wier atomen nog een of meer gemakkelijk los te maken electronen bevatten, buiten de eigenlijke valentie-electronen komen in aanmerking voor een dergelijke uitzending van lijnen omdat de valentie-elektronen zelf vermoedelijk

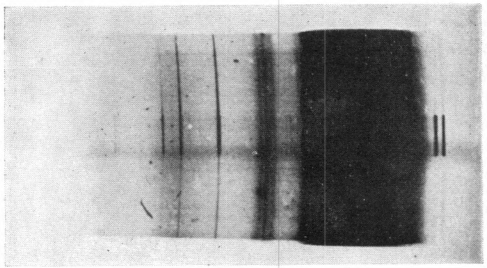


Fig. 1.

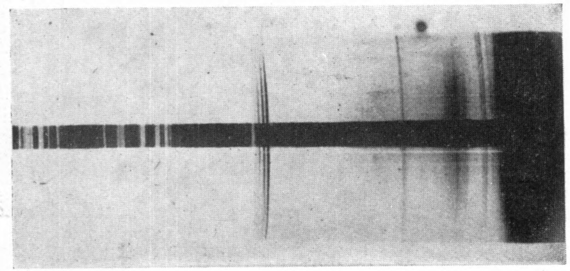


Fig. 2.

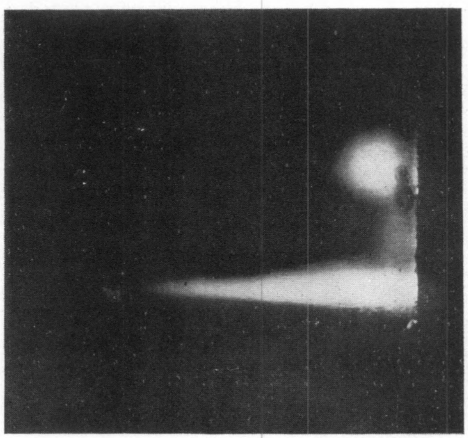


Fig. 5.

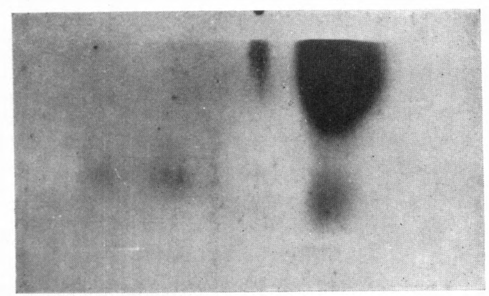


Fig. 6.

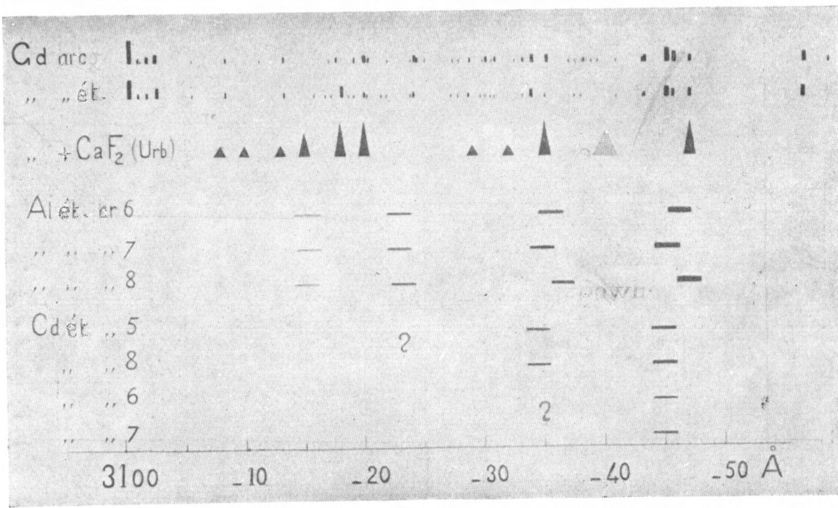


Fig. 2a.

niet meer vrij zijn in het kristal, misschien zelfs geheel gebonden aan het tegenovergestelde ion — als dit juist is dan mogen wij dezelfde lijnen ook reeds verwachten in het vonkspectrum of boogspectrum van dezelfde zeldzame aarde.

Uit de teekening (fig. 2*a*) blijkt dat de overeenstemming niet onwaarschijnlijker is dan die tusschen de uitkomsten met vonklicht en die van Urbain.

De opnamen werden gemaakt met een kleine kwartospectrograaf van Zeiss, bij een spleetopening van 0,025 mm en een irisopening van 10 mm (f: 12) [1]). De spleetbreedte is zoo gekozen dat juist geen lichtverlies door buiging optreedt; de irisopening is de grootste waarbij sphaerische afwijking nog niet hinderlijk werkt. Het kristal werd altijd zoo voor de spectrograaf geplaatst dat de as van de collimator samen viel met het vlak van een van de „laagjes" die in het kristal aanwezig zijn en die het blauwe fluorescentielicht bijzonder sterk vertoonen. Deze laagjes zijn in gewoon licht iets sterker gekleurd en evenwijdig aan een van de kubusvlakken. Zij werden bij de opname verticaal gesteld. De verlichting door de vonk geschiedde van opzij, loodrecht op het kubusvlak, waaraan de laagjes evenwijdig liepen: de vonk was opgesloten in een doos met dubbele wand, opgevuld met grof zand om het geluid eenigszins te dempen. Schadelijke oxyden enz. werden met een waterstraalpomp weggezogen. Op deze wijze werd hinderlijk licht tevens uitgesloten.

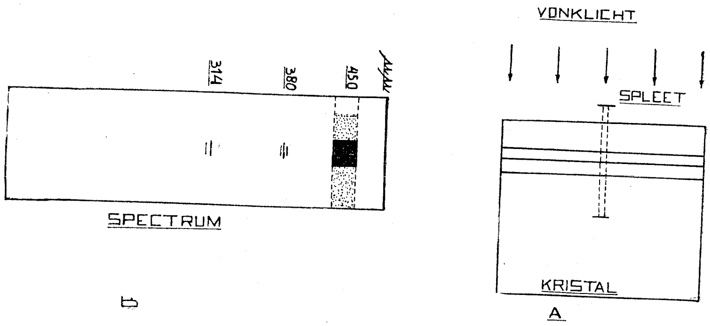
Wanneer van het kristal een beeld op de spleet werd ontworpen (met een Ni spiegel) zoodanig dat de laagjes horizontaal (dus loodrecht op de spleetrichting) verliepen, terwijl het kristal nu van boven werd belicht, dan verscheen op de plaat het spectrum alleen daar, waar de laagjes de spleet hadden gekruist (fig. 3) [2]) Dit goldt gelijkelijk voor de blauwe band en voor de fluorescentielijnen, wat des te merkwaardiger is, waar de oorsprong van deze zoo geheel verschillend schijnt te zijn. Men komt er toe een verband tusschen beide fluorescenties te zoeken in dien zin bijv. dat bij de opwekking van de blauwe band electronen in het kristal zouden worden vrijgemaakt, die met een zekere min of meer scherp gedefinieerde snelheid de centra der lijnenfluorescentie zouden treffen, een voorstelling die niets gedwongens heeft en die ongeveer op dezelfde wijze door Kowalski tot het verklaren van fluores-

1) Bij opnamen zooals deze, die eenige uren duren, moet men de temperatuur van het prisma constan houden tot op 1 à 2 ° C. daar anders onscherpte optreedt.

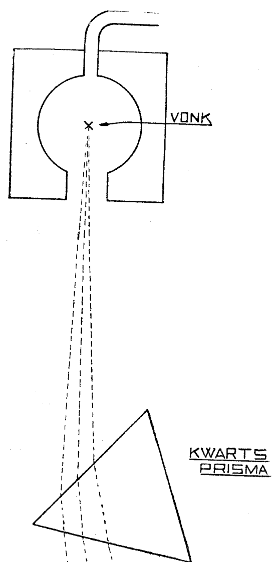
2) Deze opname kon niet goed fotografisch worden weergegeven.

centieverschijnselen in het algemeen wordt ten grondslag gelegd [1]).

Fig. 3.



Dit leidt ons vanzelf tot de kwestie van de *opwekking der fluorescentielijnen*; behalve op de boven beschreven wijze zou men kunnen denken dat deze tot stand kwamen door een ingewikkeld resonantieverschijnsel waarbij dus de centra direct aan het lichten werden gebracht door de lichttrillingen uit de vonk. Bij de groote scherpte der fluorescentielijnen en hun voorkomen bij schijnbaar willekeurig gekozen vonken, die alleen maar de eigenschap gemeen hebben van in het verre ultraviolet lijnen te bezitten, lijkt mij een dergelijke verklaring altijd moeilijk. [2])



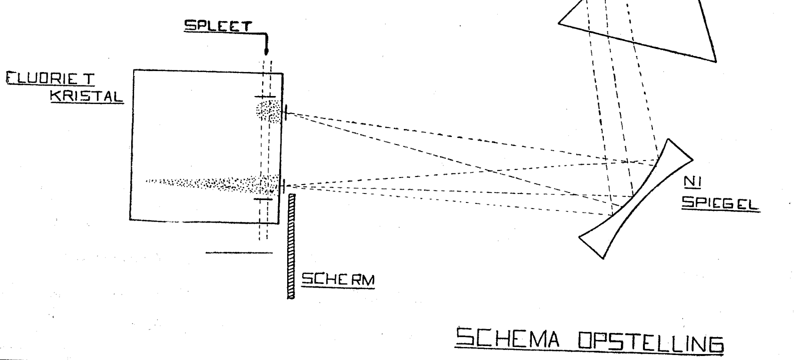


Fig. 4.

1) Zie b.v. Merton, Nichols, Child. Bull. Nat. Researds Counc. **30**, 1923.
2) Zie hierover ook Pringsheim: Fluorescenz und Phosphorescenz im Lichte der neueren atomtheorie. Vergelijk ook de opmerking aan het slot van dit artikel.

Experimenteel heb ik op de volgende wijze getracht nadere gegevens hierover te verkrijgen: Ik liet het licht van de vonk, alvorens het op het kristal te laten vallen, breken door een prisma van kwarts en door een Ni spiegel (vernikkeld hol brilleglas) in een spectrum vereenigen (fig. 4).

Hierdoor werd het zijvlak van het kristal door een aantal nagenoeg monochromatische stralen getroffen. Fig. 5 toont een fotografische opname van een fluorietkristal onder dergelijke belichting. Men ziet de blauwe fluorescentie duidelijk in twee „opwekkingsgebieden" verdeeld, terwijl tevens blijkt dat de straling die de onderste bundel fluorescentielicht opwekt (361 $\mu\mu$) veel dieper in het kristal doordringt dan de andere (231 $\mu\mu$). Fig. 6 is een reproductie van het spectrum dat men verkrijgt door met behulp van de spectrograafspleet een doorsnede door het lichtverschijnsel te maken op de wijze als in fig. 4 aangegeven. Men ziet dat het boven beschreven triplet alleen daar is verschenen waar licht van $\lambda \leq 231\ \mu\mu$ het kristal heeft getroffen, terzelfder plaatse waar ook de blauwe band in het kristal verschijnt, wat er wederom op schijnt te wijzen dat beide wijzen van fluoresceeren van het kristal van elkander afhankelijk zijn. De gereproduceerde opname is van een groen kristal; bij de violetkleurige mocht het mij bij belichtingstijden van 4 à 5 uur niet gelukken een indruk op de plaat te krijgen. Evenmin is dit gelukt voor het zichtbare fluorescentiespectrum, met een glasspectrograaf, hoewel hiermee bij directe belichting (dus zonder extra prisma) door mij in $^1/_2$ uur tijd bruikbare opnamen werden verkregen, die de sterkste lijnen van Morse duidelijk vertoonden. [1])

Door Morse werd echter gevonden dat zijn lijnen werden uitgedoofd wanneer het vonklicht onderschept werd door een microscoop dekglaasje; door een contrôle-opname bleek dat in dat geval alle λ's $> 275\ \mu\mu$ vrijwel onverzwakt worden doorgelaten, terwijl beneden deze waarde algeheele absorbtie in het glas plaats heeft; ook van de zichtbare fluorescentielijnen is dus zeker dat ze door sterk ultraviolette elementen in het vonkspectrum wordt opgewekt. De proef met het dekglaasje is tevens een uitstekend middel om fluorescentielijnen (met $\lambda > 275\ \mu\mu$) te onderscheiden van naburige lijnen uit de vonk, die door inwendige reflexies in het kristal mee zijn „gesmokkeld". Deze laatste worden

1) Deze opnamen werden gemaakt op platen die volgens een recept van Monpillard „overgevoelig" waren gemaakt: Zie Soc. Photogr. Française 1922; de gevoeligheid van Iford panchr. plates wordt door deze behandeling ongeveer 5 $\times$ zoo groot voor roode en gele lijnen.

door het dekglaasje niet uitgedoofd. Op deze wijze bleek mij nu dat de opwekkende golflengte van de andere ultraviolette groep in elk geval kleiner is dan 275 $\mu\mu$.

Ten slotte heb ik getracht het vraagstuk van de opwekking der lijnen nog op een andere wijze te belichten, n.l. door het maken van absorbtiespectra van dunne plaatjes uit het kristal. In het geval van „resonantie" zou men n.l. moeten verwachten dat van een groep van ultraviolette lijnen, zooals die bijv. in het spectrum van de Cd vonk tusschen 219 en 231 $\mu\mu$ voorkomt, er een enkele sterker verzwakt zou worden dan de naburige, wanneer het vonklicht door het plaatje is gegaan. De verkregen foto's vertoonen bij alle gebruikte vonken (Cd, Al, Zn) het karakter van een homogene absorbtie, beginnende bij 231 $\mu\mu$ ongeveer. Dit is weer het gebied waar de blauwe fluorescentie opgewekt wordt, en de waargenomen verzwakking der lijnen hangt dan ook ongetwijfeld alleen met deze opwekking samen; achteraf beschouwd is het ook wel onwaarschijnlijk dat waar het blauwe licht zooveel sterker is dan de lijnenfluorescentie, deze laatste een merkbare invloed op het absorbtiespectrum zou kunnen toonen. Is de door mij boven geschetste samenhang juist, dan is deze invloed zelfs *geheel* uitgesloten.

Na beëindiging der voordracht, welke door den schrijver over hetzelfde onderwerp in de vergadering der Nederlandsche Natuurkundige Vereeniging op 27 October 1923 werd gehouden, werden enkele vragen gesteld, o.a. naar den invloed van de temperatuur op de fluorescentielijnen. Ik meen dat deze vraag aldus mag worden beantwoord, dat de groote scherpte der lijnen er op wijst, dat de invloed van de omringende moleculen op het centrum dat de lijn uitzendt gering is, en dat op grond daarvan reeds mag worden voorspeld, dat voor de scherpe lijnen der „Gd-groep" b.v. de temperatuurinvloed gering zal zijn, hetgeen een proefneming bij de temperatuur van vloeibare lucht zou kunnen bevestigen. Opmerkenswaardig in dit verband is, dat aan fluorescentielijnen nog nooit een electrisch effect is waargenomen; wèl in sommige gevallen (robijn) een magnetisch effect.

Een tweede vraag betrof de betrekking tusschen de frequentie van opwekkende en uittredende straling; wanneer men mag aannemen dat er geen invloed van de omringende moleculen is, dan zou in geval de geschetste voorstelling juist is, een betrekking als deze moeten gelden:

$$h \nu_0 = h \nu_f + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

als ν_0 = de opwekkende frequentie

ν_f = de opgewekte „

ε_1 = een energie noodig om een (photo-)electron los te maken uit de binding aan zijn centrum (colloïd metaaldeeltje).

ε_2 = een energie noodig om een electron in het lichtgevende centrum te brengen van zijn meest stabiele configuratie naar de eindbaan. Een soort resonantie-energie dus.

ε_3 = een eventueel overschot aan kinetische energie van het beschouwde photo-electron.

Deze voorstelling schijnt mij des te meer waarschijnlijk waar de opwekkende lijnen steeds in het *verre* ultraviolet blijken te liggen zoodat altijd een aanzienlijk verschil tusschen de beschouwde frequenties bestaat.

VERSLAGEN.

NEDERLANDSCHE NATUURKUNDIGE VEREENIGING.

Vergadering op Zaterdag 24 November 1923, in het Laboratorium „Physica" te Amsterdam.

De heer J. A. Schouten spreekt

Over een niet symmetrische affiene veldtheorie [1].

Tot voor korten tijd meende men, dat het wezenlijke van een differentiaalmeetkunde gelegen was in de ten grondslag gelegde wijze van meten (Maszbestimmung). Men weet thans, dat er een differentiaalmeetkunde kan bestaan zonder dat er iets over de meting van een lijnelement is afgesproken, en dat men iedere differentiaalmeetkunde kan opbouwen op een ten grondslag gelegde *overbrenging*. Onder overbrenging verstaan we een voorschrift, dat ons in staat stelt een infinitesimale figuur, bijv. een lijnelement, van het eene punt naar het andere punt op volkomen bepaalde wijze over te brengen. De beweging, die dat lijnelement dan ondergaat, heet geodetische of pseudo-parallele verplaatsing.

In een „gewone" d.i. euklidisch-metrische ruimte valt de geodetische verplaatsing samen met de parallele verplaatsing in den gebruikelijken zin. Voor een kontravarianten vector v^ν is deze

1) Uitvoerige publicatie heeft plaats gehad in de Versl. der Kon. Akad. Dl. XXXII blz. 842-849.

verplaatsing gekarakteriseerd door het verdwijnen van $d\,v^{\nu}$, wanneer het assenstelsel kartesisch is. Voeren we kromlijnige koördinaten x^{ν} in, dan is dezelfde verplaatsing gekarakteriseerd door het verdwijnen van den *kovarianten differentiaal* $\delta\,v^{\nu}$, vastgelegd door de vergelijking

$$\delta\,v^{\nu} = d\,v^{\nu} + \left\{ {\lambda\,\mu \atop \nu} \right\} d\,x^{\lambda}\,d\,x^{\mu}\ , \tag{1}$$

waarin de $\left\{ {\lambda\,\mu \atop \nu} \right\}$ de bekende symbolen van Christoffel voorstellen. In een Riemanniaansche ruimte, d.i. een ruimte, waarin de maat is vastgelegd door een bepaalden fundamentaaltensor $g^{\lambda\,\mu}$, stelt (1) eveneens een kovariante differentiaal voor. De geodetische verplaatsing is in deze ruimte eveneens gekarakteriseerd door het verdwijnen van $\delta\,v^{\nu}$. Op een bol laat zich de aldus gedefinieerde overbrenging op mechanische wijze realiseeren. Wordt een slinger langs een breedtecirkel der aarde verplaatst, dan geeft de stand van het slingervlak in ieder punt juist aan hoe zich een lijnelement van den bol langs dien cirkel geodetisch beweegt [1]).

Men komt nu tot algemeene vormen van differentiaalmeetkunde, wanneer men een andere overbrenging kiest. De algemeenste lineaire overbrenging is gegeven door de vergelijkingen

$$\begin{aligned} \delta\,v^{\nu} &= d\,v^{\nu} + \Gamma^{\nu}_{\lambda\,\mu}\,d\,x^{\lambda}\,d\,x^{\mu}; \quad \nabla_{\mu}\,v^{\nu} = \frac{\partial\,v^{\nu}}{\partial\,x^{\mu}} + \Gamma^{\nu}_{\lambda\,\mu}\ v^{\nu} \\ \delta\,w_{\lambda} &= d\,w_{\lambda} - \Gamma'^{\nu}_{\lambda\,\mu}\,d\,x^{\lambda}\,d\,x^{\mu}; \nabla_{\mu}\,w_{\lambda} = \frac{\partial\,w_{\lambda}}{d\,x^{\mu}} - \Gamma'^{\nu}_{\lambda\,\mu}\ w_{\nu} \end{aligned} \tag{2}$$

waarin de $\Gamma^{\nu}_{\lambda\,\mu}$ en de $\Gamma'^{\nu}_{\lambda\,\mu}$ $2\,n^3$ volkomen willekeurige parameters zijn, die alleen aan zekere eischen van continuïteit en differentieerbaarheid voldoen. Voor deze meest algemeene lineaire overbrenging is de differentiaal der overschuiving $v^{\lambda}\ w_{\lambda}$ niet gelijk aan $v^{\lambda}\ \delta\,w_{\lambda} + w_{\lambda}\ \delta\,v^{\lambda}$, m. a. w. twee vektoren, die een bepaalde overschuiving hebben, zullen na een geodetische verplaatsing niet meer dezelfde overschuiving hebben. Stellen wij den eisch, dat de overbrenging „overschuivingsinvariant" is, dan kan men uitrekenen dat hiervoor noodzakelijk en voldoende is, dat $\Gamma^{\nu}_{\lambda\,\mu} = \Gamma'^{\nu}_{\lambda\,\mu}$.

Blijven wij bij deze overschuivingsinvariante overbrengingen, dan valt op te merken, dat $\Gamma^{\nu}_{\lambda\,\mu}$ in het algemeen niet symmetrisch

1) Afbeeldingen van modellen der geodetische beweging op verschillende oppervlakken vindt men in de verhandeling van den schrijver „Die direkte Analysis zur neueren Relativitätstheorie", Verh. Kon. Akad. v. Wet. XII, 6, 1918. Deze afbeeldingen zijn overgenomen in „Grundzüge der mehrdimensionalen Differentialgeometrie" van D. J. Struik en in v. Laue's tweede deel zijner Relativitätstheorie.

is in $\lambda\,\mu$. Een merkwaardigheid van deze niet symmetrische overbrengingen is, dat wanneer een lijnelement $d_1\,x^\nu$ geodetisch verplaatst wordt langs een ander lijnelement $d_2\,x^\nu$, en tevens $d_2\,x^\nu$ langs $d_1\,x^\nu$, er *geen* gesloten figuur ontstaat. De sluitvektor, die het geheel tot een gesloten figuur (vijfhoek) kan maken, is namelijk

$$^1/_2\left(\Gamma^{\nu}_{\lambda\,\mu}-\Gamma^{\nu}_{\mu\,\lambda}\right)d_1\,x^\lambda\,d_2\,x^\mu .$$

Een voorbeeld is gemakkelijk te geven. Wij definieeren op aarde een overbrenging door te eischen dat kompasrichting en lengte invariant blijven. Men beschouwe nu een infinitesimalen vierhoek gevormd door twee stukken van meridianen $A\,D$ en $B\,C$ en twee stukken van breedtecirkels $A\,B$ en $D\,C$. Dan gaat $A\,D$ bij geodetische verplaatsing langs $A\,B$ over in $B\,C$, maar $A\,B$ gaat bij geodetische verplaatsing langs $A\,D$ *niet* over in $D\,C$.

Stelt men den eisch $\Gamma^{\nu}_{\lambda\,\mu}=\Gamma^{\nu}_{\mu\,\lambda}$, dan ontstaan de symmetrische of affiene overbrengingen. Daaronder behoort bijvoorbeeld de Riemanniaansche overbrenging en ook die, welke door Weyl is gebruikt. De meest algemeene symmetrische overbrenging werd door Eddington voor het eerst in de gravitatietheorie toegepast. Einstein heeft nu onlangs [1]) deze overbrenging dienstbaar weten te maken aan een nieuwe theorie der gravitatie. Het eenige, wat hij ten grondslag legt, is een symmetrische overbrenging en een variatiebeginsel. Het gelukt dan inderdaad uitdrukkingen af te leiden, die men als veldvergelijkingen van het electromagnetische veld en van het gravitatieveld kan opvatten. Bij de eerste treedt een eigenaardige moeilijkheid op, men komt namelijk tot de conclusie, dat het elektromagnetische veld nul zou moeten zijn op alle plaatsen waar de stroomdichtheid nul is.

Het is nu het doel van deze voordracht, er op te wijzen, dat althans deze moeilijkheid kan worden ontzeild door uit te gaan, niet van een symmetrische overbrenging, doch van een overbrenging, waarbij $\Gamma^{\nu}_{\lambda\,\mu}\neq\Gamma^{\nu}_{\mu\,\lambda}$. Men behoeft zelfs niet de meest algemeene overschuivingsinvariante overbrenging te kiezen, het is voldoende aan te nemen, dat voor het niet symmetrische deel der parameters, die wij van hieraf ter onderscheiding met $\Gamma'^{\nu}_{\lambda\,\mu}$ zullen aanduiden, geldt:

$$\Gamma'^{\nu}_{[\lambda\,\mu]}=S_{[\lambda}\,A^{\nu}_{\mu]}\;{}^{2)}\;;\;A^{\nu}_{\lambda}=\begin{cases}1\,,\,\lambda=\nu\\0\,,\,\lambda\neq\nu\end{cases}. \qquad (3)$$

1) Sitzungsberichte der Berliner Akademie 1923 blz. 32-38, 76-77, 137-140.

2) Met $v_{[\lambda}\,w_{\mu]}$ bedoelen wij steeds $^1/_2\left(v_\lambda\,w_\mu - v_\mu\,w_\lambda\right)$.

$A_{\lambda}^{\cdot\nu}$ is de „eenheidsaffinor", die in de litteratuur ook wel met $\varepsilon_{\lambda}^{\cdot\nu}$ en $\delta_{\lambda}^{\cdot\nu}$ is aangeduid.

Bij deze overbrenging behoort een kromtegrootheid, gedefinieerd door de vergelijkingen

$$R'^{\cdots\nu}_{\omega\mu\lambda} = \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \Gamma'^{\nu}_{\lambda\omega} - \frac{\partial}{\partial x^{\omega}} \Gamma'^{\nu}_{\lambda\mu} - \Gamma'^{\nu}_{\varkappa\omega} \Gamma'^{\varkappa}_{\lambda\mu} + \Gamma'^{\nu}_{\varkappa\mu} \Gamma'^{\varkappa}_{\lambda\omega}, \tag{4}$$

en uit deze kromtegrootheid verkrijgt men door sommeeren over $\omega\,\nu$ de grootheid

$$R'_{\mu\lambda} = R'^{\cdots\nu}_{\nu\mu\lambda} = \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \Gamma'^{\nu}_{\lambda\nu} - \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} \Gamma'^{\nu}_{\lambda\mu} - \Gamma'^{\nu}_{\varkappa\nu} \Gamma'^{\varkappa}_{\lambda\mu} + \Gamma'^{\nu}_{\varkappa\mu} \Gamma'^{\varkappa}_{\lambda\nu} \tag{5}$$

In de onderstelling, dat de determinant $R' = |R'_{\mu\lambda}|$ niet verdwijnt, bestaat er een grootheid $r'^{\mu\lambda}$, zoodat

$$R'\, r'^{\mu\lambda} = \frac{\partial R'}{\partial R'_{\lambda\mu}}\ ;\quad r'^{\nu\mu} R'_{\mu\lambda} = r'^{\mu\nu} R'_{\lambda\mu} = A_{\lambda}^{\cdot\nu}. \tag{6}$$

$R'_{\mu\lambda}$ zal in het algemeen bestaan uit een symmetrisch deel $G'_{\mu\lambda}$ en een alterneerend deel $F'_{\mu\lambda}$:

$$F'_{\mu\lambda} = R'_{[\mu\lambda]}\ ;\quad G'_{\mu\lambda} = R'_{(\mu\lambda)}\ ^{1)}\,. \tag{7}$$

Met **Einstein** onderstellen we dat de wereldfunctie $\mathfrak{H}$ (skalaire dichtheid) van den vorm is

$$\mathfrak{H} = H\sqrt{-R'}\,, \tag{8}$$

waarin H een functie is van $G'_{\mu\lambda}$ en $F'_{\mu\lambda}$. De variatievergelijking luidt dan

$$\overline{d}\int \mathfrak{H}\, d\tau = o\,,\ ^{2)} \tag{9}$$

of

$$o = \int \left(g'^{\lambda\mu}\sqrt{-R'} + f'^{\lambda\mu}\sqrt{-R'}\right) \overline{d} R'_{\mu\lambda}\, d\tau = o\,, \tag{10}$$

waarin

$$g'^{\lambda\mu}\sqrt{-R'} = \frac{\partial\mathfrak{H}}{\partial G'_{\lambda\mu}}\ ;\quad f'^{\lambda\mu}\sqrt{-R'} = \frac{\partial\mathfrak{H}}{\partial F'_{\mu\lambda}}\,. \tag{11}$$

Voert men de variatie uit, dan ontstaan twee vergelijkingen:

$$\text{I}\quad \boxed{R'_{\mu\lambda} = K_{\mu\lambda} + {}^1\!/_6\left(\frac{\partial i_{\lambda}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial i_{\mu}}{\partial x^{\lambda}}\right) + {}^1\!/_6\, i_{\mu}\, i_{\lambda} - \left(\frac{\partial S_{\lambda}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial S_{\mu}}{\partial x^{\lambda}}\right)}$$

1) Met $v_{(\lambda}\,\omega_{\mu)}$ bedoelen wij steeds ${}^1\!/_2\,(v_{\lambda}\,\omega_{\mu} + v_{\mu}\,\omega_{\lambda})$.

2) Wij gebruiken hier $\overline{d}$ inplaats van het voor variaties gebruikelijke teeken δ om verwarring met het teeken voor den kovarianten differentiaal te voorkomen.

II $$\boxed{i^{\nu} = 0\,.}$$

In deze vergelijkingen is $K_{\mu\lambda}$ de grootheid die op dezelfde wijze uit $\left\{ {\lambda\mu \atop \nu} \right\}$ is opgebouwd als $R'_{\mu\lambda}$ uit $\Gamma'^{\nu}_{\lambda\mu}$. Daarbij is $g_{\lambda\mu}$ gegeven door de vergelijking:

$$g^{\lambda\mu} = \frac{\sqrt{-R'}}{\sqrt{-g}}\, g'^{\lambda\mu} \; ; \; g = \left| g^{\lambda\mu} \right|^{-1} ; \qquad (12)$$

terwijl i^{ν} een vector is, die als volgt met $f'^{\lambda\mu}$, R' en g samenhangt:

$$i^{\nu} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial f'^{\lambda\mu} \sqrt{-R'}}{\partial x^{\mu}}\,. \qquad (13)$$

Bij alterneeren over $\lambda\mu$ ontstaat uit I:

III $$\boxed{F'_{\mu\lambda} = {}^{1}/_{6} \left(\frac{\partial i_{\lambda}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial i_{\mu}}{\partial x^{\lambda}} \right) - \left(\frac{\partial S_{\lambda}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial S_{\mu}}{\partial x^{\lambda}} \right).} \qquad (14)$$

De vergelijkingen (I) en (III) verschillen van de korrespondeerende vergelijkingen bij Einstein alleen door het optreden van de termen met S_{λ}. i^{ν} heeft het karakter van een stroomvektor, $F'_{\mu\lambda}$ is de bivektor (antisymmetrische tensor) van het electromagnetische veld. De vergelijking (II) ontstaat door de variatie van S_{λ}. Men mag dus S_{λ} niet overal varieeren, wil de stroom niet overal verdwijnen. Het reeds bovengenoemde bezwaar is nu in (III) inderdaad opgeheven door het optreden van de termen met S_{λ}. S_{λ} treedt daarbij op als een potentiaalvektor.

Men kan nu nog verschilllende opmerkingen maken. In de eerste plaats is het zonderling, dat de potentiaalvektor, die physisch niet anders dan op een gradientvektor na bepaald is, hier als volkomen bepaalde grootheid optreedt. In de tweede plaats is het niet fraai, dat men de algemeene variatie van S_{λ} weer los moet laten. Het eerste bezwaar kan worden opgeheven door nog een stap verder te gaan en een niet overschuivingsinvariante overbrenging ten grondslag te leggen. Het tweede bezwaar zal waarschijnlijk kunnen worden overwonnen, door ook de vereenvoudigende onderstelling dat $\Gamma'^{\nu}_{[\lambda\mu]}$ den vorm (3) heeft, los te laten. Men zal er dus ten slotte wel toe moeten komen van de meest algemeene lineaire overbrenging uit te gaan.

Daarna houdt de heer S. Weber een voordracht:

Over het transport van energie in stroomende gassen.

Eene mededeeling over dit onderwerp zal in een der volgende nummers van „Physica" worden opgenomen.

BOEKBESPREKING.

G. v. Hevesy und *F. Paneth,* **Lehrbuch der Radioaktivität,** 200 blz., 36 fig. — Joh. Ambr. Barth, Leipzig 1923.

In de voorrede van dit werk wordt de bedoeling ervan zóó uitdrukkelijk aangegeven, n.l. te willen zijn een *„leerboek"* over radioaktiviteit, en wel voor studeerenden in de medicijnen, physica en chemie, dat men zich in de eerste plaats zal hebben af te vragen, of de schrijvers in dit zich gestelde streven volkomen zijn geslaagd.

Ik voor mij zou nu meenen: in enkele opzichten niet geheel en al, hoeveel verdienste ook overigens dit werk stellig toekomt; trouwens wie zou dit laatste ook anders verwachten van schrijvers, die beide op het gebied der radiochemie pionierswerk hebben verricht en dit hun speciaal onderwerp dan ook zoo volkomen meester zijn.

Aan een *„leerboek"* echter, zij het dan ook een leerboek voor reeds academisch studeerenden, zal men toch steeds den eisch moeten stellen, de stof daarin zoo geordend te vinden, dat den lezer van den beginne af het begrip van het te behandelen onderwerp zoo geleidelijk mogelijk wordt bijgebracht; in dit opzicht nu o.a. werd ik op enkele punten wel eens teleurgesteld. De indeeling van het boek schijnt me n.l. hier en daar niet gelukkig gekozen: b.v. na een zeer vluchtige inleiding van slechts eenige bladzijden, behandelende een enkel radioaktief verschijnsel en aangevende het principe van een meetmethode voor radioaktieve stralen, volgt hierop reeds dadelijk een zeer uitvoerige behandeling van de stralingsverschijnselen, terwijl eerst daarna wordt overgegaan op de eigenlijke beschouwingen omtrent vervaltheorie, reeksen en ontstaanswijzen van verschillende radioaktieve stoffen uit elkaar. Waarom werd deze volgorde niet juist omgekeerd genomen? M. i. zullen de op deze wijze haast op zichzelf staande beschouwingen over al die stralingssoorten den lezer zoo weinig boeien, terwijl eerst met een meerdere kennis van het radioaktieve atoom, waaraan dan toch de stralen hun ontstaan te danken hebben, het bijzonder interessante van dergelijke beschouwingen op den voorgrond treedt.

Dat het genoemde bezwaar tevens tot onduidelijkheid aanleiding geeft, ligt voor de hand; zoo wordt b.v. in het begin van het boek telkens over een radioaktief evenwicht gesproken, zonder dat den lezer uit het voorafgaande voldoende in staat is gesteld, dit begrip te omvatten. Trouwens het euvel verraadt zichzelf reeds hierdoor, dat zoo dikwijls òf in de tekst òf in een noot ter nadere verklaring naar volgende hoofdstukken wordt verwezen.

Een tweede bezwaar tegen dit „leerboek" schijnt me nog hierin gelegen, dat de behandeling van de stof over de verschillende belangrijke hoofdstukken, die tot het onderwerp behooren, niet geheel en al evenredig is verdeeld, en in het bijzonder schijnt me in dit opzicht het hoofdstuk over de physische meetmethoden wel zeer te kort gedaan. Wat dit laatste aangaat, brengt dit m. i. het nadeel met zich mede, dat de lezer, die aldus zoo weinig inzicht verkrijgt in het experiment op radioaktief gebied, het geheele onderwerp daardoor te veel vanuit de verte gaat beschouwen, er te weinig vertrouwd mee wordt. En des te meer wordt dit nog in de hand gewerkt, doordat ook overigens in de beschouwingen dikwijls het contakt met het experiment ontbreekt. Waarom b.v. werd niet hier en daar nog eens de beschrijving van een enkele proef gegeven? Zoo zou, om eens iets te noemen, bij de behandeling der α-stralen een eenigszins dieper ingaan op de Bragg'sche curve zeer zeker tot verduidelijking en verlevendiging tevens hebben bijgedragen.

Ook de helderheid van het betoog lijdt door het genoemde bezwaar meer dan eens schade: zoo is b.v. een kort hoofdstuk ingevoegd, waarin voor verschillende gevallen van transformatie de hoeveelheden der ontstane stoffen worden berekend, en waarvoor verschillende formules worden aangegeven en gebruikt, zonder dat deze nader worden toegelicht. Het wil mij nu voorkomen, dat met slechts enkele pagina's meer dit hoofdstuk den lezer tevens volkomen begrijpelijk zou kunnen zijn, — en mag men deze eisch niet aan een *„leerboek"* stellen? — zoo men gebruik maakt van slechts een enkele eenvoudige differentiaalvergelijking.

Vragen we ons nu eindelijk af, tot welke lezers het boek, in verband met het gezegde, zich richt, dan zou ik de medici hierbij willen uitsluiten. Voor deze toch in het bijzonder is eene meer practische beschouwing van het onderwerp zoozeer gewenscht; ook schijnt mij de behandeling in vele opzichten voor deze te uitvoerig en dikwijls te zwaar.

Wel daarentegen zou ik dit werk, ondanks alle genoemde bezwaren, toch ten zeerste willen aanbevelen aan elken pbysicus of chemicus, die zich in de leer der radioaktiviteit een grondig inzicht wenscht; immers, — en hierin is, dunkt me, wel een der hoofdverdiensten van dit boek gelegen —, de behandeling van het onderwerp is gegeven volgens de nieuwste gezichtspunten, wat betreft atoomtheorie, isotopie enz., waarbij ook de eigenlijke chemie der radioaktieve stoffen, hoewel hier en daar, juist door de veelheid, nog wel eens weer te beknopt behandeld, speciaal tot haar recht komt. Als zoodanig vormt dit werk werkelijk een mooi geheel, zooals ik tot dusver de inzichten volgens de nieuwste literatuur nog nergens vereenigd vond.

Menig hoofdstuk schijnt mij daarbij bijzonder geslaagd; om slechts één ervan te noemen van zuiver radioaktief karakter, zoo viel mij in het bijzonder op: § 23 „die Gewinnung radioaktiver Stoffe", terwijl ook de uitgebreide literatuuropgave van den laatsten tijd zeer van waarde is.

Daar tegenwoordig het aantal geschriften op radioaktief en daarmee nauw verwant gebied zich zeer vermenigvuldigt, en geen der meer uitgebreide werken, die dit onderwerp behandelt, de gegevens hiervan nog in hare beschouwingen opneemt, zoo schijnt mij dit boek werkelijk in een bestaande leemte te voorzien, en zou ik dan ook meenen, dat, alles samengenomen, den schrijvers een woord van lof niet mag worden onthouden. H. F.

W. A. Roth, K. Scheel & E. Regener, **Konstanten der Atomphysik.** 114 blz., J. Springer, Berlin, 1923. Prijs f 5.—.

Zeer velen zullen de behoefte gevoeld hebben aan een verzameling van tabellen waarin zij bijeenverzameld vinden de waarden van allerlei atomistische constanten, die in het onderzoek van de laatste tien jaren zijn bepaald. Aan die behoefte wordt tegemoetgekomen door de hierboven genoemde uitgave, die verschijnt als „Sonderdruck aus Landolt-Börnstein-Roth-Scheel, Physikalisch-chemische Tabellen, 5te Auflage."

Met de bijeenvergaring van deze atomistische gegevens is een omvangrijk, een belangrijk en nuttig werk verricht.

Radioactiviteit, isotopengewichten, lichtsnelheid in vacuo, nieuwste bepalingen van het getal van Avogadro („Loschmidtsche Zahl für das Mol"), snelheden, gemiddelde weglengten en afmetingen van diverse gasmoleculen, elementaire elektrische lading, stralingskonstanten, golflengten van alle orden van grootte, aanslag- en ioniseeringsspanningen, kristalstrukturen, eigenschappen van ionen in gassen, doorslagspanningen, fotoelektrische gegevens, al dergelijke, en nog verschillende andere wetenswaardigheden vindt men hier bijeen in een imposante verzameling.

Het is niet noodig nader te betoogen hoe actueel deze uitkomsten der modernste natuurkunde zijn. Men kan eigenlijk in de aan de orde zijnde gebieden nauwelijks werken zonder over deze uitkomsten van het experiment als over den grondslag van feitenmateriaal te beschikken.

In deze actualiteit ligt echter ook een gevaar, namelijk dit dat er onder de gegevens ook zullen zijn welke misschien in de eerstvolgende jaren zullen worden achterhaald door verbeterde betrouwbaarder uitkomsten. Dit geldt misschien wel het meest voor de aanslag- en ioniseeringsspanningen.

In de tabellen van de sequensen der spectraalreeksen heeft Paschen de nummering in overeenstemming gebracht met Bohr's denkbeelden van het voorjaar 1922, wat aangaat het hoofdquantumgetal. Deze zijn echter reeds achterhaald door een verhelderd inzicht, door Bohr in de voorlaatste aflevering van de Annalen der Physik medegedeeld aangaande de interpretatie van de spektra van enkele elementen. In tegenstelling tot Paschen zelf, heeft de verzamelaar der aanslagspanningen zich in zijn toelichting bediend van vroegere notaties van Paschen. Wij missen een tabel van de X-stralen-energieniveau's.

Van dergelijke kleinigheden zal niemand den bekwamen en kundigen bewerkers een verwijt willen of kunnen maken. Zij zijn onvermijdelijk indien de tabellen „bij" moeten zijn als een volledig instantanee in een tijd dat aan alle kanten de bronnen rijk borrelen. Iets anders wordt het, wanneer Gehrcke van de werkers over de detailstructuur der waterstoflijnen slechts zichzelf citeert.

De bewerkers hebben uitstekend werk verricht. F.

STRIKVRAGEN.

Antwoord op vraag XII:

Bij de beantwoording van vraag XII, luidende: *„Elk, die wel eens suiker in een glas water geroerd heeft, weet, dat wanneer hij met roeren ophoudt, in het wentelende water de suikerkorrels zich midden op den bodem van het glas vergaren. Suiker is zwaarder dan water. Waarom wordt hij dan niet gecentrifugeerd?"*, kan men zich duidelijk maken, dat indien het glas met water en suiker mede ronddraait, de „centrifugeerende werking" hiervandaan komt, dat op de soortelijk zwaardere suikerkorrels, die met dezelfde snelheid als het omgevende water ronddraaien, ook een grootere soortelijke middelpuntvliedende kracht werkt dan op het water. Zij zakken dus naar buiten af. Staat echter het glas stil, dan verliezen de suikerkorrels bij de wrijving over den bodem veel meer van hunne snelheid dan het omringende water. Tengevolge van de geringere snelheid kan de soortelijke middelpuntvliedende kracht voor de suiker nu kleiner worden dan voor het water: de korrels schuiven dus nu naar binnen en hoopen zich netjes als een kegeltje op.